

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К.И.САТПАЕВА**

Институт машиностроения
Кафедра «Прикладная механика и основы конструирования машин»



Косболов С.Б., Джумагулова Н.Б., Еспаев Б.А.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ДИСЦИПЛИНЫ СТУДЕНТА**

по дисциплине

«Теория механизмов и машин»

Специальности: **5В071200 – «Машиностроение»**

**5В071300 – «Транспорт, транспортная
техника и технологии»**

Алматы – 2011

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов КазНТУ имени К.И. Сатпаева по специальностям 5B0701200 – машиностроение, 5B0701300 – транспорт, транспортная техника и технологии. Составители: Косболов С.Б., Джумагулова Н.Б., Еспаев Б.А. Алматы: КазНТУ, 2011. 1 – 123 с.

Составители: Косболов Серикбай Байтикович, профессор кафедры прикладной механики и основ конструирования машин,
Джумагулова Насибели Бердаулетовна, старший преподаватель кафедры прикладной механики и основ конструирования машин,
Еспаев Болат Абикенович, доцент кафедры прикладной механики и основ конструирования машин

Аннотация

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Теория механизмов и машин» составлен согласно методическим указаниям по составлению учебно-методического комплекса дисциплины для студентов, обучающихся по кредитной системе, разработанным УМД КазНТУ. В него включены необходимые по положению материалы: учебная программа дисциплины – SYLLABUS и полное содержание активного раздаточного материала. Содержание учебно-методического комплекса даст студентам полное общее представление о теории механизмов и машин, как фундаментальной дисциплине, о ее законах и методах изучения, позволит студентам в случае необходимости самостоятельно изучить, или углубить знания по отдельным темам, явится необходимым дополнительным материалом при изучении тем и выполнении заданий, вынесенных на самостоятельную работу. Приведенный в хронологическом порядке перечень тестовых вопросов для самоконтроля дает возможность студенту на любом этапе самостоятельно определить уровень своих знаний по дисциплине и сделать соответствующие выводы.

© **Казахский национальный технический университет
имени К.И.Сатпаева, 2011**

1. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ – SYLLABUS

1.1 Данные о преподавателях:

Преподаватель, ведущий занятия Косболов Серикбай Байтикович,
профессор,
Джумагулова Насибели Бердаулетовна,
старший преподаватель,
Еспаев Болат Абикенович, доцент

Контактная информация т.р. 8(727) 2577169, вн. 7169,

E-mail: *kosbolov @ mail.ru*

E-mail: *nassibeli @ gmail. com*

E-mail: *espaev @ mail.ru*

Время пребывания на кафедре

КазНТУ, ГУК, ауд. 903 и 905, по
расписанию СРСП

1.2 Данные о дисциплине:

Название **Теория механизмов и машин**

Количество кредитов 3

Место проведения _____

Таблица 1

Выписка из учебного плана

Курс	Семестр	Кредиты	Академических часов в неделю						Форма контроля
			Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия /семин. занят.	СРС	СРСП	Всего	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	3	1	1	1	3	3	9	экзамен

1.3 Пререквизиты: Теоретическая механика.

1.4 Постреквизиты: Основы конструирования и деталей машин.

1.5 Цели и задачи дисциплины

1.5.1 Цель преподавания дисциплины

Формирование у студентов научных основ познания законов природы, связанных с движением материальных тел. Подготовка научной и теоретической базы для освоения специальных дисциплин и основ современной техники.

Цель курса состоит:

- в общеобразовательном значении, т.е. в изучении основ теории механизмов и машин (определений, теорем, законов), в изучении практических методов их применения;

- в подготовке к изучению других общинженерных и специальных дисциплин;
- в освещении общей связи и мотивов отдельных понятий;
- в замене частных исследований более общими систематическими методами;
- в способности видеть в последних решение конкретных задач;
- в развитии у студентов логического мышления, навыков самостоятельного продумывания, необходимых в дальнейшей работе при решении тех или иных задач естествознания и техники.

1.5.2 Задачи изучения дисциплины.

В соответствии с целями преподавания теории механизмов и машин студенты должны:

иметь представление:

- о теории механизмов и машин как единой науке и ее месте среди других естественных и технических наук;
- о силе, общности и правильности методов теории механизмов и машин, как опирающихся на строгие логичные рассуждения и законы с одной стороны и находящие свое подтверждение в практике, с другой;

знать:

- основные понятия и законы, входящие в данную программу;
- взаимосвязь, взаимозависимость и взаимовлияние этих понятий не только между собой, но и с другими дисциплинами;

уметь:

- точно и обстоятельно аргументировать ход рассуждений, не загромождая его ненужными подробностями;
- применять изученный материал в разносторонних областях;

приобрести практические навыки:

- по решению задач, связанных с движением механизмов;
- в чтении литературы по некоторым вопросам теории механизмов и машин.

1.6 Перечень и виды заданий и график их выполнения

Таблица 2

Виды контроля	Вид работы	Тема работы	Ссылки на рекомендуемую литературу с указанием страниц	Сроки сдачи
1	2	3	4	5
Текущий контроль	Контрольная работа 1	Структурный анализ плоского рычажного механизма	1,5 осн., 13,15 доп.	5 нед.
	Контрольная работа 2	Кинематический анализ плоского рычажного механизма	1,2,5 осн.; 13 доп.	12 нед.
	Лабораторная работа №1	Структурный синтез и анализ механизмов	1 осн., 13 доп.	3 нед.
	Лабораторная работа №2	Кинематический анализ механизмов методом диаграмм	1 осн., 13 доп.	4 нед.

	Лабораторная работа №3	Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями	1 осн., 13 доп.	7 нед.
	Лабораторная работа №4	Кинематический анализ планетарных передач	1 осн., 13 доп.	8 нед.
	Лабораторная работа №5	Статическая и динамическая балансировка роторов	1 осн., 11 доп.	9 нед.
	Лабораторная работа №6	Построение профиля зубчатых колес методом огибания	1 осн., 11 доп.	10 нед.
	Лабораторная работа №7	Обмер зубчатых колес с эвольвентным профилем зубьев	1 осн., 11 доп.	13 нед.
	Курсовая работа (прак. часть)	Кинематический и силовой анализ шестизвенного плоского рычажного механизма	1,2,5 осн., 13, 5 доп.	14 нед.
	Курсовая работа (теор. часть)	Кинематический и силовой анализ шестизвенного плоского рычажного механизма	1,2,5 осн., 13, 5 доп.	15 нед.
Рубежный контроль	Тестовый опрос 1	Модуль 1, 2	1,5 осн., 13,15 доп.	6 нед.
	Тестовый опрос 2	Модуль 3	1,5 осн., 13,15 доп.	11 нед.
Итоговый контроль	Экзамен	Модули 1, 2, 3	1,2,5 осн., 11,13,15 доп.	По расписанию

1.7 Список литературы

1.7.1 Основная литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
2. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М., 1978.
3. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М., 1979.
4. Теория механизмов и машин. Под ред. Фролова К.В. М., 1987.
5. Теория механизмов и механика машин. Под ред. Фролова К.В. М., 1998.
6. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. М., 1973.

1.7.2 Дополнительная литература

7. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. М., 1998.
8. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. М., 1975.
9. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. М., 1972.
10. Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов. М., 1974.
11. Юденич В.В. Лабораторные работы по ТММ. М., 1962.
12. Коренько А.С. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. М., 1970.
13. Дракунов Ю.М., Косболов С.Б. Структурный и кинематический анализ механизмов: Методические указания к лабораторным работам по ТММ. Часть 1. Алматы, 1994.

14. Дракунов Ю.М., Косболов С.Б. Экспериментальное определение моментов инерций звеньев механизма: Методические указания к лабораторным работам по ТММ. Часть 2. Алматы, 1994.
15. Джумагулова Н.Б. Структурный и кинематический анализ механизмов: Методические указания к практическим занятиям по ТММ. Алматы, 2005.
16. Джумагулова Н.Б. Динамический анализ и синтез механизмов: Методические указания к практическим занятиям по ТММ. Алматы, 2005.
17. Сейдахмет А.Ж., Еспаев Б.А., Джумагулова Н.Б., Косболов С.Б. Курсовой проект по ТММ (задания): Методические указания к курсовому проектированию по ТММ. Часть 1. Алматы, 2001.

Таблица 3

Распределение рейтинговых процентов по видам контроля

№ вариантов	Вид итогового контроля	Виды контроля	%
1.	Экзамен, Курсовая работа	Итоговый контроль	100
		Рубежный контроль	100
		Курсовая работа	100
		Текущий контроль	100

Таблица 4

Недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Виды контроля		СР	Л1	Л2	К1	РК1	Л3	Л4	Л5	Л6	РК2	К2	Л7	КР	СР
Количество		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Виды контроля: К – контрольная работа, КР – курсовая работа, Л – лабораторная работа, РК – рубежный контроль, СР – самостоятельная работа.															

Таблица 5

Оценка знаний студентов

Оценка	Буквенный эквивалент	Рейтинговый балл (в процентах %)	В баллах
Отлично	A	95-100	4
	A-	90-94	3,67
Хорошо	B+	85-89	3,33
	B	80-84	3,0
	B-	75-79	2,67
Удовлетворительно	C+	70-74	2,33
	C	65-69	2,0
	C-	60-64	1,67
	D+	55-59	1,33
	D	50-54	1,0
Неудовлетворительно	F	0-49	0

Перечень вопросов для проведения контроля по модулям и промежуточной аттестации

Вопросы для проведения контроля по 1 модулю

1. Какие задачи изучаются по курсу ТММ
2. Что такое звено
3. Что такое кинематическая пара
4. Назовите разницу между высшей и низшей кинематической парой
5. Покажите виды кинематических цепей
6. Что такое группа Ассура
7. Как определяется класс кинематической пары
8. Как определяется скорость точки механизма по плану скоростей
9. Как определяется ускорение точки механизма по плану ускорений
10. Как определяется передаточное отношение зубчатого механизма

Вопросы для проведения контроля по 2 модулю

1. Назовите задачи силового анализа механизмов
2. Что такое рычаг Жуковского
3. Напишите уравнение движения в форме интеграла энергии
4. Что происходит во время разбега
5. Для чего приводятся силы и моменты
6. Для чего нужен маховик
7. Сформулируйте принцип Даламбера
8. На какой принцип механики основывается метод Жуковского
9. Как определяются силы инерции и моменты пар сил инерций звеньев механизма
10. Напишите условие кинетостатической определимости кинематических цепей

Вопросы для проведения контроля по 3 модулю:

1. Задачи синтеза механизмов
2. В чем состоит задача синтеза кулачковых механизмов
3. Назовите достоинства кулачкового механизма
4. Как выбирается закон движения ведомого звена кулачкового механизма
5. Сформулируйте основную теорему зацепления
6. Что такое эвольвента
7. Назовите основные размеры зубьев
8. Какие способы изготовления зубчатых колес вы знаете
9. Как определяется коэффициент перекрытия
10. Что такое модуль зацепления

Вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Как определяется класс группы Ассура и класс механизма
2. Напишите структурную формулу для пространственной кинематической цепи
3. Порядок разложения механизмов на группы Асура
4. Какие параметры определяются при кинематическом анализе механизмов

5. Что такое аналог скорости и ускорения
6. На какой принцип основывается силовой анализ механизма
7. По какой формуле определяется коэффициент неравномерности
8. Как определяется момент инерции маховика
9. Какую роль играет угол давления в кулачковом механизме
10. Как определяется передаточное отношение планетарного механизма

1.9 Политика и процедура

- обязательное посещение всех аудиторных занятий, в том числе СРСП, включенных в расписание;
- уход с занятия до его окончания считается пропуском занятия;
- при нарушении дисциплины во время занятия студент может быть удален, а занятие считается пропущенным;
- плагиат, списывание и обман во время проведения всех видов контроля являются недопустимыми, результаты сдачи данного вида контроля в этих случаях не засчитываются;
- контрольные работы и рубежные контроли (тесты) выполняются во время занятий СРСП (ауд.), согласно календарному графику;
- семестровые задания выполняются студентом самостоятельно в рамках СРС и защищаются во время СРСП (оф.), согласно календарному графику;
- домашние задания выполняются студентом самостоятельно в рамках СРС и сдаются во время СРСП (оф.), согласно календарному графику;
- студент, своевременно не сдавший какой-либо из видов контроля, может сдать его во время СРСП (оф.), но только в порядке логической последовательности по данному виду контроля;
- последовательность сдачи всех видов контроля, приведенных в календарном графике, соответствует порядку изучения курса и модульной системе его построения;
- сотовые телефоны во время занятий должны быть отключены, в противном случае это считается нарушением дисциплины, студент может быть удален из аудитории, а занятие засчитывается пропущенным.

2. СОДЕРЖАНИЕ АКТИВНОГО РАЗДАТОЧНОГО МАТЕРИАЛА

2.1 Тематический план курса

№	Наименование темы	Количество академических часов				
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занят.	СРСП	СРС
1	Введение. Основные понятия ТММ.	1			3	3
2	Основные виды механизмов. Структурный синтез и анализ механизмов.	1	2	3	3	3
3	Кинематический анализ механизмов. Метод планов.	1	3		3	3
4	Графические и аналитические методы кинематического анализа механизмов.	1		3	3	3
5	Кинематический анализ зубчатых механизмов	1	2	4	3	3
6	Силовой анализ механизмов	1	2		3	3
7	Теорема Жуковского	1	1		3	3
8	Режимы движения механизма.	1			3	3
9	Приведение сил и масс в механизмах.	1	1		3	3
10	Дифференциальные уравнения движения звена приведения и их решение.	1	2		3	3
11	Уравновешивание вращающихся звеньев	1		2	3	3
12	Виброактивность и виброзащита машины.	1			3	3
13	Основные задачи синтеза. Синтез кулачковых механизмов.	1	2		3	3
14	Синтез зубчатых механизмов.	1		3	3	3
15	Графические методы синтеза механизмов. Методы оптимизации.	1			3	3
	Всего (часов)	15	15	15	45	45

2.2 Конспект лекционных занятий

2.2.1 Модуль № 1 «Структурный и кинематический анализ механизмов»

Тема лекции 1 Введение. Основные понятия ТММ.

Конспект лекции

1.1 **Введение.** Теория механизмов и машин (ТММ) изучает общие методы анализа (структурный, кинематический и динамический) действующих механизмов и синтез (проектирование) новых механизмов. Излагаемые в теории механизмов и машин методы пригодны для проектирования любого

механизма и не зависят от его технического назначения, а также физической природы рабочего процесса машины.

По содержанию курс ТММ делится на две части: кинематика механизмов и динамика машин. Главные требования, предъявляемые к современным машинам: производительность, надёжность и долговечность, качество работы, экономичность.

Курс теории механизмов и машин является вводным в специальность будущего инженера и имеет инженерную направленность, в нем широко используется современный математический аппарат, и изучаются практические приемы решения задач анализа и синтеза механизмов – аналитические с применением ЭВМ, графические и графоаналитические.

1.2 Основные понятия теории механизмов и машин. *Машина* - это устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации. В зависимости от основного назначения различаем четыре вида машин: энергетические, технологические, транспортные и информационные.

Механизм - это система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел.

Твердое тело, входящее в состав механизма, называется **звеном** механизма.

Звенья механизма делятся на *входные* и *выходные*, *ведущие* и *ведомые*.

Входное звено совершает заданное движение, *выходное звено* - требуемое.

Ведущее звено – это звено, для которого сумма элементарных работ всех внешних сил, приложенных к нему, является положительной (*ведомое звено* - отрицательной или равной нулю). Звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма, называется *начальным звеном*.

Неподвижное звено – стойка.

Кинематическая пара – это подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематические пары классифицируются по числу степеней свободы и числу условий связей, а также по виду элементов соприкосновения звеньев.

1.2.1 Классификация кинематических пар по числу степеней свободы и числу связей.

Числом степеней свободы H механической системы называется число независимых возможных перемещений системы. Считается, что свободное тело в пространстве имеет 6 степеней свободы ($H = 6$), т.е. 6 независимых движений: 3 поступательных движения вдоль осей координат и 3 вращения вокруг этих осей.

При образовании кинематической пары тело (звено) должно постоянно контактировать с другим звеном, т.е. на него накладывается связь. Поэтому для звеньев, входящих в кинематическую пару, число степеней свободы в их относительном движении всегда меньше шести. По предложению В.В. Добровольского все кинематические пары делятся по числу степеней свободы на *одно - , двух - , трех - , четырех - , пятиподвижные*.

Число условий связи S определяет класс кинематической пары.

Число условий связи S может быть только целым и должно быть меньше шести и больше нуля: $S = 1, 2, 3, 4, 5$ $1 \leq S \leq 5$ $H = 6 - S$.

При $S = 0$ пары не существует, а имеются два тела, движущиеся независимо друг от друга.

При $S = 6$ кинематическая пара становится жестким соединением. По величине S определяется **класс кинематической пары**, т.е. если $S = 1$, то кинематическая пара I класса и т.д. Например, шар, лежащий на плоскости, имеет 5 движений (рис. 1а), значит на него наложено 1 условие связи – это кинематическая пара I класса. Цилиндр на плоскости имеет 4 движения (2 условия связи) – пара II класса (рис. 1б). Сферический шарнир (рис. 1в) – пара III класса.

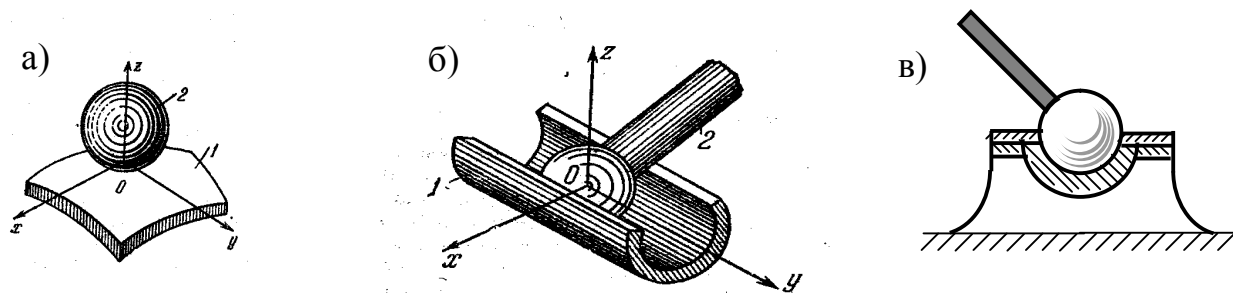


Рисунок 1

В таблице 1 приведены основные виды кинематических пар, их условные обозначения и класс пары.

1.2.2 Высшие и низшие пары. Кинематические пары различают по характеру соприкосновения. Совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называется **элементом кинематической пары** (далее КП). Следовательно, КП можно рассматривать как совокупность двух элементов, каждый из которых принадлежит одному звену. Для уменьшения износа элементов КП желательно, чтобы они соприкасались по поверхности. Если элементы звеньев КП соприкасаются только по поверхности, то КП называется **низшей**, а если – только по линии или в точках, то – **высшей**.

1.2.3 Кинематические цепи и соединения. Звенья, соединённые кинематическими парами образуют **кинематические цепи**.

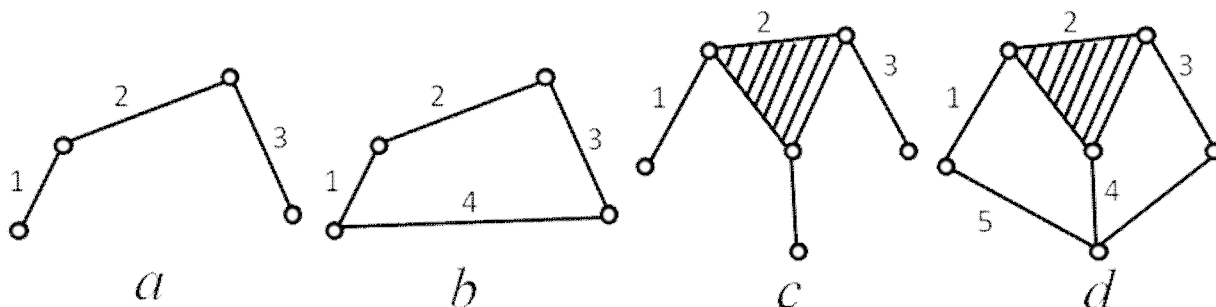


Рисунок 2

Цепь, имеющая неподвижное основание и одно или несколько ведущих звеньев, называют **механизмом**. Все кинематические цепи (далее КП) делятся

на плоские и пространственные КЦ. Различают простые и сложные, замкнутые и незамкнутые КЦ.

У простой КЦ каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (рис. 2а). Сложная КЦ имеет хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары (рис. 2с, d). Каждое звено замкнутой КЦ входит, по крайней мере в две кинематические пары (рис. 2b,d). Незамкнутая КЦ имеет звенья, входящие только в одну КП (рис. 2а, с).

Кинематические соединения. КП можно рассматривать как двухзвенную незамкнутую КЦ, которая предназначена для воспроизведения требуемого относительного движения звеньев. Иногда для воспроизведения этого движения конструктивно более удобная КЦ получается при числе звеньев более двух. КЦ, конструктивно заменяющая в механизме КП, называется **кинематическим соединением**.

В таблице 2 даны три примера кинематических соединений с указанием, каким кинематическим парам они эквивалентны. Шарикоподшипник представлен как пример кинематического соединения, которое по сравнению с эквивалентной вращательной парой дает уменьшение трения. Карданный шарнир представляет собой последовательное соединение двух вращательных пар, оси которых пересекаются. Это соединение проще в изготовлении и надежнее, чем сферическая пара с пальцем. Последовательное соединение трех вращательных пар с пересекающимися осями заменяет сферическую пару.

1.2.4 Структурная формула кинематической цепи общего вида. Если на движение звена в пространстве не наложено никаких условий связи, то оно обладает шестью степенями свободы. Тогда, если число звеньев КЦ равно k , то общее число степеней свободы, которым обладают звенья до их соединения в кинематические пары, равно $6k$. Соединение звеньев в кинематические пары накладывает различное число связей на относительное движение звеньев, зависящее от класса пар. Пусть p_1 - число кинематических пар I класса, p_2 – II класса, p_3 – III класса, p_4 – IV класса, p_5 – V класса. Тогда число степеней свободы H , которым обладает КЦ, равно

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1)$$

Если одно из звеньев КЦ будет неподвижным, то общее число степеней свободы цепи уменьшится на шесть $W = H - 6$.

Число степеней свободы КЦ относительно звена принятого за неподвижное, называется числом степеней подвижности КЦ или степенью подвижности КЦ:

$$W = 6(k - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2)$$

Если принять $k - 1 = n$, то получим

$$H = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (3)$$

где n - число подвижных звеньев КЦ. Равенство (3) называется структурной формулой кинематической цепи общего вида и носит название **формулы Сомова – Малышева**.

Для плоской КЦ формула (3) принимает вид

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (4)$$

и называется **формулой Чебышева**.

Условные обозначения кинематических пар

Таблица 1

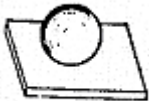
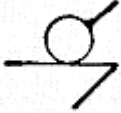
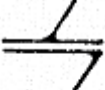
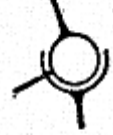
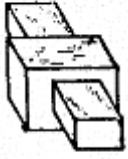
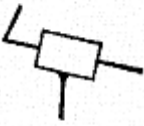
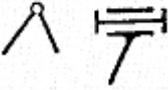
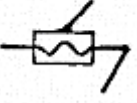
Класс пары	Число условий связи (S)	Число степеней свободы (H)	Название пары	Рисунок	Условное обозначение
I	1	5	Шар – плоскость		
II	2	4	Шар – цилиндр		
III	3	3	Сферическая		
III	3	3	Плоскостная		
IV	4	2	Цилиндрическая		
IV	4	2	Сферическая с пальцем		
V	5	1	Поступательная		
V	5	1	Вращательная		
V	5	1	Винтовая		

Таблица 2

Число степеней свободы	Название	Схема	Эквивалентная кинематическая пара
1	Шарикоподшипник		Вращательная пара
2	Карданный шарнир (двухподвижное сферическое соединение)		Сферическая пара с пальцем
3	Трехподвижное сферическое соединение		Сферическая пара

Основная литература 1[разд.I,гл.1,2 §§1-7, стр.11-38], 2[разд.I, §§1, стр.4-14]

Контрольные вопросы:

1. Входные и выходные звенья, ведущие и ведомые звенья, начальное звено.
2. Что изучает структурный анализ механизмов.
3. Понятие кинематической пары, класса пары, высшие и низшие пары.
4. Понятие кинематической цепи и соединения, виды КЦ.
5. Число степеней свободы КЦ. Степень подвижности КЦ.

Тема лекции 2 Основные виды механизмов. Структурный синтез и анализ механизмов

Конспект лекции

2.1 Основные виды механизмов. Механизмы классифицируются по различным признакам. Они делятся на механизмы с низшими и высшими парами; те и другие могут быть плоскими и пространственными.

У *плоского механизма* все подвижные точки движутся в параллельных плоскостях.

Механизм является пространственным, если подвижные точки его звеньев описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях.

Наиболее распространенные механизмы с низшими парами – рычажные, клиновые и винтовые; с высшими парами – кулачковые, зубчатые, фрикционные, мальтийские и храповые.

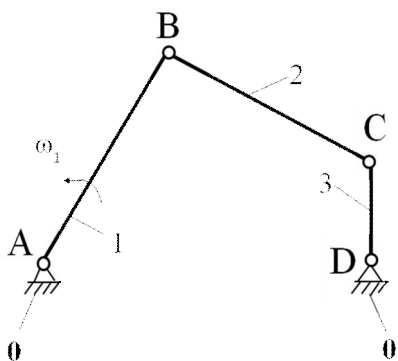


Рисунок 1

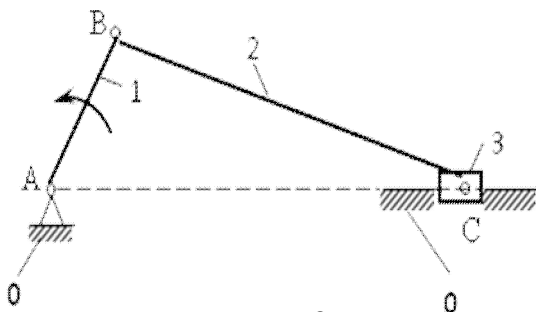


Рисунок 2

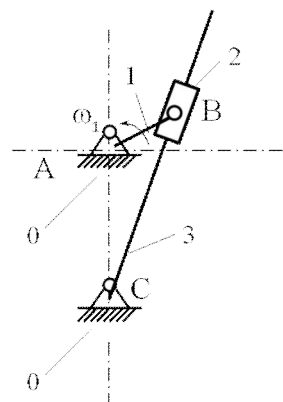


Рисунок 3

2.1.1 Среди механизмов с низшими парами наибольшее распространение имеет механизм **шарнирного четырехзвенника** (рис.1).

В этом механизме четыре звена (три подвижных – 1, 2, 3 и одно неподвижное - 0):

Звено 1 - **кривошип**, совершает полный оборот вокруг неподвижной оси; звено 2 - **шатун**, образует кинематические пары только с подвижными звеньями, шатун совершает плоскопараллельное движение; звено 3 – **коромысло**, совершает возвратно-вращательное движение; звено 0 – стойка.

Шарнирный четырехзвенник служит для преобразования одного вида вращательного движения в другое. Применяется в прессах и ковочных машинах, качающихся конвейерах, прокатных станах, приборах и т.д.

В зависимости от наличия или отсутствия кривошипа шарнирный четырехзвенник может быть трех видов: кривошипно-коромысловый, двухкривошипный, двухкоромысловый.

2.1.2 **Кривошипно-ползунный механизм** (рис.2): один из самых распространенных, он является основным механизмом в поршневых машинах (двигатели внутреннего сгорания, компрессоры, насосы), в ковочных машинах и в прессах и т. д. Преобразует непрерывное вращательное движение входного звена 1 (кривошипа) в возвратно-поступательное движение выходного звена 3 (ползуна). Звено 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – ползун. Звено 3 - **ползун**, совершает возвратно - поступательное движение относительно неподвижной направляющей.

2.1.3 **Кулисный механизм** (рис.3) применяют в строгальных и долбежных станках, поршневых насосах и компрессорах, гидроприводах, приборах и т. д. **Кулисой** называются звено с пазом, по которому перемещается **кулисный камень** 2. Кулиса 3 может быть качающейся, вращающейся, движущейся поступательно и совершать сложное движение. Кулиса является направляющей.

2.1.4 **Кулачковые механизмы** широко применяются в различных машинах, станках и приборах, в особенности в машинах-автоматах (в двигателях внутреннего сгорания, в паровых машинах и турбинах, текстильных и полиграфических машинах, в конфетозаверточных автоматах и т.д.). **Кулачок 1**

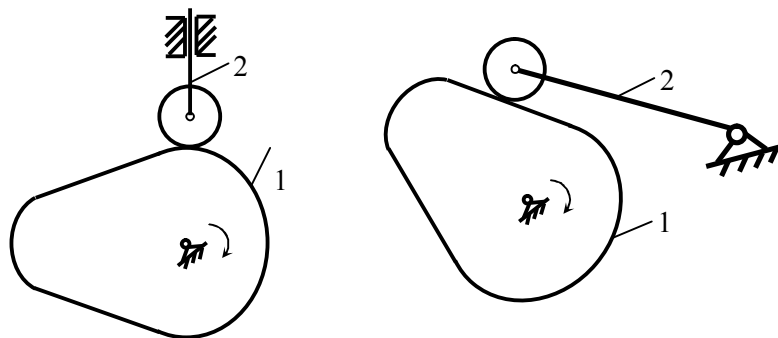


Рисунок 4

имеет поверхность переменной кривизны, которая соприкасается с толкателем 2, образуя высшую пару (рис.4). Замыкание высшей пары может быть силовое или геометрическое.

Кулачковые механизмы могут быть не только плоскими, но и пространственными. При помощи кулачковых механизмов можно осуществить почти любой закон движения ведомого звена.

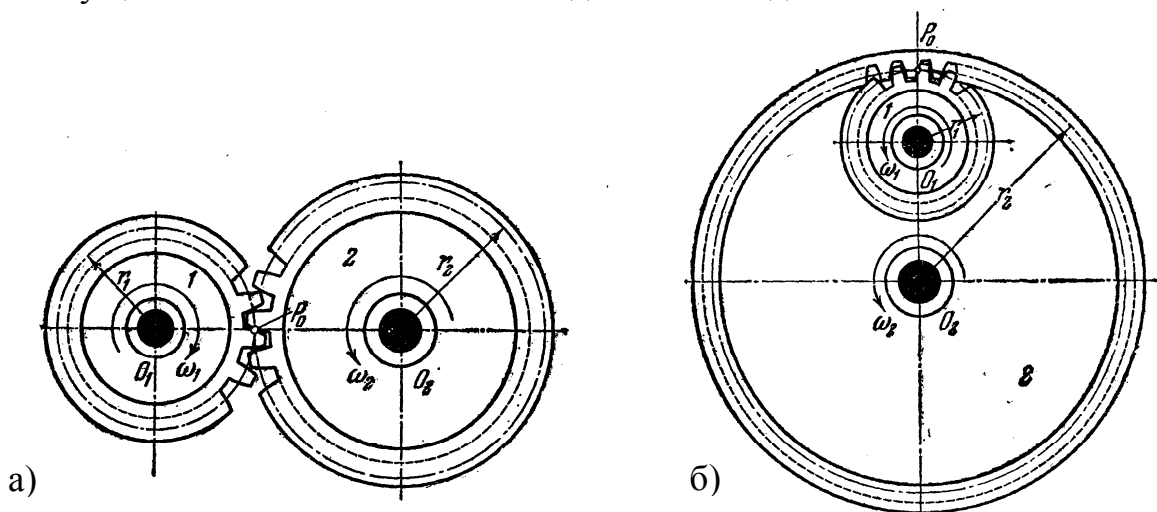


Рисунок 5

2.1.5 **Зубчатые механизмы.** Механизмы с зубчатыми колесами широко применяют в машинах и приборах.

Простейшим механизмом зубчатых передач является трехзвенный механизм, т.е. два зубчатых колеса, одно из которых передает движение другому посредством зубьев. На рисунке 5 показаны механизмы круглых цилиндрических колес, у которых радиусы r_1 и r_2 являются радиусами центроид в относительном движении звеньев 1 и 2, и точка P_0 является мгновенным центром вращения в относительном движении. В механизмах зубчатых передач колеса для передачи движения снабжаются зубьями, профили которых представляют собой взаимооггибаемые кривые.

Для возможности передачи движения часть профиля зуба выполняется за пределами центроид радиусов r_1 и r_2 , а часть – внутри этих центроид.

Окружности радиусов r_1 и r_2 называются начальными окружностями. Профили зубьев подбираются из условия, чтобы нормаль в их точке

соприкасания всегда проходила через постоянную точку P_0 – мгновенный центр вращения в относительном движении колес 1 и 2.

Передача может быть с внешним зацеплением зубьев (рис.5а) и с внутренним зацеплением зубьев (рис.5б) и реечное зацепление. В зависимости от расположения осей колес зубчатые передачи могут быть с параллельными осями (цилиндрические – рис.5), с пересекающимися осями.

2.1.6 Пространственные механизмы с низшими парами. На рисунке 6 показана схема механизма универсального шарнира (шарнира Гука, или карданной передачи). Он служит для передачи вращательного движения между валами, оси которых пересекаются. Карданные передачи широко применяются в автомобилях, станках, приборах.

На рисунке 7 приведена схема основного рычажного механизма одного из видов промышленного робота. Это механизм с незамкнутой кинематической цепью $ABCDEF$ (звенья 1 – 5 – подвижные, 6 – стойка, F – схват). В настоящее время промышленные роботы находят широкое применение для выполнения самых различных технологических и вспомогательных операций: сборки, сварки, окраски, загрузки и т. п.

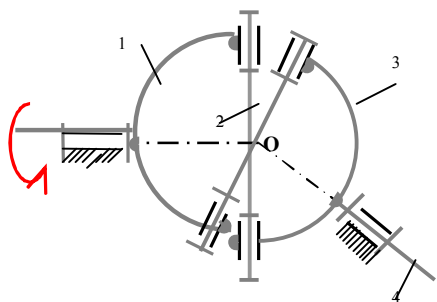


Рисунок 6

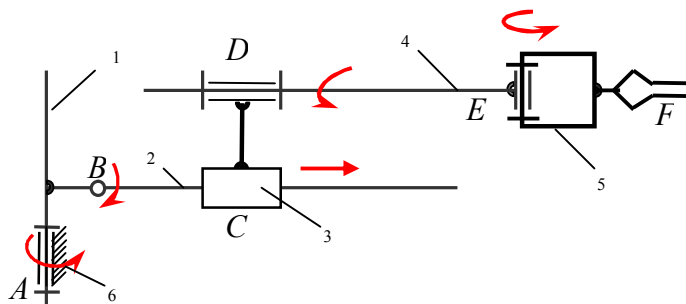


Рисунок 7

2.2 Структурный синтез и анализ механизмов. Структурным синтезом механизма называется проектирование структурной схемы механизма, в которой указываются стойка, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение.

Структурная схема может быть представлена или графически с применением условных обозначений звеньев и кинематических пар, или же аналитической записью, допускающей применение ЭВМ.

Обобщенными координатами механизма называются независимые между собой координаты, определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки.

Число обобщенных координат механизма равно числу его степеней свободы, если все связи голономные. Любую связь можно записать дифференциальным уравнением:

$$F(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}}) = 0.$$

Если уравнение связи может быть проинтегрировано, то связь называется **голономной** (геометрической). Голономные связи накладывают ограничения только на положения (координаты) точек. Связи, которые накладывают

ограничения на скорости точек звеньев и не могут быть проинтегрированы, т. е. сведены к геометрическим связям, называются **неголономными**. Рассмотрим механизмы с голономными связями.

Общее число координат, определяющих положение n подвижных звеньев механизма, равно $6n$. Каждая кинематическая пара класса t дает t уравнений связи, в которые входят координаты звеньев. Общее число уравнений связи будет равно $5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1$, где p_5 – число пар V класса, p_4 – число пар IV класса и т.д. Если все уравнения связи независимы, то разность между общим числом координат $6n$ и числом уравнений связи дает число независимых координат, т.е. число степеней свободы механизма

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (1)$$

формула Сомова-Малышева.

Для плоского механизма формула (1) принимает вид

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2)$$

так как в плоском движении положение твердого тела определяется тремя координатами, и кинематические пары могут быть только пятого класса и четвертого класса.

Число степеней свободы механизма относительно стойки называется **степенью подвижности и обозначается буквой W** ; определяется по формуле Чебышева для плоских механизмов и Сомова – Малышева для пространственных механизмов.

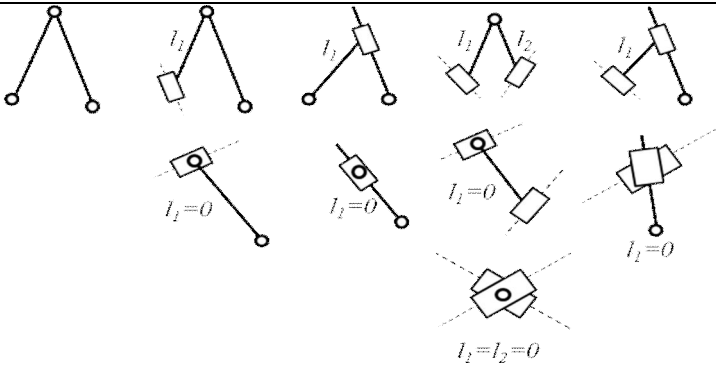
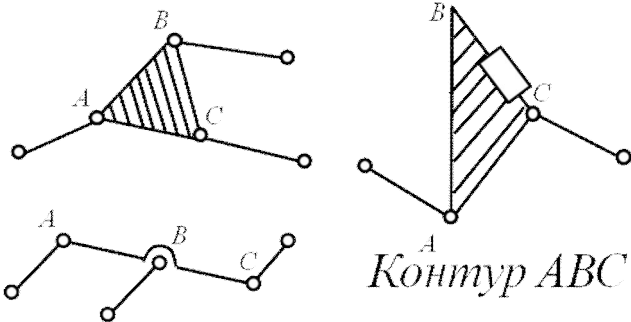
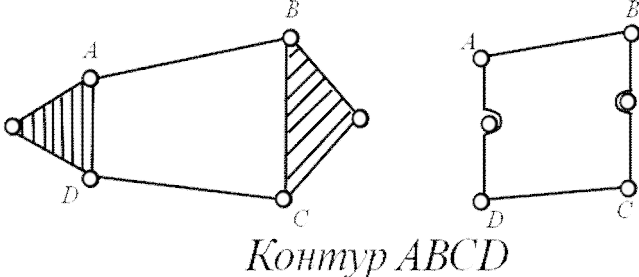
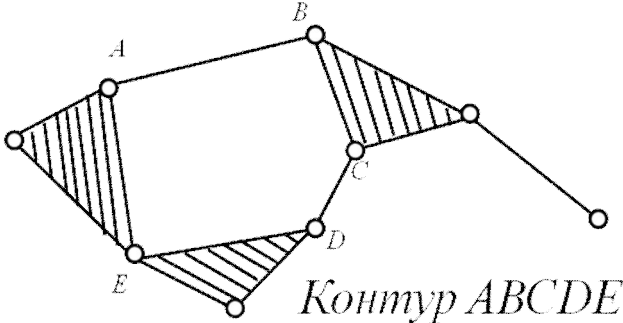
2.2.1 Основной принцип образования механизмов. Для структурного синтеза многозвенных механизмов (число звеньев больше четырех) непосредственный перебор всех возможных вариантов по формулам (1) и (2) оказывается затруднительным. В этом случае более удобно находить структурные схемы механизмов путем последовательного наложения некоторых кинематических цепей, которые называются группами Ассура. Основным принцип образования механизмов впервые сформулировал в 1914 г. русский ученый Л.В. Ассур. Им был предложен и развит метод образования механизмов путем последовательного наложения кинематических цепей, обладающих определенными структурными свойствами.

Группой Ассура называется кинематическая цепь, число степеней свободы которой равно нулю относительно элементов ее внешних пар, причем группа не должна распадаться на более простые кинематические цепи, обладающие нулевой степенью подвижности.

2.2.2 Классификация групп Ассура. Группа, имеющая два звена и три кинематические пары V класса, называется **группой Ассура II класса второго порядка** (или двухповодковой группой, потому что эта группа присоединяется к основному механизму двумя поводками).

Класс группы Ассура выше второго определяется числом кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами (табл.1).

Таблица 1

n	p_5	Виды групп Ассура	Класс
2	3		II
4	6		III
4	6		IV
6	9		V

По принципу Ассура любой механизм может быть образован путем присоединения или наложения к механизмам I класса соответствующих групп Ассура.

Ведущее звено и стойку, образующие кинематическую пару V класса принято называть **механизмом I класса** (рис. 8).

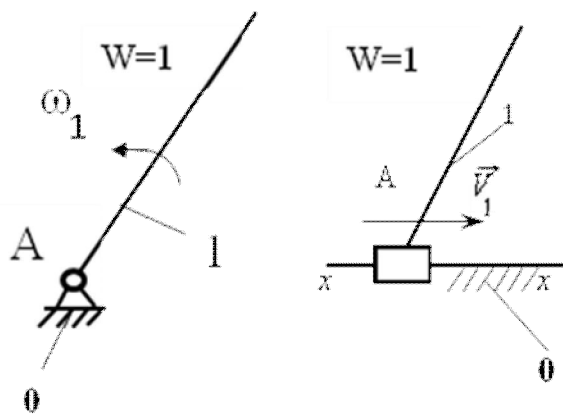


Рисунок 8

выглядит так:

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0. \quad (3)$$

Высшие кинематические пары, входящие в состав плоского механизма, могут быть заменены кинематическими цепями, образованными только парами V класса. Поэтому при классификации механизмов можно рассмотреть механизмы, в состав которых входят только пары V класса.

Тогда условие (3) можно написать так:

$$3n - 2p_5 = 0,$$

откуда

$$p_5 = \frac{3n}{2}. \quad (4)$$

Так как числа звеньев и пар могут быть только целыми, то условию (4) удовлетворяют только следующие сочетания чисел звеньев и кинематических пар, входящих в группу (таблица 2):

Таблица 2

№ п/п	1	2	3	4	5	.
n	2	4	6	8	10	...
p_5	3	6	9	12	15	...

Класс механизма определяется наивысшим классом группы Ассур, входящим в состав механизма.

При определении класса механизма необходимо указывать ведущее звено, так как в зависимости от выбора ведущих звеньев класс механизма может меняться.

2.2.4 Структурный анализ механизмов. Структурный анализ механизмов заключается в решении следующих основных задач: определение - а) степени подвижности механизма; б) структуры механизма; в) класса механизма.

Порядок ведения структурного анализа механизма:

1. Выбирается ведущее звено механизма, если оно не задано.
2. Для кинематической схемы механизма определяется число степеней свободы (степень подвижности) механизма. Звенья образующие пассивные связи и вносящие лишние степени свободы, принимать во внимание при подсчете степени подвижности механизма не следует.
3. При наличии кинематических пар IV класса производится их замена одним звеном и двумя кинематическими парами V класса.

4. Механизм раскладывается на группы Ассура. Разложение механизма ведется в следующем порядке:

а) производится отделение группы Ассура возможно более низкого класса. Так, отделяется группа второго класса, и причем такая, чтобы после ее отделения остался механизм с той же степенью подвижности, что и заданный;

б) если отделить группу Ассура второго класса не представляется возможным (так как ее отделение приводит к тому, что оставшаяся часть механизма имеет степень подвижности W , превышающую единицу), то следует попытаться отделить группу Ассура более высокого класса;

в) для отделения второй, третьей и т. д. групп следует поступать таким же образом, как при отделении первой группы Ассура;

г) разложение механизма на группы Ассура ведется до тех пор, пока не останутся ведущее (ведущие) звено и стойка.

5. После разложения механизма пишется формула строения механизма.

6. Определяется класс механизма.

2.2.5 Заменяющие механизмы.

Необходимость замены механизма с высшей кинематической парой эквивалентным ему механизмом с низшими парами, а также обратной замены возникает во многих случаях. При изучении структуры и кинематики плоских механизмов во многих случаях удобно заменять высшие пары кинематическими цепями или звеньями входящими только в низшие вращательные и поступательные пары V класса. При этой замене должно удовлетворяться условие, чтобы механизм, полученный после такой замены, обладал

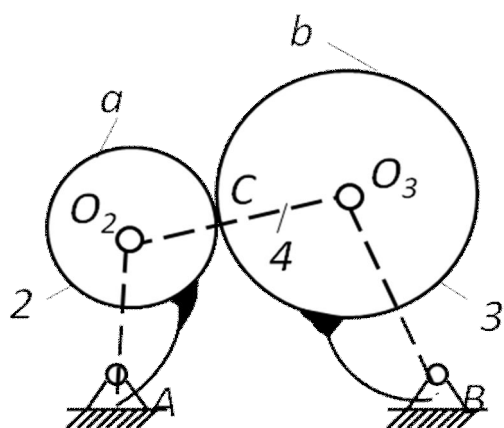


Рисунок 9

прежней степенью подвижности и, чтобы сохранились относительные движения всех его звеньев в рассматриваемом положении.

Рассмотрим трехзвенный механизм, который состоит из двух подвижных звеньев 2 и 3, входящих во вращательные пары V класса A и B со стойкой 0 и высшую пару C IV класса, элементы звеньев a и b которой представляют собою окружности радиусов O_2C и O_3C (рис.9). Согласно формуле Чебышева степень подвижности механизма будет

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1$$

Покажем, что этот механизм может быть заменен эквивалентным ему механизмом шарнирного четырехзвенника AO_2O_3B . Высшая пара IV класса в точке C заменяется звеном 4, входящим в точках O_2 и O_3 во вращательные пары V класса. Полученный в результате замены механизм AO_2O_3B называется заменяющим механизмом.

Степень подвижности W заменяющего механизма будет той же, что и у заданного механизма. Имеем

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Так как элементы a и b звеньев являются окружностями с центрами в точках O_2 и O_3 , то длина O_2O_3 звена 4 оказывается постоянной. Точно также будут постоянными и длины AO_2 и BO_3 звеньев 2 и 3. Заменяющий механизм AO_2O_3B эквивалентен заданному механизму и с точки зрения законов движения звеньев 2 и 3.

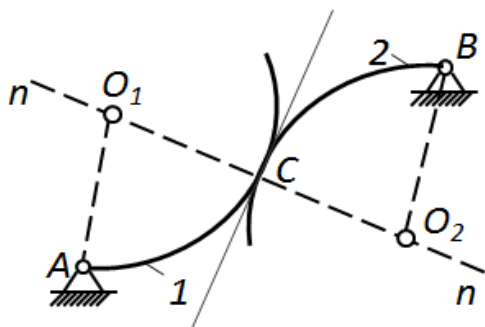


Рисунок 10

Рассмотренный способ получения заменяющего механизма можно обобщить. Пусть задан механизм с высшей парой, элементы звеньев которой представляют собой произвольно заданные кривые 1 и 2 (рис.10). Для построения схемы заменяющего механизма проводим нормаль nn в точке касания кривых C . И отмечаем на ней центры O_1 и O_2 кривизны кривых 1 и 2. Центры кривизны O_1 и O_2 считаем

шарнирами, образующими вращательные пары, в которые входят условные звенья AO_1 и O_1O_2 , с одной стороны, и условные звенья BO_2 и O_2O_1 с другой стороны.

Описанная замена правильна для заданного положения основного механизма. В другом положении схема заменяющего механизма останется той же, размеры же его звеньев изменятся, ибо центры кривизны O_1 и O_2 сместятся.

Из дифференциальной геометрии известно, что окружность кривизны в точке касания с кривой и сама кривая эквивалентны до производных второго порядка включительно, и поэтому заменяющий механизм эквивалентен основному в такой же степени, т. е. положения, скорости и ускорения одноименных точек того и другого механизма будут одинаковыми.

Основная литература 1[разд.1,гл.1,2 §§8-13, стр.38-67], 2[разд.I, §§2,3, стр.14-31]

Контрольные вопросы:

1. Как определяется число степеней свободы механизма?
2. В чем суть основного принципа образования механизмов?
3. Кто сформулировал принцип образования механизмов?
4. Группа Ассура?
5. Как определяется класс группы Ассура?
6. Как определяется класс механизма?

Тема лекции 3 **Кинематический анализ механизмов методом планов**

Конспект лекции

3.1 **Задачи и методы кинематического анализа механизмов.**

Кинематический анализ механизмов определяет движения звеньев механизма по заданному движению начальных звеньев. Основные задачи кинематического

анализа: 1) определение положений звеньев и траекторий отдельных точек звеньев механизма; 2) определение скоростей и ускорений.

При решении этих задач считаются заданными законы движения начальных звеньев и кинематическая схема механизма. Задачи кинематического анализа решаются графическими, графо-аналитическими, аналитическими методами.

Графические методы решения задач кинематического анализа получили широкое распространение. Они обладают наглядностью и отличаются удобством контроля.

3.1.1 Планы механизма. Изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению начального звена, называется *планом механизма (или планом положений механизма)*. Масштаб плана механизма определяет размеры отрезков, изображающих длину отрезков и координаты точек звеньев. Масштабный коэффициент плана положений обозначается через μ_l , размерность [м/мм]. Под масштабным коэффициентом плана положений понимают отношение числового значения истинной величины длины изображаемого звена в единицах СИ, т. е. в метрах к длине отрезка на плане, изображающего это звено в мм.

3.1.2 Планы скоростей и ускорений плоских механизмов. *Планом скоростей механизма* называют чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и по направлению скоростям различных точек звеньев механизма в данный момент.

Чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению ускорениям различных точек звеньев механизма в данный момент, называется *планом ускорений механизма*. Построение этих планов скоростей и ускорений покажем на примере плоского шестизвенного механизма с группами Ассура II класса.

3.2 Определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма при помощи плана скоростей. Задача формулируется следующим образом. Дан план механизма (рис.1а) с указанием всех размеров и задана угловая скорость начального звена $\omega_1 = const$. Требуется найти для каждого звена механизма его угловую скорость и скорости одной или двух его точек.

Решение задачи начинается с определения величины скорости точки B начального звена 1: $V_B = l_{AB} \cdot \omega_1$. Если задана частота вращения n , то $\omega_1 = \pi n / 30$. Построение начинается с выбора полюса плана скоростей точки p , скорость которой $V_p = 0$ равна нулю. Вектор $\vec{V}_B$ направлен перпендикулярно AB в сторону вращения звена 1 ($\vec{V}_B \perp AB$). Изобразим его на плане вектором, отложенным из полюса p (рис.1б). Длина отрезка (pb) выбирается произвольно. Масштабный коэффициент скоростей подсчитывается по формуле $\mu_v = V_B / (pb)$ и имеет размерность $\left(\frac{м/с}{мм} \right)$. Затем находим скорость точки C , которая является общей для звеньев 2 и 3. Пользуемся теоремой о сложении скоростей в плоскопараллельном движении, так как звено 2 совершает плоскопараллельное движение:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}.$$

Аналогично можно написать уравнение

$$\vec{V}_C = \vec{V}_D + \vec{V}_{CD}.$$

На плане скоростей из точки b проводим линию, перпендикулярную CB , а из полюса p – линию, перпендикулярную CD . На пересечении этих линий находится точка c – конец вектора искомой скорости точки C . Соединив точку c с полюсом p , получим вектор, изображающий скорость $\vec{V}_C$.

Вектор скорости $\vec{V}_{CB}$ изображается отрезком (cb) , причем стрелка вектора направлена к точке c , т. е. направлена к первой букве индекса. Определим угловую скорость звена 2 по формуле

$$\omega_2 = V_{CB} / l_{CB}, \quad \text{где} \quad V_{CB} = (cb)\mu_V.$$

Для определения направления ω_2 переносим вектор скорости $\vec{V}_{CB}$ в точку C схемы механизма и рассматриваем движение точки C относительно точки B в направлении скорости $\vec{V}_{CB}$. В данном примере это движение соответствует вращению звена CB против хода часовой стрелки. Угловая скорость звена 3 находится по формуле

$$\omega_3 = V_{CD} / l_{CD}, \quad \text{где} \quad V_{CD} = (pc)\mu_V.$$

Чтобы определить направление ω_3 переносим вектор скорости $\vec{V}_C$ в точку C и рассматриваем движение точки C относительно точки D в направлении скорости $\vec{V}_C$, и устанавливаем, что вращение звена 3, а следовательно ω_3 – угловая скорость звена 3, направлены против хода часовой стрелки.

Для перехода к следующим звеньям механизма надо определить скорость точки E – $\vec{V}_E$, принадлежащей звену 2. Эту скорость находим из векторных уравнений

$$\begin{aligned} \vec{V}_E &= \vec{V}_B + \vec{V}_{EB} \\ \vec{V}_E &= \vec{V}_C + \vec{V}_{EC}. \end{aligned}$$

Из точки b проводим линию, перпендикулярную EB , а из точки c – линию, перпендикулярную EC . Точка пересечения этих линий есть искомая точка e конца вектора искомой скорости $\vec{V}_E$. Эти построения завершают построение плана скоростей звена 2.

Обратим внимание на то, что Δbce на плане скоростей подобен ΔBCE на плане механизма по взаимной перпендикулярности сторон. Это свойство подобия фигуры относительных скоростей на плане скоростей фигуре звена на плане механизма позволяет определять скорости любых точек этого звена не из уравнений, а графически, построением подобных фигур. Отметим, что проверкой правильности графического построения подобных фигур на плане является порядок букв на схеме и на плане скоростей. Так, если порядок букв на схеме при обходе контура звена против хода часовой стрелки будет – B, C, E , то на плане скоростей этот порядок должен сохраниться, т. е. буквы должны идти в том же порядке: b, c и e .

Указанное свойство подобия справедливо для любого числа точек на звене

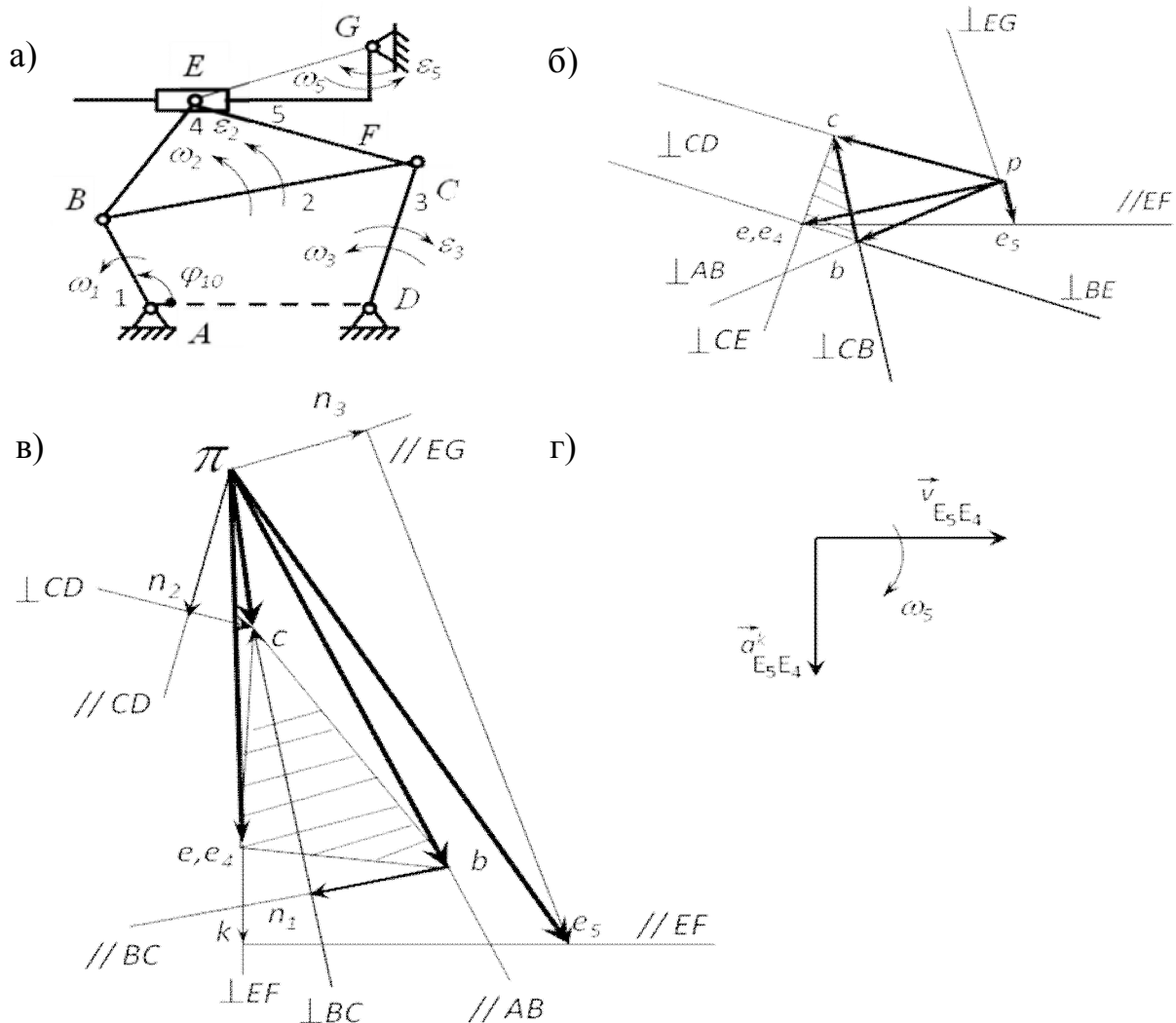


Рисунок 1

механизма. Поэтому можно сформулировать следующую теорему, известную под названием **теоремы подобия для плана скоростей звена**: «Отрезки прямых линий, соединяющих точки одного и того же звена на плане механизма, и отрезки прямых линий, соединяющих концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры».

Фигура на плане скоростей повернута относительно фигуры на плане механизма на 90° . Теорема подобия дает возможность определить скорость любой точки звена механизма, если известны скорости двух точек этого звена.

После построения плана скоростей шарнирного четырехзвенника переходим к определению скоростей точек на звеньях второй структурной группы, состоящей из звеньев 4 и 5. Для этой группы известна из предыдущих построений скорость точки E , которая является общей для звеньев 2 и 4. Обозначим эту точку через E_4 и будем искать скорость точки E_5 на звене 5. Для двух точек, совпадающих в данном положении, но принадлежащих разным звеньям поступательной пары, можно написать уравнение, связывающее их скорости:

$$\vec{V}_{E_4} = \vec{V}_{E_5} + \vec{V}_{E_4E_5}. \quad (1)$$

Это уравнение основано на том, что движение звена 4 представляется как сложное движение. Оно состоит из переносного движения вместе со звеном 5 и относительного движения по отношению к этому звену. Скорость относительного движения $\vec{V}_{E_4E_5}$ направлена параллельно EF , так как поступательная пара, соединяющая звенья 4 и 5, допускает относительное движение только в этом направлении. $\vec{V}_{E_5}$ - скорость точки E_5 направлена перпендикулярно к радиусу вращения.

Вместо уравнения (1) можно применять равносильное ему уравнение

$$\vec{V}_{E_5} = \vec{V}_{E_4} + \vec{V}_{E_5E_4}, \quad (2)$$

которое удобно тем, что неизвестный вектор стоит в левой части.

Для графического решения уравнения проводим через точку e_4 линию, параллельную отрезку EF , а из полюса p - линию, перпендикулярную EG . Пересечение этих линий дает точку e_5 , т. е. конец вектора $\vec{V}_{E_5}$ искомой скорости точки E_5 .

Угловая скорость звена 5 находится из условия

$$\omega_5 = V_{E_5} / l_{EG}, \quad \text{где} \quad V_{E_5} = (pe_5)\mu_V.$$

Угловая скорость звена 4 равна угловой скорости звена 5 $\omega_4 = \omega_5$, так как эти звенья образуют поступательную пару.

3.3 Определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев механизма при помощи планов ускорений. Построение плана ускорений поясним на примере исследования того же механизма, для которого строился план скоростей (рис.1в).

Полное ускорение точки B состоит из двух составляющих: нормального ускорения $\vec{a}_B^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_B^\tau$. Нормальное ускорение направлено по линии AB к центру A , а его величина определяется по формуле

$$a_B^n = \omega_1^2 \cdot l_{AB}.$$

Касательное ускорение равно нулю, так как $\varepsilon_1 = \dot{\omega}_1 = 0$.

Принимаем некоторую точку π за полюс плана ускорений, ускорение этой точки $\vec{a}_\pi = 0$ равно нулю (рис.1в). Отложим вектор $\vec{a}_B^n$, изображающий нормальное ускорение точки B , в виде отрезка (πb) параллельно AB ($\pi n_1 \parallel AB$). Тогда масштабный коэффициент ускорений найдется из соотношения $\mu_a = a_B^n / (\pi b)$ и имеет размерность $\frac{м/с^2}{мм}$.

Ускорение точки C находим из уравнений:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{CD}^n + \vec{a}_{CD}^\tau.$$

Величины нормальных ускорений вычисляются по формулам:

$$a_{CB}^n = V_{CB}^2 / l_{CB}, \quad a_{CD}^n = V_C^2 / l_{CD}.$$

Отрезки, изображающие векторы (мм) этих ускорений на плане:

$$(\pi n_2) = a_{CD}^n / \mu_a, \quad (bn_1) = a_{CB}^n / \mu_a.$$

Вектор $\vec{a}_{CD}^n$ должен быть направлен по линии CD к центру D , а вектор $\vec{a}_{CB}^n$ вдоль линии CB от точки C к точке B как центру вращения. Направления векторов касательных ускорений проводятся перпендикулярно направлениям нормальных ускорений через точки n_1 и n_2 . Пересечение этих направлений определит точку c – конец вектора $\vec{a}_c$ искомого ускорения точки C .

Угловые ускорения звеньев 2 и 3 определяются по формулам

$$\varepsilon_2 = a_{CB}^t / l_{CB}, \quad \varepsilon_3 = a_{CD}^t / l_{CD},$$

где $a_{CB}^t = (n_1 c) \cdot \mu_a$, $a_{CD}^t = (n_2 c) \cdot \mu_a$.

Для определения направлений угловых ускорений ε_2 и ε_3 переносим векторы $\vec{a}_{CB}^t$ и $\vec{a}_{CD}^t$ в точку C схемы механизма и наблюдаем, в какую сторону эти векторы вращают отрезки CB и CD .

Для нахождения ускорения точки E строим Δbce , подобный ΔBCE и сходственно с ним расположенный. Теорема подобия, сформулированная ранее для плана скоростей, справедлива и для плана ускорений.

После определения ускорения точки E на звене 2, которая совпадает с точкой E_4 на звене 4, находим ускорение точки E_5 :

$$\begin{aligned} \vec{a}_{E_5} &= \vec{a}_G + \vec{a}_{E_5G}^n + \vec{a}_{E_5G}^t \\ \vec{a}_{E_5} &= \vec{a}_{E_4} + \vec{a}_{E_5E_4}^k + \vec{a}_{E_5E_4}^r. \end{aligned}$$

В этом уравнении кроме относительного ускорения $\vec{a}_{E_5E_4}^r$, имеющего направление относительного перемещения звеньев 4 и 5, появилось кориолисово ускорение, величина которого определяется по формуле

$$a_{E_5E_4}^k = 2\omega_5 V_{E_5E_4}.$$

Направление кориолисова ускорения определяется по правилу Жуковского поворотом относительной скорости $\vec{V}_{E_5E_4}$ на 90° по направлению переносной угловой скорости ω_5 (рис.1г) Через точку e_4 проводим линию, перпендикулярную EF , и откладываем на ней отрезок e_{4k} , изображающий кориолисово ускорение, в соответствии с построением, указанным на рисунке 1г:

$$(e_4 k) = a_{E_5E_4}^k / \mu_a.$$

Далее вычисляем величину нормального ускорения $a_{E_5G}^n$ точки E_5 относительно точки G :

$$a_{E_5G}^n = V_{E_5G}^2 / l_{EG}$$

и откладываем из полюса π параллельно EG от точки E к G вектор πn_3 ($\overline{\pi n_3} \parallel EG$), изображающий это ускорение. Величина отрезка πn_3 (мм) находится из условия $(\pi n_3) = a_{E_5G}^n / \mu_a$.

Через точку n_3 проводим линию, перпендикулярную EG , а через точку k – конец вектора кориолисова ускорения – линию, параллельную EF . Точка пересечения этих линий определяет точку e_5 – конец вектора $\vec{a}_{E_5}$ искомого ускорения точки E_5 .

Угловое ускорение звена 5 - ε_5 находим по формуле

$$\varepsilon_5 = a_{E_5G}^r / l_{EG}, \quad \text{где} \quad a_{E_5G}^r = (n_4 e_5) \cdot \mu_a.$$

Для определения направления этого ускорения переносим вектор $\vec{a}_{E_5G}^r$ в точку E_5 и наблюдаем, в какую сторону этот вектор вращает отрезок EG вокруг точки G .

Основная литература 1[разд.2,гл,4,5 §§17-18, стр.76-96], 2,[разд.2, §§6, стр.46-57]

Контрольные вопросы:

1. Что такое план механизма?
2. Как определяется скорость точки механизма при помощи плана скоростей?
3. Как определяется угловая скорость звена при помощи плана скоростей?

Тема лекции 4 Графические и аналитические методы кинематического анализа механизмов

Конспект лекции

4.1 Метод кинематических диаграмм. Одним из графических методов решения задач кинематического анализа является метод кинематических диаграмм. При кинематическом исследовании механизмов часто бывает необходимо проводить эти исследования за полный цикл движения исследуемого механизма. Для этого определение перемещений, скоростей и ускорений ведется для ряда положений механизма, достаточно близко отстоящих друг от друга.

Графический способ кинематического анализа методом построения диаграмм отличается простотой выполнения и наглядностью представления результатов. Итогом метода являются графики перемещений, скоростей и ускорений в зависимости от времени или угла поворота начального звена, данные графики получили название **кинематических диаграмм**.

4.1.1 Метод графического дифференцирования. Существуют различные способы графического дифференцирования: метод касательных, метод хорд и др. Рассмотрим метод хорд (метод секущих).

Пусть задан график $S = S(t)$, требуется построить $v = v(t)$ и $a = a(t)$. Для точки A кривой (рис. 1) можно записать:

$$S = y \cdot \mu_s, \quad t = x \cdot \mu_t.$$

$$\text{Тогда:} \quad v = \frac{dS}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\mu_s}{\mu_t} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

где α - угол наклона касательной к рассматриваемой точке A (предполагаем, что касательная параллельна хорде дуги окружности около рассматриваемой точки).

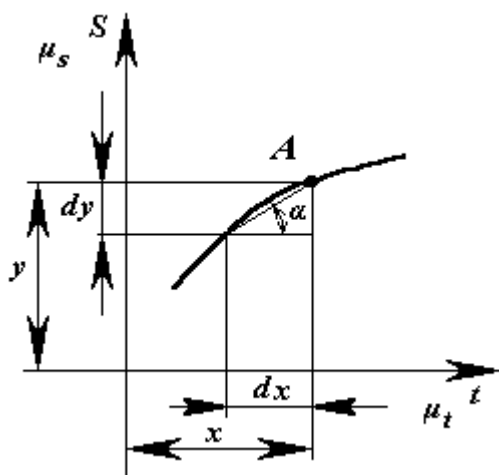


Рисунок 1

Методика графического дифференцирования (рис. 2):

Диаграмма скоростей. Её строят графическим дифференцированием диаграммы перемещений по методу хорд:

- разделяют ось абсцисс диаграммы перемещений на произвольное число одинаковых частей;
- через точки деления 1, 2, 3... проводят координатную сетку;
- точки пересечения ординат с графиком перемещений соединяют отрезками (хордами) 0'-1', 1'-2', 2'-3', ... (чем больше точек деления, тем хорды будут ближе к истинной кривой);
- строят систему координат $v = f(t)$, справа от начала координат откладываем отрезок Op_v , называемый полюсным расстоянием, длиной H_1 и отмечаем полюс диаграммы скоростей p_v ;

Примечание: Величина H_1 выбирается в зависимости от желаемого размаха диаграммы $v = f(t)$.

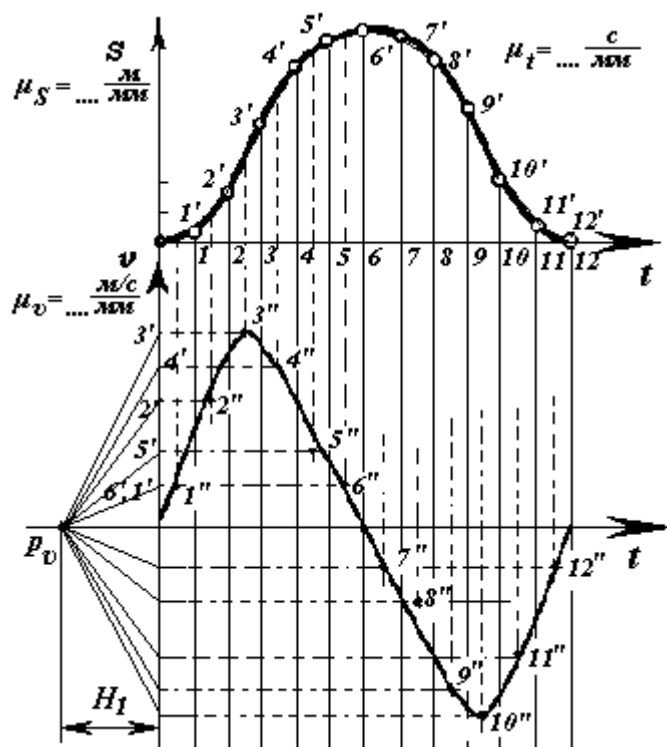


Рисунок 2

- из полюса p_v проводят лучи, параллельные соответствующим хордам на диаграмме перемещений до пересечения с осью ординат, получают точки 1', 2', ...

- из полученных точек проводят горизонтальные лучи до пересечения с вертикальными прямыми, опущенными из середин соответствующих отрезков на диаграмме перемещений. Полученные точки 1'', 2'', ... соединяют плавной кривой и получают диаграмму изменения скорости (первое приближение), в масштабе

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H_1} = \frac{\mu_s \cdot \omega_1}{\mu_\varphi \cdot H_1},$$

где μ_s - масштаб диаграммы перемещений, $м/мм$; μ_φ - масштаб угла поворота начального звена, $рад/мм$; ω_1 - угловая скорость начального звена, $рад/с$; μ_t - масштаб времени, $с/мм$; H_1 - полюсное расстояние, взятое с чертежа, $мм$.

• проделав аналогичные операции с диаграммой $v = f(t)$, предварительно восстановив точки 1, 2, 3, и т.д., получаем зависимость ускорения $a = f(t)$ в масштабе

$$\mu_a = \frac{\mu_v \cdot \omega_1}{\mu_\varphi \cdot H_2} = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2},$$

где H_2 - полюсное расстояние для диаграммы $a = f(t)$, $мм$.

4.1.2 Аналоги скоростей и ускорений. Аналогом скорости точки называется первая производная радиуса – вектора точки по обобщенной координате механизма. Для звена i , совершающего прямолинейно-поступательное движение, радиус-вектор какой-либо его точки можно считать равным перемещению s_i . Если за обобщенную координату принять угол φ_1 , то величины скорости V_i и аналога скорости $\bar{s}'_i$ связаны соотношением

$$V_i = s'_i \omega_1, \quad (1)$$

где ω_1 – угловая скорость начального звена.

Аналогом ускорения точки называется вторая производная радиус - вектора точки по обобщенной координате механизма. Для звена i , совершающего прямолинейно-поступательное движение, после дифференцирования соотношения (1) получаем

$$a_i = s''_i \omega_1^2 + s'_i \varepsilon_1, \quad (2)$$

где ε_1 – угловое ускорение начального звена.

Для звена i , вращающегося вокруг неподвижной оси, аналогом угловой скорости φ'_i называется первая производная от угла поворота звена по обобщенной координате механизма. Угловая скорость ω_i звена i связана с ее аналогом соотношением

$$\omega_i = \varphi'_i \omega_1. \quad (3)$$

Аналогом углового ускорения φ''_i звена i называется вторая производная угла поворота звена по обобщенной координате механизма. После дифференцирования соотношения (3) получаем

$$\varepsilon_i = \varphi''_i \omega_1^2 + \varphi'_i \varepsilon_1. \quad (4)$$

Если кинематические диаграммы строятся по углу поворота начального звена - $S = S(\varphi)$, то графики будут называться графиками аналога скоростей и ускорений. Используя построенные графики аналогов скоростей и ускорений, можно достаточно просто получить истинные значения скоростей и ускорений.

Пусть известны угловая скорость ω_1 и угловое ускорение ε_1 ведущего звена, тогда

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \omega_1 = s' \cdot \omega_1 = (ii') \cdot \mu_s \cdot \omega_1,$$

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \omega_1 = \psi' \cdot \omega_1 = (ii') \cdot \mu_\psi \cdot \omega_1, \quad (5)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = s'' \cdot \omega_1^2 + s' \cdot \varepsilon_1 = (ii'') \cdot \mu_s \cdot \omega_1^2 + (ii') \cdot \mu_{s'} \cdot \varepsilon_1,$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \psi'' \cdot \omega_1^2 + \psi' \cdot \varepsilon_1 = (ii'') \cdot \mu_\psi \cdot \omega_1^2 + (ii') \cdot \mu_{\psi'} \cdot \varepsilon_1.$$

Здесь (ii') и (ii'') отрезки из графиков аналогов скоростей и ускорений соответственно.

Аналоги скоростей и ускорений применяются при динамическом анализе механизмов в тех случаях, когда предварительное их определение как характеристик, не зависящих от времени, облегчает нахождение законов движения начальных звеньев. Величины аналогов находятся из планов скоростей и ускорений, построенных при равномерном движении начального звена, или же из системы линейных уравнений, аналогичных уравнениям для определения скоростей и ускорений.

4.2 Аналитические методы кинематического анализа. Метод проекций векторного контура (рычажные механизмы). Для решения задач о положениях звеньев механизма должны быть заданы кинематическая схема механизма и функция перемещений ведущего звена для механизма с одной степенью подвижности, или функции перемещений ведущих звеньев для механизмов с несколькими степенями подвижности.

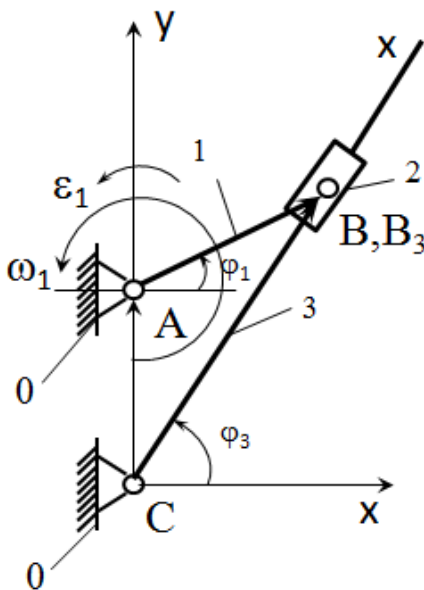


Рисунок 3

Рассмотрим простейший кулисный механизм (рис. 3). Заменим кинематическую схему механизма эквивалентным векторным контуром. Тогда уравнение замкнутости векторного контура запишется

$$\vec{l}_{BC} = \vec{l}_{AC} + \vec{l}_{AB}. \quad (6)$$

Задача о положениях звеньев механизма.

Проецируем векторный контур на оси координат и получаем координаты точки В механизма:

$$l_{AB} \cos \varphi_1 = l_{BC} \cos \varphi_3, \quad (7)$$

$$l_{AC} + l_{AB} \sin \varphi_1 = l_{BC} \sin \varphi_3 \quad (8)$$

тогда

$$x_B = l_{AB} \cos \varphi_1 = l_{BC} \cos \varphi_3;$$

$$y_B = l_{AC} + l_{AB} \sin \varphi_1 = l_{BC} \sin \varphi_3.$$

Из решения системы уравнений (7) - (8) определяем неизвестные величины φ_3 и l_{BC} , которые определяют положение звеньев и точек механизма

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \sin \varphi_3 / \cos \varphi_3 = \frac{l_{AC} + l_{AB} \sin \varphi_1}{l_{AB} \cos \varphi_1}, \quad l_{BC} = \frac{l_{AC} + l_{AB} \sin \varphi_1}{\sin \varphi_3}.$$

Задача о первых кинематических передаточных функциях механизма.

Продифференцируем уравнения проекций векторного контура (7) - (8) по обобщенной координате φ_1 и получим

$$\begin{aligned} -l_{AB} \sin \varphi_1 &= -l_{BC} \sin \varphi_3 \cdot u_{31} + (V_{B_3B})_{\varphi_1} \cos \varphi_3, \\ l_{AB} \cos \varphi_1 &= l_{BC} \cos \varphi_3 \cdot u_{31} + (V_{B_3B})_{\varphi_1} \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (9)$$

Из углов первого и второго уравнений вычитаем угол φ_3 , тогда

$$(V_{B_3B})_{\varphi_1} = -l_{AB} \sin(\varphi_1 - \varphi_3),$$

$$u_{31} = \frac{l_{AB}}{l_{BC}} \cos(\varphi_1 - \varphi_3),$$

где $(V_{B_3B})_{\varphi_1}$, u_{31} - соответствующие аналоги скоростей.

Задача о вторых кинематических передаточных функциях механизма.

Для определения ускорений механизма дифференцируем по обобщенной координате φ_1 уравнения (9)

$$\begin{aligned} \begin{cases} -l_{AB} \cos \varphi_1 = -u_{31}^2 \cdot l_{BC} \cdot \cos \varphi_3 - u'_{31} \cdot l_{BC} \sin \varphi_3 - (a_{B_3B}^k)_{\varphi_1} \cdot \sin \varphi_3 + (a_{B_3B}^r)_{\varphi_1} \cdot \cos \varphi_3, \\ -l_{AB} \sin \varphi_1 = -u_{31}^2 \cdot l_{BC} \cdot \sin \varphi_3 + u'_{31} l_{BC} \cdot \cos \varphi_3 + (a_{B_3B}^k)_{\varphi_1} \cdot \cos \varphi_3 + (a_{B_3B}^r)_{\varphi_1} \cdot \sin \varphi_3. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Из углов первого и второго уравнений вычитаем угол φ_3 , тогда

$$(a_{B_3B}^r)_{\varphi_1} = u_{31}^2 \cdot l_{BC} - l_{AB} \cos(\varphi_1 - \varphi_3),$$

$$u'_{31} = -\frac{(a_{B_3B}^k)_{\varphi_1} + l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_{BC}},$$

где u'_{31} , $(a_{B_3B}^k)_{\varphi_1}$ и $(a_{B_3B}^r)_{\varphi_1}$ - соответствующие аналоги углового, кориолисова и релятивного ускорений. Если известны угловая скорость ω_1 и угловое ускорение ε_1 , то истинные скорости и ускорения звеньев механизма можно определить с помощью формул (1) - (4).

Для кинематического анализа результаты целесообразнее представлять в виде кинематических диаграмм.

Основная литература 1[разд.2,гл,4,5 §§21-22,23-26, стр.76-132], 2,[разд.2, §§5,6, стр.39-42,57]

Контрольные вопросы:

1. Как определяется перемещение звена или точки механизма при помощи диаграммы перемещения?
2. Как определяется угловое ускорение звена или ускорение точки механизма при помощи диаграммы ускорения?
3. Что такое аналог скорости?
4. Что такое аналог ускорения?

Тема лекции 5 Кинематический анализ зубчатых механизмов

Конспект лекции

5.1 Фрикционные и зубчатые механизмы. Передаточные отношения фрикционных и зубчатых механизмов с неподвижными осями вращения.

Механизмы, в которых для передачи движения между соприкасающимися звеньями используется трение, называются фрикционными. Фрикционные механизмы имеют в качестве звеньев круглые цилиндрические колеса 1 и 2,

являющиеся центроидами в относительном движении звеньев (рис.1). Мгновенным центром вращения в относительном движении будет точка соприкосновения колес 1 и 2 - P_0 .

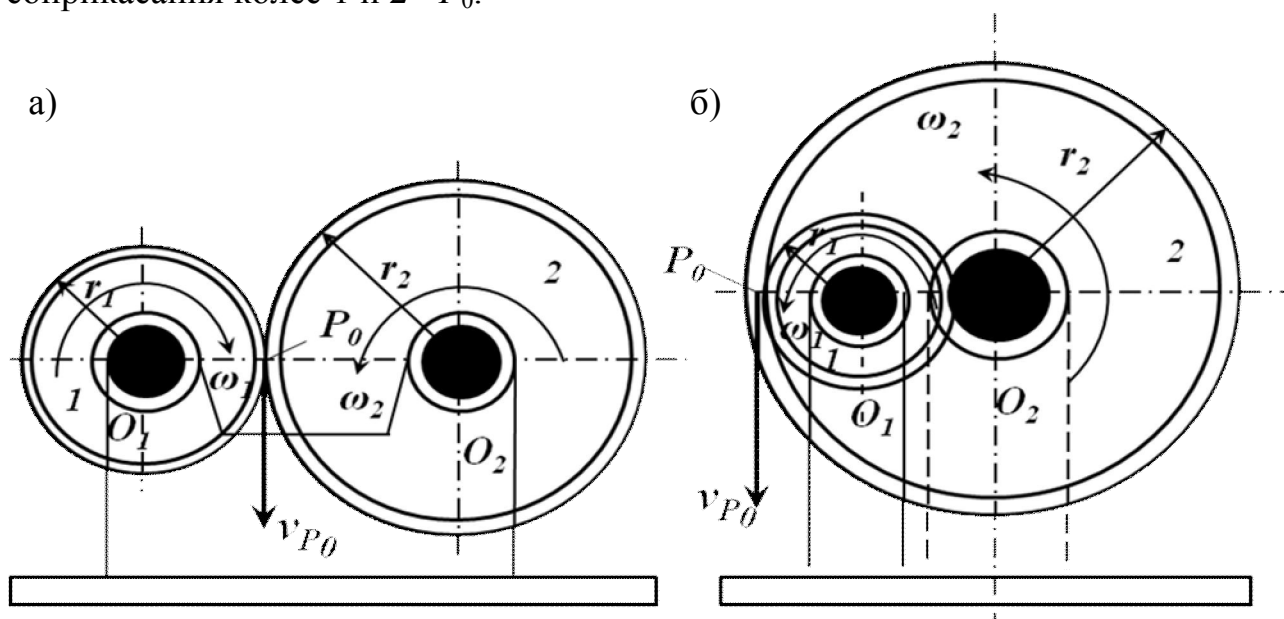


Рисунок 1

Обозначим радиусы фрикционных колес 1 и 2 через r_1 и r_2 . В точке соприкосновения P_0 колеса 1 и 2 имеют общую скорость V_{P_0} , равную

$$V_{P_0} = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2,$$

откуда получаем, что передаточное отношение u_{12}

таких механизмов

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{r_2}{r_1}, \quad (1)$$

где n_1 и n_2 - числа оборотов в минуту колес 1 и 2; верхний знак относится к внутреннему соприкосновению (рис.1б), а нижний – к внешнему (рис.1а).

Зубчатый механизм называется механизм, в состав которого входят зубчатые звенья (зубчатые колеса). Вращающееся зубчатое звено называется **зубчатым колесом**. Простейшая зубчатая передача представляет собой два зубчатых колеса, одно из которых передаёт движение другому посредством зубьев. Передача может быть с внешним зацеплением зубьев (рис.2а) и с внутренним зацеплением зубьев (рис.2б).

Важнейшим показателем зубчатых передач является передаточное отношение. **Передаточное отношение** зубчатой передачи определяется как соотношение угловых скоростей ω , чисел зубьев z и диаметров начальных окружностей колёс. Для передач, показанных на рисунках 2а и 2б передаточное

отношение по модулю равно

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}.$$

Таким образом, если известны радиусы начальных окружностей колес, то передаточное отношение определяется по формуле

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_2}{r_1}. \quad (2)$$

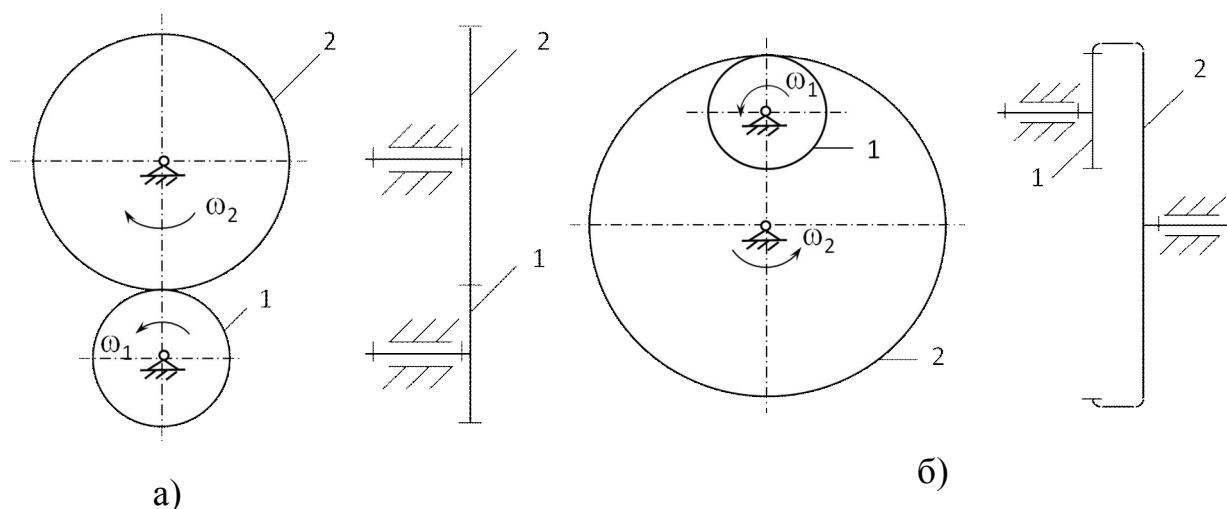


Рисунок 2

Практически отношение радиусов удобнее заменять отношением чисел зубьев, т.е.

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{2\pi r_2}{2\pi r_1} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Подставляя полученное выражение в предыдущую формулу, можем написать

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{r_2}{r_1} = \pm \frac{z_2}{z_1}, \quad (3)$$

где n_1 и n_2 - числа оборотов в минуту колес 1 и 2. При внешнем зацеплении (рис.2а) колеса вращаются в противоположных направлениях, следовательно, угловые скорости колес имеют различное направление вращения. Поэтому у внешнего зацепления передаточное отношение всегда отрицательное. Наоборот, у внутреннего зацепления (рис.2б) передаточное отношение всегда положительное, так как колеса вращаются в одном направлении и их угловые скорости имеют одинаковое направление.

Механизмы трехзвенных зубчатых передач (*одноступенчатых передач*) представляют собой простейший вид зубчатого механизма. На практике возникает необходимость воспроизведения значительных передаточных отношений. Для этого применяются несколько последовательно соединенных колес, где кроме ведущего и ведомого колес, имеются промежуточные колеса, т. е. многоступенчатые передачи. Такие сложные зубчатые механизмы называются *многоступенчатыми зубчатыми передачами* или редуктором скоростей.

Рассмотрим рядовое соединение (рис.3). Ведущее зубчатое колесо 1 сцепляется с колесом 2. На ось O_2 колеса 2 жестко насажено колесо 2', которое сцепляется с колесом 3. На ось колеса 3 жестко насажено колесо 3' и т. д. Ведомым колесом является колесо 5.

Обозначим угловую скорость колеса 1 через ω_1 , угловую скорость колес 2 и 2' – через ω_2 , угловую скорость колес 3 и 3' – через ω_3 , и т. д. Общее передаточное отношение всего механизма равно

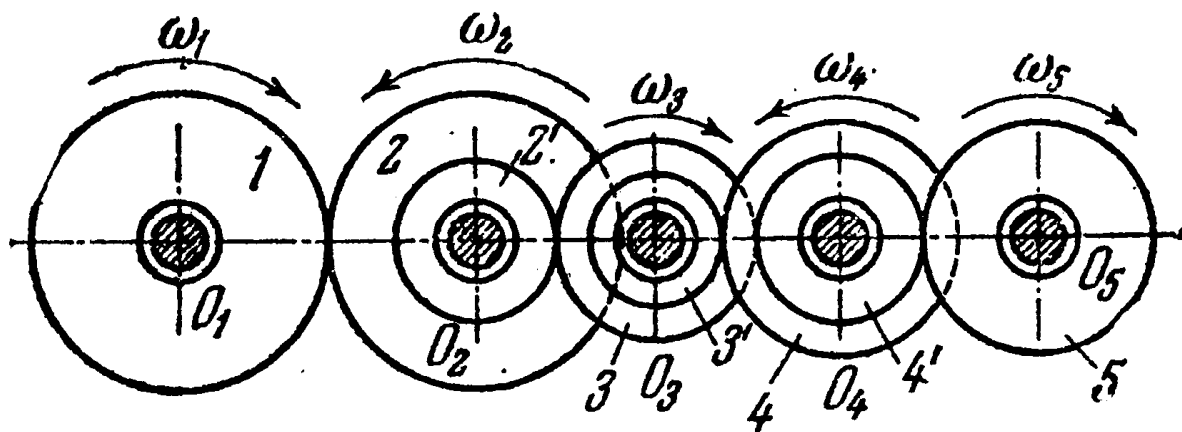


Рисунок 3

$$u_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5}. \quad (4)$$

Определим передаточное отношение для каждой пары колес. Имеем

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad u_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3}; \quad u_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4}; \quad u_{45} = \frac{\omega_4}{\omega_5}.$$

Перемножив полученные передаточные отношения, получим

$$u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} \cdot u_{45} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_5} = \frac{\omega_1}{\omega_5}.$$

Учитывая (4) получим, что

$$u_{15} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} \cdot u_{45}. \quad (5)$$

Таким образом, общее **передаточное отношение** сложной многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений отдельных его ступеней взятых со своими знаками.

В общем случае, когда в зацеплении находится n колес, формула для общего передаточного отношения u_{1n} может быть написана так:

$$u_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad \text{или} \quad u_{1n} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} \cdot \dots \cdot u_{(n-1)'n}. \quad (6)$$

Для каждой ступени передачи имеем

$$u_{12} = \pm \frac{r_2}{r_1} = \pm \frac{z_2}{z_1},$$

$$u_{23} = \pm \frac{r_3}{r_2} = \pm \frac{z_3}{z_2},$$

.....

$$u_{(n-1)'n} = \pm \frac{r_n}{r_{(n-1)'}} = \pm \frac{z_n}{z_{(n-1)'}}$$

где $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ – радиусы начальных окружностей колес, а $z_1, z_2, \dots, z_n$ – числа зубьев колес. В этих выражениях верхний знак берется при внутреннем зацеплении, а нижний – при внешнем.

Подставляя в равенство (6) выражения передаточных отношений отдельных ступеней, получаем

$$u_{1n} = (-1)^m \cdot \frac{r_2 r_3 r_4 \dots r_n}{r_1 r_2' r_3' \dots r_{(n-1)'}} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_n}{z_1 z_2' z_3' \dots z_{(n-1)'}}. \quad (7)$$

где m - число внешних зацеплений, n - количество зубчатых колес в механизме. Множитель $(-1)^m$ позволяет определить знак передаточного отношения сложного зубчатого механизма.

Внешнее зацепление изменяет направление вращения ведомого колеса, поэтому знак передаточного отношения в передачах с неподвижными осями вращения колёс показывает направление вращения последнего колеса зубчатого механизма по отношению к ведущему колесу.

Если передача движения происходит от последнего колеса n к колесу 1, то передаточное отношение такого механизма будет величиной обратной u_{1n} , т.е.

$$u_{n1} = \frac{1}{u_{1n}}.$$

При передаче движения между валами, находящимися на большом расстоянии друг от друга, или при необходимости воспроизведения передаточного отношения определенного знака часто применяется рядовое соединение колес, состоящее из ряда последовательно соединенных колес, каждое из которых имеет собственную ось вращения (рис.4).

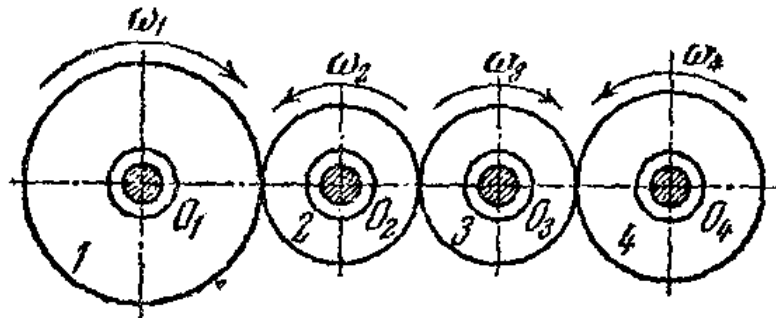


Рисунок 4

Общее передаточное отношение такого рядового соединения, состоящего в данном случае из четырех колес, равно

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = (-1)^m u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} = (-1)^3 u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} = -\frac{r_2 r_3 r_4}{r_1 r_2 r_3} = -\frac{r_4}{r_1} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Как видно из этой формулы, величина общего передаточного отношения u_{14} не зависит от размеров промежуточных зубчатых колес. Такие колеса называются паразитными. Для зубчатых передач с паразитным рядом передаточное отношение определяется отношением чисел зубьев ведомого (выходного) и ведущего колёс.

На самом деле эти колеса выполняют существенную роль. Они обеспечивают нужное направление вращения ведомого вала, так как введение таких колес влияет на знак передаточного отношения. Также они применяются для передачи движения при большом межосевом расстоянии.

5.2 Определение передаточных отношений зубчатых механизмов с подвижными осями вращения колес.

5.2.1 Кинематический анализ планетарных механизмов.

В некоторых многоступенчатых зубчатых механизмах оси отдельных колес вращаются, т.е. являются подвижными.

Планетарным механизмом называется механизм, составленный из зубчатых колес и вращающихся звеньев, на которых располагаются подвижные оси зубчатых колес.

Колеса с подвижными осями вращения называются **сателлитами**.

Звено, на котором располагаются оси сателлитов, называется, **водило**.

Колеса с неподвижными осями вращения называются **солнечными** или **центральными**; неподвижное колесо называется **опорным**.

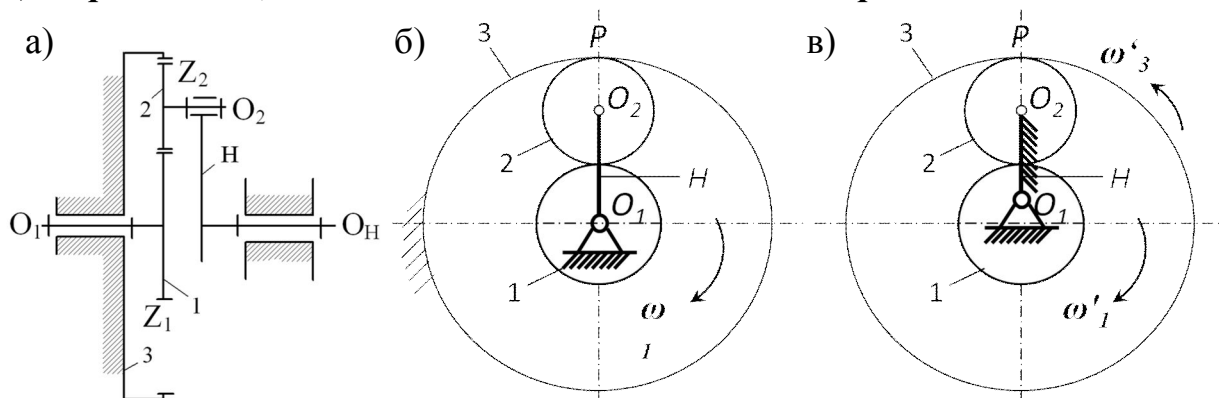


Рисунок 5

На рисунке 5(а, б) показан четырехзвенный планетарный механизм. В этом механизме колесо 3 – опорное колесо, колесо 2 – сателлит, колесо 1 – центральное колесо, H – водило. В планетарных редукторах степень подвижности $W=1$. Передаточное отношение планетарного редуктора постоянно. Планетарные передачи делятся на планетарные редукторы и мультипликаторы. **Планетарные редукторы** предназначены для понижения угловой скорости при передаче вращения от входного вала к выходному, а **мультипликаторы** – для повышения угловой скорости. При небольших размерах планетарные передачи могут обладать большими передаточными отношениями. У реального механизма имеются несколько симметрично расположенных сателлитов (рис. 6).

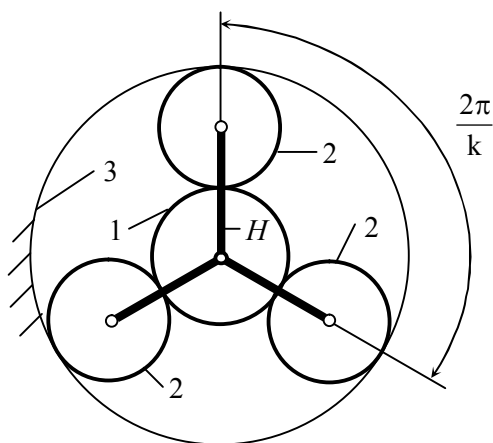


Рисунок 6

Их устанавливают для уменьшения габаритов механизма, снижения усилий в зацеплении, увеличения уравнивания водила. При кинематических расчетах учитывается только один сателлит, так как остальные являются пассивными в кинематическом отношении. Чтобы определить передаточное отношение u_{1H} планетарного редуктора воспользуемся методом обращения движения. Сообщим дополнительное вращение всему механизму с угловой скоростью $(-\omega_H)$, т.е. с угловой

скоростью водила, но противоположно направленное. В результате водило остановится, а оси колес будут неподвижными, т.е. получим зубчатую передачу с неподвижными осями колес (рис.5в).

Угловые скорости звеньев этого механизма находим из очевидных соотношений:

$$\omega_1^{(H)} = \omega_1 - \omega_H; \quad \omega_3^{(H)} = \omega_3 - \omega_H$$

Очевидно, что $u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$, учитывая, что $\omega_3 = 0$, получим

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H}, \quad u_{13}^{(H)} = 1 - u_{1H}^{(3)}.$$

Следовательно

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}, \quad (8)$$

где $u_{1H}^{(3)}$ - передаточное отношение механизма с неподвижным колесом 3, подсчитанное от колеса 1 к звену H , а $u_{13}^{(H)}$ - передаточное отношение механизма, составленного из тех же колес с неподвижными осями O_1 и O_2 , подсчитанное от колеса 1 к колесу 3.

Эта формула справедлива не только для данного механизма, но и для других простых планетарных механизмов с одним водилом и без замыкающих цепей. Она называется **формулой Виллиса**. Для рассматриваемого механизма передаточное отношение $u_{1H}^{(3)}$, выраженное через числа зубьев, получается после подстановки в формулу (8) значения $u_{13}^{(H)}$ из формулы:

$$u_{13}^{(H)} = u_{12} \cdot u_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Передаточное отношение от водила H к колесу 1 равно

$$u_{H1}^{(3)} = \frac{1}{u_{1H}^{(3)}} = \frac{1}{1 - u_{13}^{(H)}}.$$

В обобщенном виде формула Виллиса имеет вид $u_{iH}^{(j)} = 1 - u_{ij}^{(H)}$.

Когда водило является ведущим звеном, передаточное отношение от водила H к колесу i имеет вид

$$u_{Hi}^{(j)} = \frac{1}{u_{iH}^{(j)}} = \frac{1}{1 - u_{ij}^{(H)}}.$$

При небольших размерах планетарные передачи могут обладать большими передаточными отношениями.

Если в планетарном механизме освободить от закрепления колесо 3, число степеней свободы механизма будет равно двум. Такие механизмы называют **дифференциалами**. Они широко применяются в технике как стимулирующие механизмы. Их также устанавливают в ведущих осях безрельсового транспорта во избежание проскальзывания колёс одной оси.

Основная литература 1[разд.2,гл.7 §§29-33, стр.142-174], 2[разд.2, §§21,22, стр.179-186]

Контрольные вопросы:

1. Передаточное отношение зубчатого механизма с неподвижными осями колес?
2. Как вращаются колеса во внешнем зацеплении?

3. Как вращаются колеса во внутреннем зацеплении?
4. Что такое сателлит?
5. Что такое водило?
6. Передаточное отношение планетарного механизма?
7. Какие механизмы называют дифференциалами?

2.2.2 Модуль №2 «Динамический анализ механизмов»

Тема лекции 6 Силовой анализ механизмов

Конспект лекции

6.1 Задачи силового анализа. Силовой анализ механизмов основывается на решении первой задачи динамики – по заданному движению определить действующие силы. Важной задачей динамики механизмов является определение усилий, действующих в кинематических парах механизма. В быстроходных машинах силы инерции, возникающие при их работе, в десятки и в сотни раз превышают весовые характеристики звеньев. Определение усилий в кинематических парах механизма с использованием сил инерции проводят методом кинетостатики (принцип Даламбера).

Для проведения кинетостатического (силового) анализа механизма нужно знать размеры и массы звеньев, моменты инерции вращающихся звеньев, инерционные нагрузки, силы тяжести звеньев, силу сопротивления. Считаются заданными законы движения начальных звеньев и внешние силы, приложенные к звеньям механизма. При решении задач силового анализа используется принцип Даламбера, согласно которому звено механизма может рассматриваться как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам и силам реакций, действующим на него, добавить силы инерции. Уравнения равновесия в этом случае называют уравнениями кинетостатики, чтобы отличить их от обычных уравнений статики, т. е. уравнений равновесия без учета сил инерции. Итак, задачи силового анализа:

- 1) Определение сил реакций в кинематических парах механизма;
- 2) Определение уравновешивающей силы (уравновешивающего момента).

6.2 Силы инерции звеньев плоских механизмов. Обычно звенья плоских механизмов имеют плоскость симметрии, параллельную плоскости движения. Тогда главный вектор сил инерции звена (сокращенно – сила инерции) $\vec{P}_H$ и главный момент сил инерции (сокращенно – момент пары сил инерции) $\vec{M}_H$ определяются по формулам:

$$\vec{P}_H = -m\vec{a}_S, \quad (1)$$

$$\vec{M}_H = -I_S \vec{\varepsilon}, \quad (2)$$

где m – масса звена; $\vec{a}_S$ – вектор ускорения центра масс; I_S – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение звена.

В общем случае плоского движения силу инерции и пару сил инерции можно заменить одной силой, которая должна быть смещена параллельно силе инерции на плечо h (рис. 1а), определяемое из условия

$$h = M_{II} / P_{II}, \quad (3)$$

причем момент силы $\vec{P}_{II}$ относительно центра масс должен иметь то же направление, что и момент пары сил инерции.

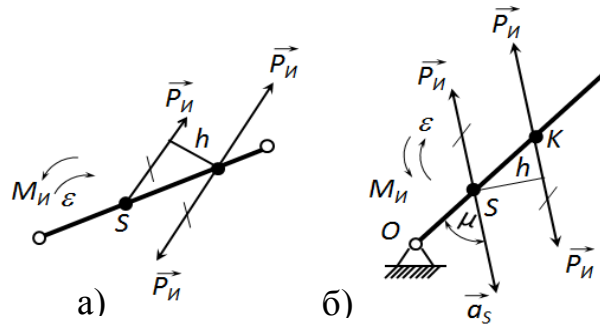


Рисунок 1

При вращательном движении эта сила проходит через центр качения K (рис.1б). Расстояние между центром масс и центром качения находится по формуле

$$l_{SK} = I_S / (m l_{OS}), \quad (4)$$

которая получается из условия (3) после подстановки величин P_{II} и M_{II} из формул (1) и (2) с учетом известной формулы кинематики $\varepsilon = (a_S \sin \mu) / l_{OS}$ и соотношения

$$h = l_{SK} = \sin \mu.$$

6.3 Силы инерции звеньев пространственных механизмов. Главный вектор сил инерции звена в пространственном механизме определяется по формуле $\vec{P}_{II} = -m\vec{a}_S$. Главный момент сил инерции удобно выражать через проекции на главные центральные оси инерции звена:

$$\left. \begin{aligned} M_{IIx} &= -I_x \varepsilon_x - (I_z - I_y) \omega_y \omega_x, \\ M_{IIy} &= -I_y \varepsilon_y - (I_x - I_z) \omega_z \omega_x, \\ M_{IIz} &= -I_z \varepsilon_z - (I_y - I_x) \omega_x \omega_y, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где I_x, I_y, I_z — главные центральные моменты инерции звена; $\omega_x, \omega_y, \omega_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — проекции угловой скорости и углового ускорения на главные центральные оси инерции звена (алгебраические величины).

Переход к проекциям на неподвижные оси выполняется в соответствии с формулами преобразования координат точек звеньев для данного механизма.

6.4 Условие кинетостатической определенности кинематических цепей. Прежде чем решать задачу об определении реакций в кинематических парах, надо выяснить, для каких кинематических цепей соблюдается условие равенства уравнений кинетостатики и числа неизвестных составляющих реакций в кинематических парах (условие кинетостатической определенности).

Для n звеньев, на которые действует пространственная система сил общего вида можно составить $6n$ уравнений кинетостатики. Число неизвестных, подлежащих определению из этих уравнений, для каждой кинематической пары совпадает с числом связей, так как каждая связь дает соответствующую реакцию. Невозможность движения вдоль оси дает реакцию в виде силы, а невозможность вращения вокруг оси — в виде пары сил.

Например, в двухподвижной цилиндрической паре есть две составляющие главного вектора (отсутствует составляющая вдоль оси цилиндра) и две составляющие главного момента (отсутствует составляющая в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра) и т. д.

Следовательно, **условие кинестатической определимости пространственной кинематической цепи** имеет вид

$$6n = 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 \quad (6)$$

где p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 - число кинематических пар V, IV, III, II и I классов. Это условие совпадает с условием равенства нулю числа степеней свободы, т. е. кинестатически определяемыми группами являются структурные группы Ассура.

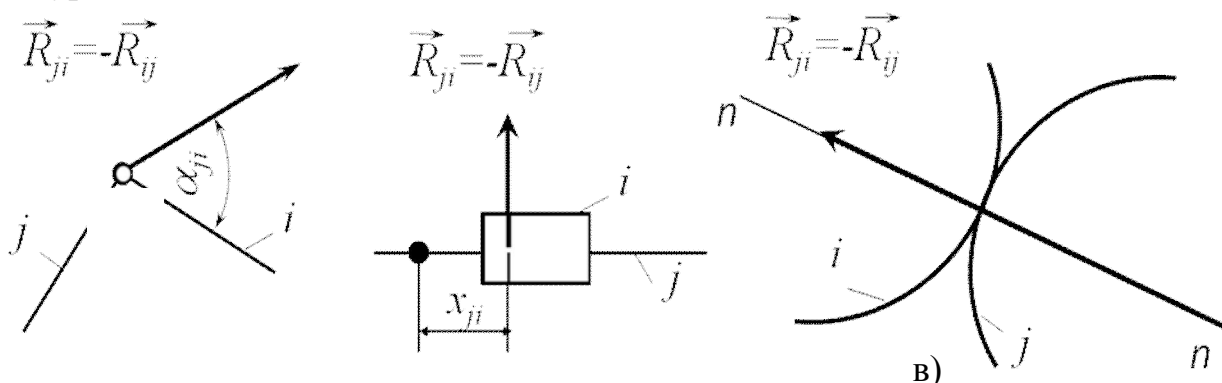


Рисунок 2

Для плоских кинематических цепей число уравнений кинестатики равно $3n$. Число неизвестных для каждой кинематической пары V класса равно двум: модуль реакции $\vec{R}_{ji}$ звена j на звено i и угол α_{ji} – для вращательной пары (рис.2а); модуль реакции $\vec{R}_{ji}$ и координата x_{ji} – для поступательной пары (рис. 2б). Высшая двухподвижная пара (пара IV класса) в плоском механизме дает одну неизвестную – модуль реакции $\vec{R}_{ji}$, так как направление реакции (нормаль nn к соприкасающимся поверхностям) и точка ее приложения известны (рис.2в). Следовательно, **условие кинестатической определимости плоской кинематической цепи** имеет вид

$$3n = 2p_5 + p_4.$$

Для кинестатической определимости плоский механизм должен выполняться без избыточных связей.

Наличие избыточных связей увеличивает число неизвестных составляющих реакций и для их определения дополнительно к уравнениям кинестатики должны быть составлены уравнения деформаций.

6.5 Планы сил для плоских механизмов. Построение планов сил покажем на примере определения реакций в кинематических парах шарнирного четырехзвенника (рис.3а). Считаем, по заданному закону движения начального звена 1 выполнен кинематический анализ и определены силы и пары сил инерции, которые, складываясь с внешними силами, дают для каждого звена

одну результирующую силу $\vec{P}_i$ ($i=1, 2, 3$) и одну пару сил с моментом M_i ($i=2, 3$).

При силовом анализе механизм раскладывается на группы Ассура: I(0,1)→II(2,3). Решение задачи начнем с рассмотрения условий равновесия группы Ассура II класса первого вида, образованной звеньями 2 и 3 (рис.3б), Подлежат определению реакции $\vec{R}_{12}, \vec{R}_{03}, \vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$, т. е. три вектора, или шесть скалярных величин. Все решение состоит из трех этапов. **Первый этап** – определение реакций $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{03}$. Каждую из этих реакций раскладываем на две составляющие: нормальные составляющие $\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{03}^n$ направлены по отрезкам BC и CD , а тангенциальные составляющие $\vec{R}_{12}^t$ и $\vec{R}_{03}^t$ - перпендикулярно им. Знак направления этих составляющих выбираем произвольно. Составляя уравнения моментов относительно точки C для звеньев 2 и 3, получаем два уравнения:

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_C(\vec{F}_i)_2 &= 0 \\ \sum \text{mom}_C(\vec{F}_i)_3 &= 0 \end{aligned} \quad \text{т.е.} \quad \begin{aligned} R_{12}^t l_{BC} - M_2 - P_2 h_2 \mu_l &= 0, \\ R_{03}^t l_{CD} + M_3 - P_3 h_3 \mu_l &= 0, \end{aligned}$$

где h_2 и h_3 - плечи сил относительно точки C , измеряемые по чертежу (мм). Известные моменты M_2 и M_3 должны быть поставлены в эти уравнения со своими знаками.

Второй этап – определим нормальные составляющие $\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{03}^n$.

Решаем графически векторное уравнение суммы сил, действующих на всю группу в целом:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{R}_{03}^t + \vec{R}_{03}^n = 0.$$

Сумма указанных векторов образует замкнутый контур. Он называется планом сил.

Выбираем масштабный коэффициент μ_p в Н/мм (или кгс/мм). Откладываем на плане сил (рис.3в) векторы, изображающие силы $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, модули которых равны: $(ab) = P_2 / \mu_p$ и $(bc) = P_3 / \mu_p$.

Затем откладываем тангенциальную составляющую $\vec{R}_{12}^t$ по соседству с силой $\vec{P}_2$ и тангенциальную составляющую $\vec{R}_{03}^t$ по соседству с силой $\vec{P}_3$, причем

$$(fa) = R_{12}^t / \mu_p \quad \text{и} \quad (cd) = R_{03}^t / \mu_p.$$

Из начала вектора $\vec{R}_{12}^t$ и конца вектора $\vec{R}_{03}^t$ проводим направления нормальных составляющих $\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{03}^n$. Отрезки (de) и (ef) изображают нормальные составляющие $\vec{R}_{03}^n$ и $\vec{R}_{12}^n$. Суммы нормальных и тангенциальных составляющих дают реакции $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{03}$. Стрелки всех векторов должны соответствовать одному и тому же направлению обхода контура, т.е. контур должен быть замкнутым.

Третий этап. Определение реакций $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$.

Эту реакцию находим из уравнения суммы сил, действующих на звено 3 (или на звено 2):

$$\vec{R}_3 + \vec{R}_{03} + \vec{R}_{23} = 0.$$

Для решения этого уравнения соединим точки b и e плана сил. Стрелка вектора $\vec{R}_{23}$ направлена к точке b , вектора $\vec{R}_{32}$ - к точке e .

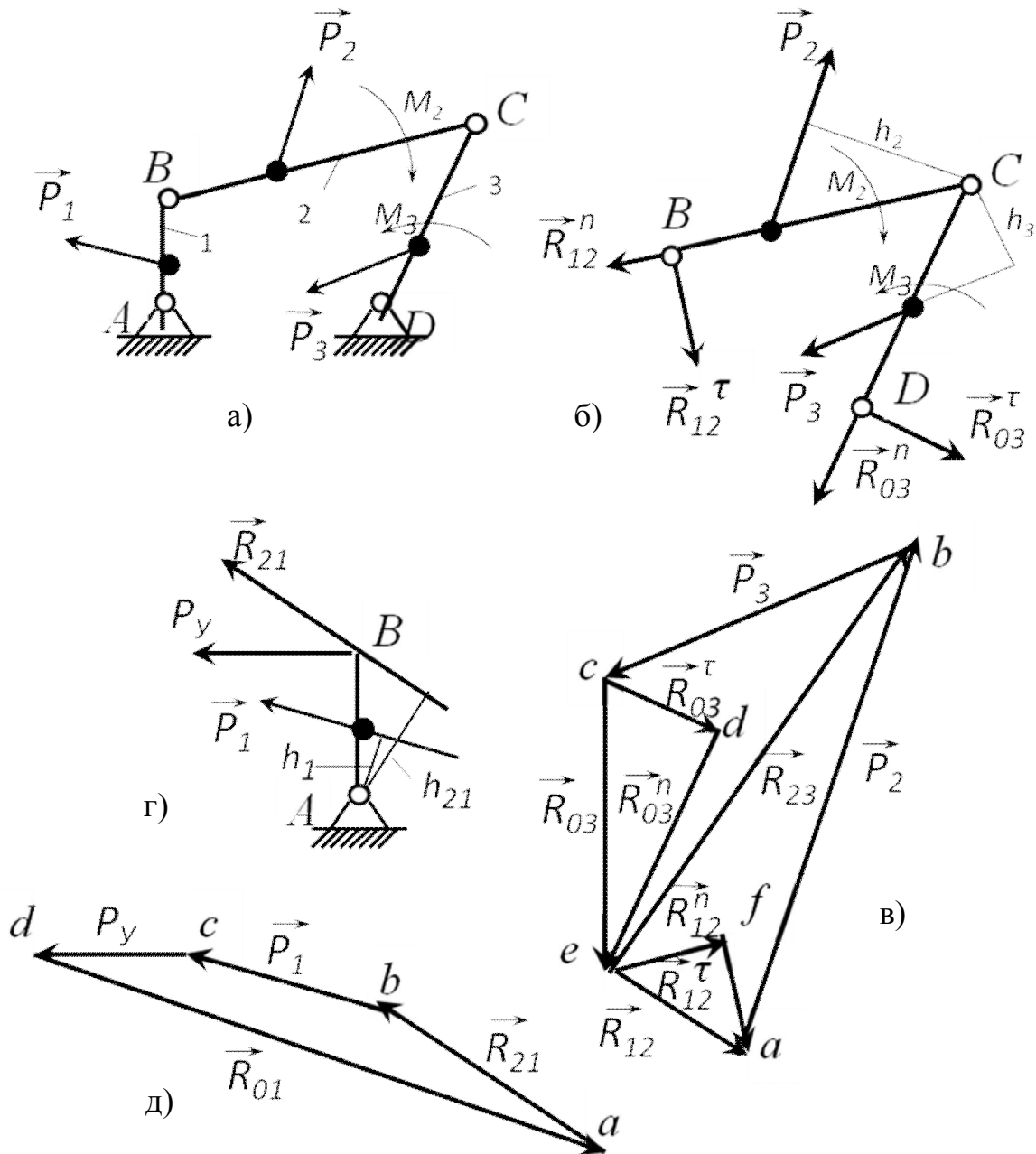


Рисунок 3

Четвертый этап. Рассмотрим *силовой анализ ведущего звена* механизма. Из условия кинетостатической определимости $3n = 2p_5 + p_4$ следует, что под действием произвольно приложенных сил и сил инерции, ведущее звено не находится в равновесии. Для ведущего звена $n=1$, $p_5=1$, $p_4=0$ тогда $3 \cdot 1 \neq 2 \cdot 1$. Чтобы имело место равновесие, необходимо дополнительно ввести силу или пару сил, уравнивающую все силы, приложенные к ведущему звену. Эта

сила и момент пары называется уравновешивающей силой и уравновешивающим моментом.

Для ведущего звена 1 (рис.3г) составим одно скалярное уравнение суммы моментов сил относительно точки A и одно векторное уравнение суммы сил:

$$\sum \text{mom}_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \text{т.е.} \quad P_1 \cdot h_1 \cdot \mu_l + R_{21} \cdot h_{21} \cdot \mu_l + P_y \cdot l_{AB} = 0,$$

$$\sum (\vec{F}_i) = 0 \quad \vec{R}_{21} + \vec{P}_1 + \vec{P}_y + \vec{P}_{01} = 0$$

Из первого уравнения находим уравновешивающую силу - $\vec{P}_y$. Построением плана сил (рис.3д) находим реакцию $\vec{R}_{01}$. Момент сил, действующих на вращающееся начальное звено, определяемый из условия заданного закона движения этого звена, называется *уравновешивающим моментом*.

Основная литература 1 [разд.3, гл.9, §§38,39,52,54,55,57,58, стр. 213-287], 2 [разд.2, §§7, стр.58-63]

Контрольные вопросы:

1. Какой принцип применяется при решении задач силового анализа
2. Силы инерции звеньев при различных случаях движения звеньев
3. Какие задачи решает силовой анализ механизма
4. Условие кинетостатической определимости кинематических цепей

Тема лекции 7 **Теорема Жуковского о жестком рычаге.**

Конспект лекции

7.1 Теорема Жуковского. При определении мощности двигателя и установлении его типа, расчете махового колеса, составлении характеристики регуляторов и в ряде других случаев необходимо знать только уравновешивающий момент или уравновешивающую силу, реакции в кинематических парах исследуемого механизма при этом могут остаться неизвестными. В этом случае удобнее использовать **теорему Жуковского**: «если какой-либо механизм под действием системы сил, находится в состоянии равновесия, то повернутый на 90° в какую-либо сторону план скоростей, рассматриваемый как твердое тело, вращающееся вокруг полюса плана и нагруженное теми же силами, приложенными в соответствующие точки плана, также находится в равновесии».

Для доказательства теоремы воспользуемся принципом возможных перемещений: если система находится в равновесии, то сумма элементарных работ на возможных перемещениях равна нулю (возможные перемещения – это перемещения допускаемые связями):

$$\sum_{i=1}^n [P_i \cdot \delta S_i \cos(\vec{P}_i, \vec{\delta S}_i)] + \sum_{j=1}^k [M_j \cdot \delta \varphi_j] = 0,$$

или разделив на dt ,

$$\sum_{i=1}^n \left[P_i \cdot \frac{\delta S_i}{dt} \cos(\vec{P}_i, \vec{\delta S}_i) \right] + \sum_{j=1}^k \left[M_j \cdot \frac{\delta \varphi_j}{dt} \right] = 0,$$

Получаем:

$$\sum_{i=1}^n [P_i \cdot v_i \cos(\overline{P_i} \overline{v_i})] + \sum_{j=1}^k [M_j \cdot \omega_j] = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n N_i + \sum_{j=1}^k N_j = 0,$$

где P_i – задаваемые силы; v_i – скорости точек приложения P_i ; ω_j – скорости вращения звеньев к которым приложены моменты сил M_j ; N_i , N_j – мощности соответственно сил P_i и моментов сил M_j .

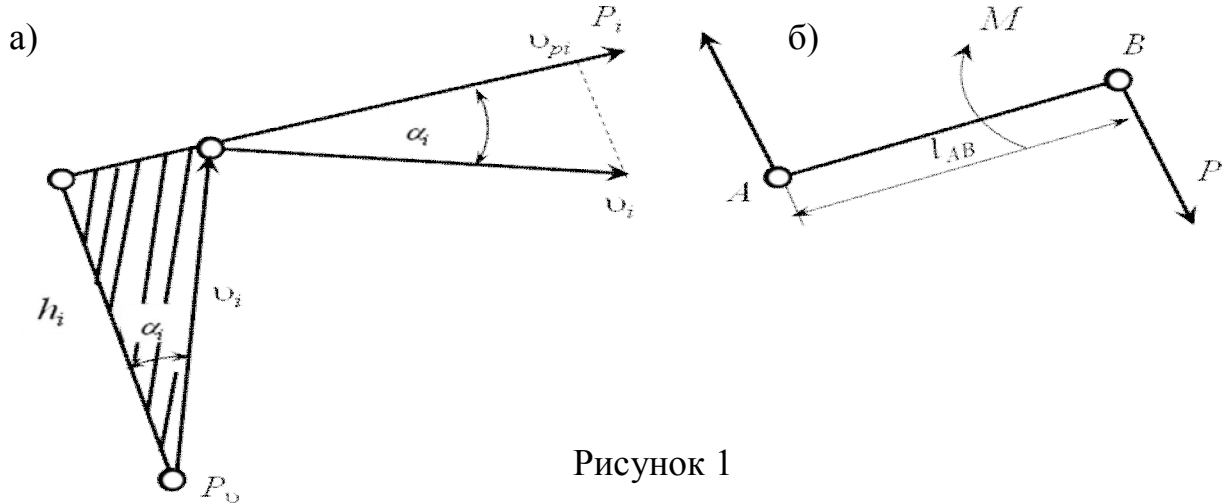


Рисунок 1

Предположим, что в какой то точке звена приложена сила P_i перенесённая параллельно самой себе в соответствующую точку повернутого на 90° плана скоростей (рис.1а). Мощность этой силы можно выразить следующим образом:

$$N_i = P_i \cdot v_i \cos(\overline{P_i} \overline{v_i}) = P_i \cdot \overline{p_{0j}} \cdot \mu_0 \cos(\overline{P_i} \overline{v_i}) = P_i \cdot h_i \cdot \mu_0,$$

где h_i – перпендикуляр, опущенный из полюса плана скоростей на линию действия силы P_i .

Так как полученное выше уравнение, определяющее величину N_i , имеет место для всех сил P_i , действующих на другие звенья механизма, то получаем:

$$\sum_{i=1}^n N_i = \mu_0 \sum_{i=1}^n (P_i \cdot h_i) = 0.$$

Поскольку $\mu_0 \neq 0$, то: $\sum_{i=1}^n (P_i \cdot h_i) = 0$, что и является доказательством теоремы.

Если к звеньям механизма приложены, кроме сил еще и моменты, то каждый из них можно рассматривать как пару сил, составляющая $\vec{P}$ которой равна

$$P = \frac{M}{l_{AB}},$$

где l_{AB} – расстояние (в метрах) между точками A и B приложения сил $\vec{P}$, образующих пару с моментом M (рис.1б).

7.2 Рычаг Жуковского. Рычаг Жуковского это план скоростей, принимаемый за абсолютно твердое тело и повернутый вокруг своего полюса на 90° (как некоторый рычаг с опорой в полюсе плана скоростей), находящийся под действием всех рассматриваемых сил в равновесии.

Метод Жуковского основан на принципе возможных перемещений. Согласно этому принципу, если к материальной системе (механизму)

приложить кроме заданных сил и силы инерции, то сумма элементарных работ всех сил на возможных перемещениях будет равна нулю.

Метод Жуковского достаточно универсален и может быть применен:

1) для определения уравнивающей силы (момента) непосредственно без определения усилий в кинематических парах;

2) для определения приведенных сил и моментов при исследовании движения механизма под действием заданных сил.

Этот метод является геометрической интерпретацией принципа возможных перемещений.

Переносим все заданные силы, действующие на звенья механизма, в том числе и силы инерции, в одноименные точки повернутого плана скоростей, не изменяя при этом величины и направления этих сил. Составляем уравнение моментов относительно полюса плана скоростей, т.е. рассматриваем план скоростей как некоторый *рычаг* с опорой в полюсе плана скоростей, находящийся под действием всех рассматриваемых сил в равновесии. Применение рычага Жуковского позволяет определять искомые силы с помощью только одного уравнения моментов всех сил, действующих на механизм, относительно полюса плана скоростей.

Основная литература 1 [разд.4, гл.15, §§67,68 стр. 336-334], 2 [разд.2, §§7, стр.63-65]

Контрольные вопросы:

1. Рычаг Жуковского?
2. На какой принцип теоретической механики основывается метод Жуковского?
3. Какие силы определяются по методу Жуковского?

Тема лекции 8 **Режимы движения механизмов**

Конспект лекции

8.1 Характеристики сил, действующих на звенья механизмов. Для кинематического и силового анализов надо знать законы движения начальных звеньев, т. е. зависимости обобщенных координат от времени. Эти зависимости находятся из решения второй задачи динамики: по заданным силам определить движение.

Силы, действующие на звенья механизма, могут быть функциями времени. Чаще переменные силы, действующие на звенья механизма, связаны или с перемещениями, или со скоростями точек приложения этих сил.

Функциональная зависимость, связывающая величину силы и кинематические параметры (время, координаты и скорость точки приложения силы), называется *характеристикой силы*. Величина силы в этой зависимости может быть и функцией, и аргументом. Однако для удобства расчетов будем всегда считать, что величина силы есть функция указанных кинематических параметров. При решении задач динамического анализа механизмов, характеристики сил считаются заданными.

8.2 Уравнение движения механизма в форме интеграла энергии (уравнение кинетической энергии). Для определения законов движения начальных звеньев по заданным силам, действующим на звенья механизма, используются уравнения, называемые уравнениями движения механизма. Число этих уравнений равно числу степеней свободы механизма.

Уравнения движения механизма могут быть представлены в различных формах. Для механизмов с одной степенью свободы одна из наиболее простых форм получается на основании теоремы об изменении кинетической энергии. В интегральной форме уравнение движения механизма имеет вид

$$\sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n T_{i0}, \quad (1)$$

где n - число подвижных звеньев механизма; A_i - работа внешних (по отношению к механизму) сил, действующих на звено i на конечном перемещении за рассматриваемый промежуток времени; T_i - кинетическая энергия звена i в конце рассматриваемого промежутка времени; T_{i0} - кинетическая энергия звена i в начале этого промежутка времени.

Уравнение (1) можно получить также из дифференциальных уравнений движения звеньев механизма путем их интегрирования. На этом основании уравнение (1) называют уравнением движения механизма в форме интеграла энергии.

8.3 Полное время движения механизма. Полным временем движения механизма называется промежуток времени от момента начала движения механизма до момента конца его движения. Закон движения всех звеньев механизма определяется законом движения ведущего звена. Полным временем движения механизма является также промежуток времени от момента начала движения ведущего звена до момента конца его движения.

Полное время движения механизма состоит из трех частей:

- а) времени разбега,
- б) времени установившегося движения,
- в) времени выбега.

Время разбега характеризуется возрастанием скорости ведущего звена от нулевого значения до некоторого среднего значения, соответствующего нормальной рабочей скорости ведущего звена механизма. Во **время установившегося движения** обычно скорость ведущего звена механизма колеблется около среднего значения, соответствующего нормальной рабочей скорости ведущего звена механизма, периодически при этом повторяющейся. **Время выбега** характеризуется убыванием скорости ведущего звена от среднего значения нормальной рабочей скорости механизма до нулевого ее значения.

Тахограмма механизма - кривая $\omega = \omega(t)$ зависимости угловой скорости ω ведущего звена от времени t (рис.1). Полное время T движения механизма состоит из T_p времени разбега, $T_{уд}$ времени установившегося движения и T_v времени выбега. В течение времени установившегося движения кривая скорости $\omega = \omega(t)$ имеет некоторые периодические колебания около среднего

значения ω_{cp} , соответствующего нормальной рабочей скорости ведущего звена (рис.1).

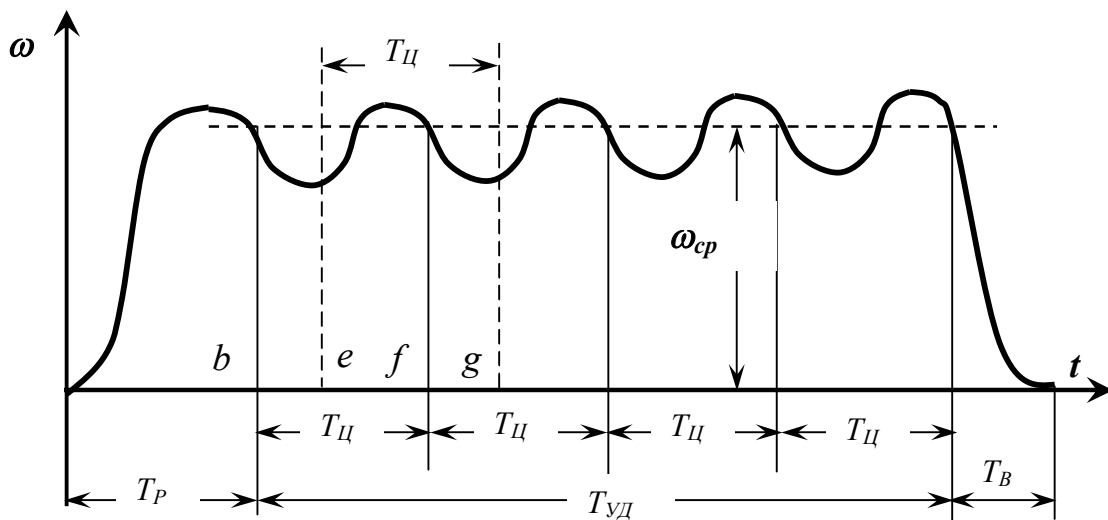


Рисунок 1

Циклом движения ведущего звена механизма называется промежуток времени, по истечении которого положение, скорость и ускорение ведущего звена принимают первоначальные значения. На рисунке 1 время установившегося движения имеет четыре цикла. Каждому циклу движения соответствует время $T_{ц}$. Таким образом, общее время T равно $T = T_p + T_{уд} + T_B$, а время $T_{уд}$ равно $T_{уд} = k \cdot T_{ц}$, где k — число циклов.

Продолжительность времени T_p , времени T_b и времени $T_{ц}$ зависит от соотношений между действующими силами, массами и метрическими параметрами механизма. Если эти соотношения известны и достаточны, то всегда можно определить время разбега T_p , время выбега T_b и время $T_{ц}$ одного цикла движения. Полное время установившегося движения $T_{уд}$ может состоять из любого числа циклов движения и зависит от того, сколь долго необходимо и возможно поддерживать рабочий режим движения механизма - режим со средней рабочей угловой скоростью $\omega_{ср}$. Необходимо отметить, что многие машины и механизмы могут и не иметь четко разграниченных стадий движения. Так, например, в грузоподъемных кранах, экскаваторах, некоторых транспортирующих машинах и др. полное время движения того или иного механизма может состоять из времени разбега и времени выбега, и в этих механизмах отсутствует время установившегося движения с характерными для него циклами движения.

Периодическим движением механизма называется такое движение, при котором в течение некоторого промежутка времени механизм обладает постоянными циклами движения. В течение каждого цикла движение происходит по одному и тому же закону.

Например, рисунок 1 показывает, что механизм имеет периодическое движение на участке времени $T_{\text{уп}}$. Периодическое движение механизма

отличается также и тем, что при любом сдвиге начала отсчета времени $T_{ц}$ это время остается постоянным. Если, например время $T_{ц}$ начать отсчитывать не от точки b , а от точки e , то соответственно конец цикла передвинется из точки f в точку g ; при этом отрезки (bf) и (eg) будут равны между собой.

Цикл может соответствовать одному или нескольким оборотам ведущего вала.

Рассмотрим теперь, чем характеризуются с точки зрения динамики разбег, установившееся движение и выбег. Для этого напомним уравнение кинетической энергии. Это уравнение применительно к механизму может быть написано так:

$$A_d - A_c = \sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2}, \quad (2)$$

где A_d - работа всех движущих сил, A_c — работа всех сил сопротивления, а V_0 и V суть скорости в начале и в конце рассматриваемого перемещения. Для времени разбега механизма необходимым является условие, в соответствии с которым конечная скорость V была бы по величине больше начальной скорости $V > V_0$. Это влечет за собой требование, чтобы работа сил движущих за все это время была больше работы сил сопротивления: $A_d > A_c$.

Для времени установившегося движения через каждый цикл движения величина скорости V становится равной величине скорости V_0 и, следовательно, за тот же цикл работа движущих сил должна быть равна работе сил сопротивления: $A_d = A_c$.

Для времени выбега $V < V_0$ и потому должно быть $A_d < A_c$.

Соответственно, правая часть уравнения (2) принимает последовательно следующие значения:

для времени разбега
$$\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} > 0; \quad (3)$$

для целого числа циклов во время установившегося движения

$$\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} = 0; \quad (4)$$

для времени выбега
$$\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} < 0. \quad (5)$$

Из полученных выражений видно, что за время разбега механизма происходит приращение его кинетической энергии. Во время установившегося движения это приращение за целый цикл движения механизма равно нулю. За время выбега механизма происходит отдача кинетической энергии, накопленной им за время разбега.

8.4 Коэффициент полезного действия механизма. Силы трения принадлежат к диссипативным силам, т. е. к силам, при действии которых на систему полная механическая энергия всегда убывает. Работа, совершаемая силами трения, переходит в тепло и рассеивается. Поэтому мощность сил трения называют обычно потерями мощности на трение или, сокращенно, потерями на трение. Чем меньше потери на трение, тем более совершенным

считается механизм. Для оценки этих потерь вводится понятие коэффициента полезного действия (к.п.д.) механизма.

Различают цикловой и мгновенный к. п. д. механизма. Цикловой к. п. д. механизма есть отношение полезной работы $A_{\text{п}}$ к работе движущих сил $A_{\text{д}}$ за цикл установившегося движения (отношение полезной работы к затраченной работе)

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{д}}} = \frac{A_{\text{д}} - A_{\text{в}}}{A_{\text{д}}} \equiv 1 - \psi,$$

где $A_{\text{п}}$ - полезная работа, $A_{\text{д}}$ - работа движущих сил, $A_{\text{в}}$ - работа сил вредного сопротивления, $\psi = A_{\text{в}} / A_{\text{д}}$ — коэффициент потерь мощности

В этом определении под полезной работой понимают работу сил движущих $A_{\text{д}}$ за вычетом работы $A_{\text{в}}$, затраченной на преодоление сил вредного сопротивления в механизме (например, сил трения в кинематических парах).

Мгновенный к.п.д. механизма есть взятое с обратным знаком отношение мощности внешних сил на ведомом звене к мощности внешних сил на ведущем звене, определяемое из условий статического равновесия механизма с учетом трения в кинематических парах. Мгновенный к. п. д. $\eta_{ij} = -N_j / N_i$, где i — индекс ведущего звена.

Если ведущее звено вращается с угловой скоростью ω_i , то $N_i = M_i \omega_i$, где M_i — момент движущих сил, определяемый с учетом трения, а $N_j = -M_i^0 \omega_i$, где M_i^0 — момент движущих сил, определяемый без учета трения. Тогда $\eta_{ij} = M_i^0 / M_i$.

Формула удобна для вычислений, так как достаточно найти аналитическое выражение момента движущих сил M_i , а выражение M_i^0 получается из него приравниванием нулю коэффициентов, учитывающих трение.

Основная литература 1 [разд.4, гл.14, §§63,64 стр. 313-322], 2 [разд.2, §§8 стр.58-68]

Контрольные вопросы:

1. Из каких фаз состоит полное время движения механизма?
2. Что происходит во время разбега?
3. Чем характеризуется время установившегося движения?
4. Как определяется КПД механизма?

Тема лекции 9 Приведение сил и масс в механизмах

Конспект лекции

9.1 Определение приведенной силы (момента). При исследовании движения механизма, находящегося под действием заданных сил, удобно все силы и моменты, действующие на звенья заменять силами (моментами), приложенными к одному из звеньев механизма, как правило, на ведущее звено.

Процесс замены сил (моментов), эквивалентными силами (моментами) носит название **приведения сил и моментов**. Звено механизма, к которому

приводятся силы и моменты, называется **звеном приведения**, а точка приложения приведенных сил – **точкой приведения**, координата его движения называется **обобщенной координатой**.

Условие эквивалентности сил (моментов), действующих на звенья механизма и приведенной силы (момента) – равенство работ на рассматриваемом возможном перемещении или мощностей.

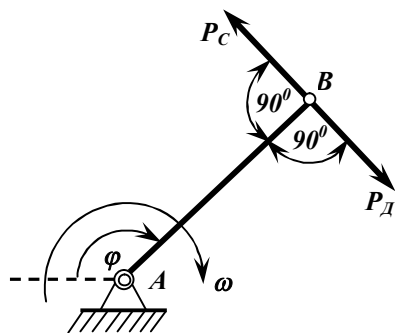


Рисунок 1

Если степень подвижности рассматриваемого механизма $W = 1$ равна единице, то для изучения его движения достаточно знать закон движения одного из его звеньев.

Обычно за звено приведения выбирают то звено, по обобщенной координате которого проводится исследование механизма, т.е. ведущее звено. Тогда вместо рассмотрения всего комплекса звеньев механизма можно рассмотреть звено, например кривошип AB (рис.1), обобщенной координатой которого является угол φ . В точке B этого звена

перпендикулярно к оси кривошипа приложены две приведенные силы: P_d — приведенная движущая сила и P_c — приведенная сила сопротивления. При этом сила P_d должна производить работу A_d , равную работе всех движущих сил, или, что то же самое, развивать мощность N_d , равную мощности всех движущих сил. Сила P_c — должна производить работу A_c , равную работе всех сил сопротивлений, или, иначе, развивать мощность N_c , равную мощности всех сил сопротивлений.

Для определения приведенных сил или их моментов может быть использовано равенство

$$N_{\Pi} = \sum_{i=1}^n N_i. \quad (1)$$

В этом равенстве N_{Π} — мощность, развиваемая приведенной силой или приведенным моментом, а N_i — мощности, развиваемые силами или моментами, приложенными к звену i и подлежащими приведению.

Мощность N_{Π} может быть представлена так:

$$N_{\Pi} = P_{\Pi} V_B = M_{\Pi} \omega, \quad (2)$$

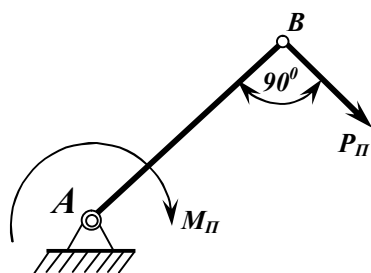


Рисунок 2

где P_{Π} — величина приведенной силы к точке B звена приведения (рис.2). В частном случае она может быть или приведенной движущей силой P_d , или приведенной силой сопротивления P_c (рис.1). V_B — скорость точки приведения B , M_{Π} — приведенный момент пары сил, который может быть приведенным моментом M_d движущих сил или приведенным моментом M_c сил сопротивления, и ω — угловая скорость звена приведения.

Величины приведенной силы P_{Π} и приведенного

момента M_{Π} можно представить в следующем виде:

$$P_{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{V_B}, \quad (3)$$

$$M_{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\omega}. \quad (4)$$

Сумма $\sum_{i=1}^n M_i$ в развернутом виде может быть представлена так:

$$\sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n P_i V_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i, \quad (5)$$

где P_i и M_i — сила и момент, приложенные к звену i , V_i — скорость точки приложения силы P_i , ω_i — угловая скорость звена i и α_i — угол, образованный силой $\vec{P}_i$ и вектором скорости $\vec{V}_i$.

Подставляя выражение для $\sum_{i=1}^n M_i$ из уравнения (5) в уравнения (3) и (4), получаем

$$P_{\Pi} = \sum_{i=1}^n P_i \frac{V_i \cos \alpha_i}{V_B} + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{V_B}, \quad (6)$$

$$M_{\Pi} = \sum_{i=1}^n P_i \frac{V_i \cos \alpha_i}{\omega} + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{\omega}. \quad (7)$$

9.2 Определение приведенной массы и приведенного момента инерции.

При анализе движения механизма удобно оперировать не действительными массами (моментами инерций) его звеньев, а перенесёнными на одно из звеньев механизма, обычно, на ведущее звено.

Условие эквивалентности массы (момента инерций) механизма и его приведённой массы (приведенного момента инерций) — равенство их кинетических энергий.

В общем случае плоскопараллельного движения звена его кинетическую энергию можно представить в виде:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_i^2 + J_i \omega_i^2). \quad (8)$$

Помножим и разделим правую часть уравнения (8) на квадрат скорости V_B^2 точки приведения B , и вынесем эту величину за скобки, получим

$$T = \frac{V_B^2}{2} \sum_{i=1}^n \left(m_i \frac{V_i^2}{V_B^2} + J_i \frac{\omega_i^2}{V_B^2} \right). \quad (9)$$

В равенстве (9) кинетическая энергия T выражена в функции скорости точки приведения. Кинетическую энергию можно также выразить в функции угловой скорости звена приведения. Аналогично получим

$$T = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n \left(m_i \frac{V_i^2}{\omega^2} + J_i \frac{\omega_i^2}{\omega^2} \right). \quad (10)$$

В формулах (9) и (10) выражения в скобках дают нам величины приведенной массы и приведенного момента инерции, т.е.

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left(m_i \frac{V_i^2}{V_B^2} + J_i \frac{\omega_i^2}{V_B^2} \right), \quad (11)$$

$$J_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left(m_i \frac{V_i^2}{\omega^2} + J_i \frac{\omega_i^2}{\omega^2} \right). \quad (12)$$

Из уравнений (6), (7) и (11), (12) следует, что если для каждого положения механизма известны приложенные к его звеньям силы и моменты (массы и моменты инерций), то приведенная сила P_{Π} и приведенный момент M_{Π} (а также приведенная масса m_{Π} и приведенный момент инерции J_{Π}) будут зависеть только от отношений скоростей, которые зависят только от положения его звеньев, т. е. от обобщенной координаты.

Из уравнений (6), (7) и (11), (12) также следует, что при заданных силах P_{Π} и моментах M_{Π} , а также при известных массах и приведенных моментах инерций определение приведенной силы P_{Π} и момента M_{Π} и приведенной массы m_{Π} и приведенного момента инерции J_{Π} не представляет значительных трудностей и может быть сделано, если для каждого исследуемого положения механизма будет построен план скоростей и отношения скоростей в уравнениях (6), (7) и (11), (12) будут выражены через соответствующие отрезки плана скоростей.

9.3 Определение приведенных и уравнивающих сил методом Жуковского. Применим метод Жуковского к нахождению приведенной и уравнивающей сил (или приведенного и уравнивающего моментов).

Пусть, например, на механизм действуют силы $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, причем под действием всех этих сил механизм не находится в равновесии. Требуется определить приведенную силу. Если приведенную силу обозначить через P_{Π} , а проекцию на направление силы элементарного перемещения точки приложения этой силы — через dp_{Π} , то элементарная работа силы P_{Π} выразится так:

$$P_{\Pi} dp_{\Pi} = \sum_{i=1}^n P_i dp_i. \quad (13)$$

Если перенести приведенную силу P_{Π} и силы $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ в соответствующие точки плана скоростей и применить метод Жуковского, то уравнение (13) может быть заменено уравнением

$$M_p(P_{\Pi}) = \sum_1^n mom_p(P_i), \quad (14)$$

т. е. момент приведенной силы P_{Π} относительно точки p — полюса плана скоростей — равняется сумме моментов всех заданных сил относительно той же точки.

Методом Жуковского можно определять также уравнивающую силу P_y или уравнивающий момент M_y .

Для этого следует найти приведенную силу P_{Π} или приведенный момент M_{Π} , предполагая их приложенными к тому же звену, к которому приложены сила P_y и момент M_y . При этом линия действия силы P_y должна совпадать с линией действия силы P_{Π} . Тогда силы P_{Π} и P_y будут как бы приложены к одной общей

точке звена, как правило - ведущего, и будут направлены во взаимно противоположных направлениях, т. е. будут иметь место условия:

$$\vec{P}_y = -\vec{P}_n, \quad (15)$$

и

$$M_y = -M_n. \quad (16)$$

Из условия (15) следует:

$$P_y dp_y = -P_n dp_n = -\sum_{i=1}^n P_i dp_i. \quad (17)$$

Как это было показано выше, если к ведомым звеньям механизма приложена система сил $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, в число которых входят и силы инерции, то для равновесия механизма необходимо к ведущему звену приложить уравновешивающую силу P_y . Уравнение равновесия механизма может быть написано в следующем виде с учетом уравнения (17):

$$P_y dp_y + \sum_{i=1}^n P_i dp_i = 0. \quad (18)$$

В случае применения рычага Жуковского это уравнение заменяется уравнением:

$$M_y(P_y) + n \sum_{i=1}^n M_p(P_i) = 0. \quad (19)$$

Таким образом, если на звенья механизма действуют заданные силы $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, то из уравнения равновесия моментов всех этих сил относительно полюса плана скоростей всегда можно определить величину силы P_y , уравновешивающей заданные силы.

Определив уравновешивающую силу P_y и изменив ее направление на противоположное, согласно уравнению (15), получим приведенную силу P_n .

Основная литература 1 [разд.4, гл.15, §§стр. 334-351], 2 [разд.2, §§стр.69-73]

Контрольные вопросы:

1. Приведенная сила (момент)
2. Приведенная масса (момент инерции)
3. Звено приведения
4. Точка приведения

Тема лекции 10 Дифференциальные уравнения движения звена приведения и их решение

Конспект лекции

10.1 Виды дифференциальных уравнений движения звена приведения.

Уравнение движения машинного агрегата может быть также написано в форме дифференциального уравнения. Обозначим разность приведенных движущей силы P_d и силы сопротивления P_c через P , т. е. $P = P_d - P_c$. Тогда уравнению кинетической энергии можно придать вид

$$dA = P ds = dT \quad \text{или} \quad P = \frac{dA}{ds} = \frac{dT}{ds}, \quad (1)$$

где dA - элементарная работа приведенной силы, ds - элементарное перемещение точки приведения и dT - элементарное приращение кинетической энергии агрегата. Подставляя в уравнение (1) значение кинетической энергии, получаем

$$P = P_d - P_c = \frac{dT}{ds} = \frac{d\left(\frac{m_{\Pi} v^2}{2}\right)}{ds}, \quad (2)$$

где m_{Π} - приведенная масса, в общем случае переменная и являющаяся

функцией пути s . Далее имеем $\frac{d\left(\frac{m_{\Pi} v^2}{2}\right)}{ds} = m_{\Pi} \frac{d\left(\frac{v^2}{2}\right)}{ds} + \frac{v^2}{2} \frac{dm_{\Pi}}{ds}$, но

$$\frac{d\left(\frac{v^2}{2}\right)}{ds} = \frac{d\left(\frac{v^2}{2}\right)}{dv} \frac{dv}{ds} = v \frac{dv}{ds} = v \frac{dv}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{dv}{dt};$$

поэтому уравнение (2) принимает вид

$$P = P_d - P_c = m_{\Pi} \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2} \frac{dm_{\Pi}}{ds}. \quad (3)$$

Другой вид уравнению движения механизмов машинного агрегата можно придать, если воспользоваться приведенным моментом $M_{\Pi} = M_d - M_c$, приведенным моментом инерции I_{Π} и угловой скоростью ω звена приведения. Тогда имеем

$$M_{\Pi} = M_d - M_c = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}, \quad (4)$$

где φ - угол поворота звена приведения. Это уравнение получается аналогично уравнению (2) из уравнения

$$M_{\Pi} = M_d - M_c = \frac{dt}{d\varphi} = \frac{d\left(\frac{I_{\Pi} \omega^2}{2}\right)}{d\varphi}.$$

Для определения истинного движения всех механизмов машинного агрегата достаточно знать закон движения звена, выбранного за звено приведения, т.е. определить из уравнения (3) или (4) обобщенные координаты звена приведения как функции времени. Эти моменты могут быть функциями обобщенной координаты φ , угловой скорости ω , времени t .

Если рассмотреть возможные сочетания этих функций, то можно установить следующие виды уравнений движения, в которых моменты M_d и M_c являются функциями одной и той же переменной:

$$M_d(\varphi) - M_c(\varphi) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}, \quad (5)$$

$$M_d(\omega) - M_c(\omega) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}, \quad (6)$$

$$M_d(t) - M_c(t) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}. \quad (7)$$

В уравнениях (5) – (7) Моменты M_d и M_c являются функциями одной переменной. Но не менее часто они являются функциями различных переменных. Тогда получим уравнения вида:

$$M_d(\varphi) - M_c(t) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}, \quad (8)$$

$$M_d(\omega) - M_c(\varphi) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}, \quad (9)$$

$$M_d(t) - M_c(\omega) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi}. \quad (10)$$

Уравнения (5) – (10) в общем случае являются нелинейными дифференциальными уравнениями, решение которых может быть проведено только приближенными методами.

10.2 Решение нелинейных уравнений движения механизмов. Численное решение уравнения движения механизма при силах, зависящих от положений звеньев. Пусть приведенный момент сил $M = M_d - M_c$ задан как функция обобщенной координаты угла поворота начального звена. Приведенный момент инерции I_{Π} , подсчитанный по формуле $I_{\Pi} = \sum_{i=1}^n [m_i (v_{S_i} / \omega)^2 + I_{S_i} (\omega_i / \omega)^2]$, также есть заданная функция той же координаты φ . Тогда для определения закона движения начального звена удобно применить уравнение движения механизма в форме интеграла энергии

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\Pi} d\varphi = \frac{I_{\Pi} \omega^2}{2} - \frac{I_{\Pi} \omega_0^2}{2} \quad (11)$$

с начальными условиями: при $t = 0$ - $\varphi = \varphi_0$, $\omega = \omega_0$.

Из уравнения движения механизма непосредственно получаем угловую скорость начального звена как функцию обобщенной координаты φ :

$$\omega = \sqrt{(2 / I_{\Pi}) \int M_{\Pi} d\varphi + (I_{\Pi 0} / I_{\Pi}) \omega_0^2}. \quad (12)$$

В некоторых случаях интеграл в подкоренном выражении может быть представлен в конечном виде. Как правило, этот интеграл может быть найден только численным методом.

Для того чтобы найти закон движения начального звена, представим известную нам функцию (2) в следующем виде: $d\varphi / dt = \omega(\varphi)$.

После интегрирования получаем

$$t = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)}. \quad (13)$$

Это интегрирование также выполняется численным методом. В результате находим функцию $t = t(\varphi)$, зная которую можно найти искомую функцию:

$$\varphi = \varphi(t). \quad (14)$$

Продифференцировав функцию $\omega(\varphi)$ по обобщенной координате φ , т.е. определив аналог ускорения, находим угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{d\varphi} \omega. \quad (15)$$

Численное решение уравнения движения механизма при силах, зависящих от скорости. В предыдущем параграфе этой лекции уравнение (6) может быть решено в квадратурах в частном случае, когда приведенные моменты инерции $I_{\Pi} = \text{const}$. В этом случае уравнение (6) примет вид

$$M_{\text{д}}(\omega) - M_{\text{с}}(\omega) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt}. \quad (16)$$

Уравнение (16) приведем к виду

$$\int_{t_0}^{t_i} dt = I_{\Pi} \int_{\omega_0}^{\omega_i} \frac{d\omega}{M_{\text{д}}(\omega) - M_{\text{с}}(\omega)}. \quad (17)$$

Из уравнения (17) определяется время t движения агрегата в функции угловой скорости ω , т.е. $t = t(\omega)$. Производя интегрирование левой части, получаем

$$t_i = t_0 + J_{\Pi} \int_{\omega_0}^{\omega_i} \frac{d\omega}{M_{\text{д}}(\omega) - M_{\text{с}}(\omega)}.$$

Численное решение уравнения движения механизма при силах, зависящих от времени. Уравнение (7) из предыдущего параграфа этой лекции при $I_{\Pi} = \text{const}$, приводится к виду

$$M_{\text{д}}(t) - M_{\text{с}}(t) = I_{\Pi} \frac{d\omega}{dt}. \quad (18)$$

Из уравнения (18) получаем

$$\int_{\omega_0}^{\omega_i} d\omega = \frac{1}{I_{\Pi}} \int_{t_0}^{t_i} [M_{\text{д}}(t) - M_{\text{с}}(t)] dt. \quad (19)$$

Из уравнения (19) определяется угловая скорость ω движения звена приведения в функции времени t :

$$\omega_i = \omega_0 + \frac{1}{I_{\Pi}} \int_{t_0}^{t_i} [M_{\text{д}}(t) - M_{\text{с}}(t)] dt.$$

10.3 Метод Виттенбауэра в исследовании движения механизма. Метод Виттенбауэра является графоаналитическим решением уравнения движения механизма для установившегося движения при силах, зависящих от положений звеньев. Характеристики сил, действующих на звенья механизма, как правило, известны лишь приближенно и часто задаются в графическом виде. Поэтому наряду с численными методами интегрирования уравнений движения механизма применяются также графические и графоаналитические методы. Из этих методов рассмотрим метод Виттенбауэра. Этот метод позволяет в наглядной форме показать, как изменяются угловая скорость начального звена и кинетическая энергия механизма при изменении приведенного момента инерции.

Рассмотрим установившееся движение с периодом, равным 2π . Движущий момент сил, действующих на вращающееся начальное звено, имеет постоянную величину $M_{\text{д}}$; приведенный к этому звену момент всех других внешних сил

M_c есть функция обобщенной координаты. Для удобства расчетов M_c отложена вверх от оси φ , если M_c есть момент сил сопротивления, и вниз, если M_c есть движущий момент (рис.1а).

При установившемся движении должно удовлетворяться условие $M_d 2\pi - \int_0^{2\pi} M_c d\varphi = 0$. Отсюда $M_d = \mu_m \mu_\varphi F / 2\pi$, где μ_m и μ_φ масштабные коэффициенты моментов сил и углов поворота; F – площадь, заключенная между осью абсцисс и графиком $M_c(\varphi)$, причем площадь, расположенная ниже оси абсцисс, вычитается из площади, расположенной выше оси абсцисс.

Уравнение движения в данном случае имеет вид

$$\int_0^\varphi (M_d - M_c) d\varphi = \Delta T, \quad (20)$$

где ΔT – приращение кинетической энергии по отношению к начальному положению, т. е. разность между значением кинетической энергии при данном значении угла φ и ее значением при $\varphi = 0$. По уравнению (1) строим график $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ (рис. 1б). Для этого измеряем любым способом площадь F_{0i} (мм²), заключенную между графиками M_d и M_c в пределах от $\varphi = 0$ до текущего значения $\varphi = \varphi_i$ ($i=1,2,\dots,12$), считая эту площадь положительной при $M_d > M_c$ и отрицательной при $M_d < M_c$. С учетом масштабных коэффициентов $\Delta T = F_{0i} \mu_m \mu_\varphi$.

По известной нам формуле определяем значения $I_\Pi = I_\Pi(\varphi)$ приведенного момента инерции I_Π от угла φ . Затем из графиков $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ и $I_\Pi = I_\Pi(\varphi)$ графическим способом исключаем параметр φ . Для упрощения графического исключения этого параметра располагаем, координатные оси так, как показано на рисунке 1в. Для исключения угла φ находим пересечение горизонталей, проведенных из точек графика ΔT с вертикалями, проведенными из соответствующих точек графика $I_\Pi = I_\Pi(\varphi)$ (рис.1г). Полученный график зависимости приращения кинетической энергии ΔT от приведенного момента инерции I_Π называется **диаграммой Виттенбауэра**. По ней можно определить значение угловой скорости ω начального звена в любом положении механизма, если известно значение $\omega = \omega_0$ при $\varphi = 0$. Для этого откладываем значение кинетической энергии при $\varphi = 0$ от начала координат графика $\Delta T(I_\Pi)$ вниз по оси ординат. Полученная точка O_T определяет начало координат графика $T(I_\Pi)$. Луч, соединяющий любую точку N диаграммы Виттенбауэра с началом координат O_T , образует с осью абсцисс угол ψ , тангенс которого пропорционален квадрату угловой скорости ω . Для доказательства найдем из прямоугольного треугольника $O_T n N$ величину $\operatorname{tg} \psi = (T / \mu_T) / (I_\Pi / \mu_I)$ и, учитывая, что $T = I_\Pi \omega^2 / 2$, получим

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\mu_I}{2\mu_T} \omega^2. \quad (21)$$

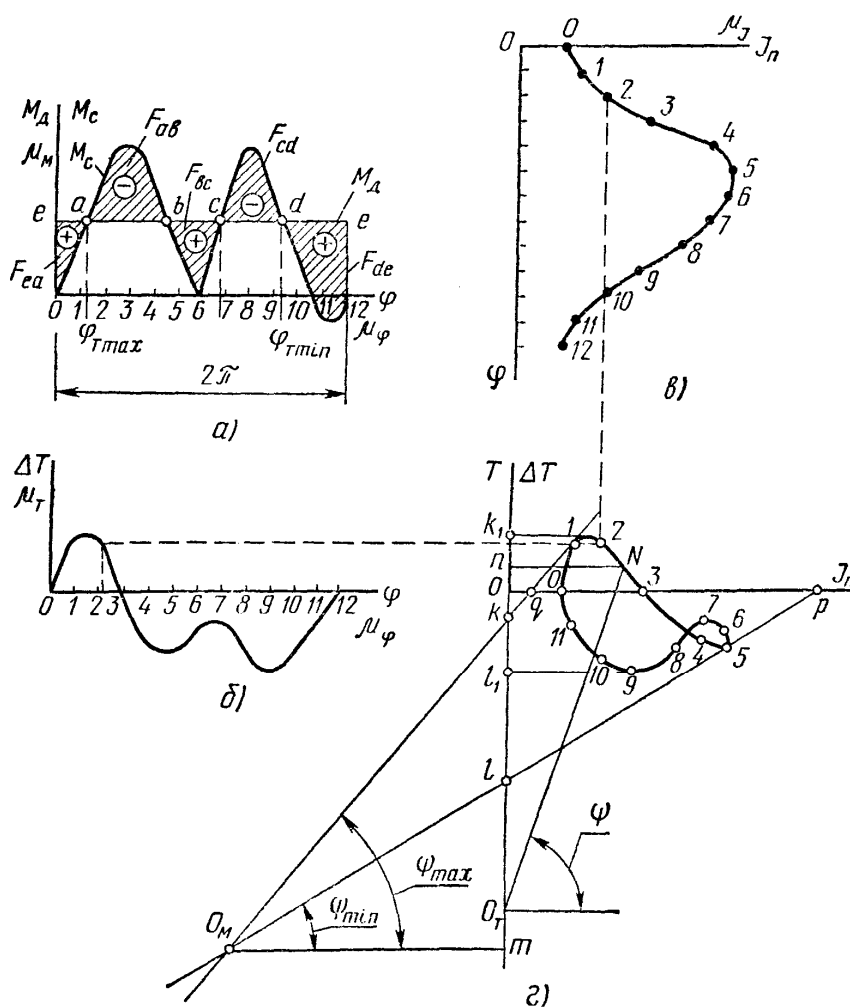


Рисунок 1

Если точка O_T располагается в пределах чертежа, то, пользуясь формулой (2), можно найти искомую зависимость $\omega = \omega(\varphi)$ и далее закон движения начального звена, как было показано ранее. **Коэффициент неравномерности движения механизма.**

При установившемся движении машины принято считать скорость ω начального звена механизма постоянной. Эксперименты показывают, что действительная угловая скорость не постоянна, колебания её значений зависят от нагрузки на ведомое звено, которая также может быть

переменной. Особенно этому подвержены машины для дробления, измельчения, смешивания материала, подъёмно-транспортные и другие машины, работающие в тяжёлом динамическом режиме.

Оценка неравномерности хода машины может быть проведена при помощи коэффициента неравномерности движения механизма δ . **Коэффициент неравномерности движения механизма** - это отношение разности максимального и минимального значений угловой скорости начального звена к ее среднему значению за один период установившегося движения:

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_{cp}, \quad (22)$$

$$\omega_{cp} = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2, \quad (23)$$

где $\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$, ω_{cp} - соответственно, максимальное, минимальное, среднее значение угловой скорости начального звена механизма.

Практикой установлены некоторые, очень широкие, интервалы допустимых значений коэффициента δ для различных типов машин в пределах от 0,2 до 0,003. Наиболее высокие значения коэффициента δ имеют дробильные машины (грохоты), мельницы для измельчения материала, ножницы в прокатном оборудовании, грузоподъёмные машины. Средние значения δ имеют конвейеры и транспортёры. Наиболее низкие значения коэффициента неравномерности

имеют авиационные двигатели, турбины, роторы асинхронных электродвигателей и генераторов. Например, для насосов от 1/5 до 1/30, для двигателей внутреннего сгорания от 1/80 до 1/150 и т.д.

Для регулирования хода машин с целью стабилизации скорости начального звена применяют маховики и специальные регуляторы скорости. Существуют специальные методики расчёта маховых масс, их весовых, габаритных показателей и места установки на механизме. Принцип действия регуляторов скорости основан на использовании центробежных сил инерции (регулятор Уатта). Основные характеристики регулятора – коэффициент регулирования скорости – величина, аналогичная коэффициенту неравномерности хода машины.

10.4 Определение момента инерции маховика по методу Виттенбауэра.

Если коэффициент неравномерности движения механизма, подсчитанный по формуле (22), оказался больше допустимого, то его можно уменьшить путем увеличения массы одного из вращающихся звеньев. Добавочная масса вращающегося звена, предназначенная для обеспечения заданного коэффициента неравномерности движения механизма, называется **маховой массой**. Конструктивно эта масса выполняется как **маховик**, под которым обычно понимается деталь в виде сплошного диска или шкива с тяжелым ободом и спицами.

Для определения необходимого момента инерции маховика заметим, что на основании формул (22) и (23) значения максимальной и минимальной угловой скорости начального звена связаны с величинами δ и ω_{cp} с соотношениями:

$$\omega_{\max} - \omega_{\min} = \delta \omega_{cp}; \quad \omega_{\max} + \omega_{\min} = 2\omega_{cp}. \quad \text{Отсюда} \quad \omega_{\max} = (1 + 0,5\delta)\omega_{cp}, \quad \omega_{\min} = (1 - 0,5\delta)\omega_{cp}.$$

Пренебрегая малой величиной $\delta^2/4$, получаем

$$\omega_{\max}^2 = (1 + \delta)\omega_{cp}^2, \quad \omega_{\min}^2 = (1 - \delta)\omega_{cp}^2.$$

Подставляя значения $\omega_{\max}^2$ и $\omega_{\min}^2$ в формулу (21), находим $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$ из соотношений:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi_{\max} &= \frac{\mu_I}{2\mu_T}(1 + \delta)\omega_{cp}^2, \\ \operatorname{tg} \psi_{\min} &= \frac{\mu_I}{2\mu_T}(1 - \delta)\omega_{cp}^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Проводим касательные к диаграмме Виттенбауэра под углами $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$ к оси I_{II} . Пересечение касательных определит новое положение начала координат O_M графика $T = T(I_{II})$, при котором коэффициент неравномерности движения механизма δ и средняя угловая скорость ω_{cp} имеют заданные значения. Расстояние $O_M t$ от нового начала координат до прежней оси ординат определит искомое значение приведенного момента инерции маховика

$$I_M = (O_M t) \mu_I. \quad (25)$$

Если точка O_M выходит за пределы чертежа, то находим отрезок (kl) , отсекаемый касательными на прежней оси ординат, и, рассматривая треугольники $O_M tk$ и $O_M tl$, получаем

$$(kl) = (O_M m) \cdot (tg\psi_{\max} - tg\psi_{\min}).$$

Из этого соотношения с учетом формул (24) и (25) получаем

$$I_M = \frac{(kl)\mu_T}{\delta\omega_{cp}^2}. \quad (26)$$

При углах $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$, близких к 90° , касательные могут не пересекать ось ординат в пределах чертежа. Тогда отрезок (kl) определяется из соотношения $(kl) = Op \cdot tg\psi_{\min} - Oq \cdot tg\psi_{\max}$, где Op и Oq — расстояния от центра O до точек p и q пересечения касательных с осью абсцисс, проведенных соответственно под углами $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$.

При постоянном приведенном моменте инерции I_{II} диаграмма Виттенбауэра вырождается в отрезок прямой, параллельной оси T , экстремумы кинетической энергии механизма и угловой скорости начального звена совпадают, а формула (26) принимает вид $I_M = A_{изб} / (\delta\omega_{cp}^2)$, где $A_{изб}$ — избыточная работа, под которой понимается сумма работ сил движущих и сил сопротивления на интервале $(\varphi_{T_{\min}}, \varphi_{T_{\max}})$, соответствующем изменению кинетической энергии от наименьшего минимума до наибольшего максимума.

Для определения $A_{изб}$, а следовательно, и для расчета маховика в этом случае можно ограничиться построением только одного графика, показанного на рис.(1а), надо только правильно определить интервал $(\varphi_{T_{\min}}, \varphi_{T_{\max}})$. Например, если минимум кинетической энергии достигается в точках b и d , т. е. в тех положениях, где приращение кинетической энергии перестает убывать, то для выбора наименьшего минимума надо найти знак суммы работ сил движущих и сил сопротивления при переходе от точки b к точке d . В нашем примере знак этой суммы отрицательный $(F_{bc} \langle F_{cd})$ получается в точке d . Аналогично выясняется положение наибольшего максимума, который достигается в точке a , так как $(F_{ab} \rangle F_{bc})$. Следовательно, избыточная работа $A_{изб} = \mu_M \mu_\varphi (F_{de} + F_{ea})$.

Основная литература 1 [разд.4, гл.16,17 §§71 -78 стр. 351-380], 2 [разд.2, §§9, стр.78-84]

Контрольные вопросы:

1. Виды дифференциальных уравнений движения
2. Методы решения дифференциальных уравнений
3. Диаграмма Виттенбауэра
4. Неравномерность движения
5. Момент инерции маховика

Тема лекции 11 Уравновешивание вращающихся звеньев

Конспект лекции

11.1 Статическое и динамическое уравновешивание. Общие методы синтеза механизмов применимы не только к задачам кинематического синтеза, но и к задачам динамического синтеза. Рассмотрим некоторые задачи динамического синтеза, связанные с распределением масс звеньев по условиям уменьшения давлений на стойку механизма. Простейшей задачей этого типа

является задача уравнивания вращающегося звена, при котором полностью или частично устраняются динамические реакции на его опоры, т. е. реакции, зависящие от ускорений (иначе — от сил инерции). Для полного устранения этих реакций необходимо, чтобы главный вектор $\vec{P}_H$ и главный момент сил инерции $\vec{M}_H$ были равны нулю в любой момент движения:

$$\vec{P}_H = 0, \quad (1)$$

$$\vec{M}_H = 0. \quad (2)$$

Иногда ограничиваются выполнением только условия (1), которое равносильно условию постоянства положения центра масс звена, или, что то же самое, условию расположения центра масс на оси вращения звена.

Распределение массы вращающегося звена, переводящее его центр масс на ось вращения, называется **статическим уравниванием** вращающегося звена.

Необходимость статического уравнивания быстровращающихся звеньев можно пояснить числовым примером. Пусть масса звена $m = 10$ кг, постоянная угловая скорость $\omega = 1000$ рад/с (частота вращения ≈ 9500 об/мин), расстояние центра масс от оси вращения $r_s = 0,0001$ м. Тогда величина силы инерции найдется по формуле $P_H = mr_s \omega^2$ или $P_H = 10 \cdot 0,0001 \cdot 1000^2 = 1000$ Н.

Вес звена приблизительно равен 100 Н, т. е. в рассматриваемом случае при очень малом смещении центра масс в 0,1 мм сила инерции превосходит вес в 10 раз. Соответственно возрастут реакции в опорах звена, если его привести во вращение с угловой скоростью 1000 рад/с. Кроме того, следует учесть, что в отличие от сил тяжести силы инерции, а следовательно, и динамические реакции имеют переменные направления и могут вызвать нежелательные колебания звеньев механизма.

Если условие (1) не выполнено, то звено называется **статически неуравновешенным** и за меру статической неуравновешенности или статического дисбаланса принимают статический момент массы звена относительно оси вращения

$$\Delta = mr_s. \quad (3)$$

Неуравновешенность в рассматриваемом случае называют статической, так как ее можно обнаружить статическим испытанием. С этой целью звено цилиндрической формы устанавливают на два горизонтальных ножа (бруска). Если центр масс расположен на оси цилиндра, то звено будет находиться в равновесии при любом положении, в противном случае - оно покатится, и будет двигаться, пока не займет положение устойчивого равновесия, при котором центр масс имеет наинизшее расположение.

Для статического уравнивания надо в направлении, противоположном центру масс звена, установить добавочную массу m_n (противовес) на расстоянии $\vec{r}_n$ от оси вращения (рис.1а).

Если будет выполнено условие

$$m_n \vec{r}_n = -m \vec{r}_s, \quad (4)$$

то сила инерции противовеса $\vec{P}_{и.п}$ окажется равной и противоположной силе инерции $\vec{P}_{и}$ неуравновешенного звена. Результирующая сила инерции при этом

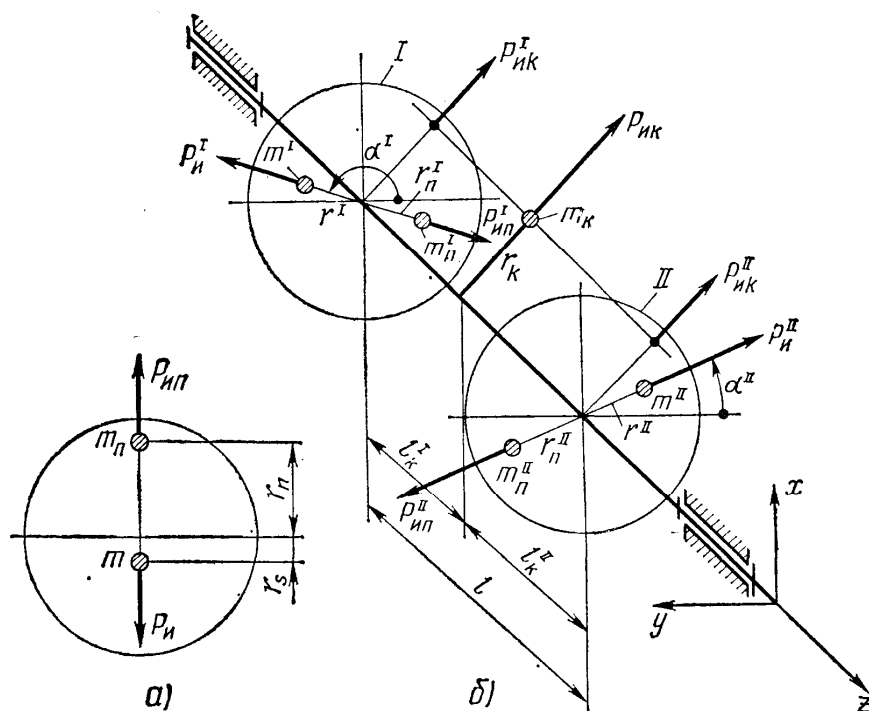


Рисунок 1

условии будет равна нулю. Условие (4) достигается обычно путем проб.

Иногда установку противовеса заменяют удалением (например, высверливанием) массы $m_{п}$. Центр удаляемой массы и центр масс звена располагаются в этом случае по одну сторону от оси вращения. Статического уравновешивания достаточно только для звеньев, имеющих малую протяжен-

ность вдоль оси вращения (например, шкивы, маховики и т. п.). Для звеньев другой формы (например, для валов) должны быть выполнены оба условия уравновешенности звена (1) и (2). В этом случае равны нулю и главный вектор, и главный момент сил инерции и, следовательно, полностью устраняется давление на стойку от сил инерции. Распределение масс вращающегося звена, устраняющее давление от сил инерции этого звена на стойку, называется **полным** (иногда **динамическим**) **уравновешиванием** вращающегося звена.

Покажем, что полное уравновешивание можно выполнить установкой противовесов в двух произвольно выбранных плоскостях I и II, называемых плоскостями исправления (рис. 1б). При равномерном вращении звена с угловой скоростью ω элементарной массе m_k соответствует элементарная сила инерции $\vec{P}_{uk} = -\vec{r}_k \omega^2 m_k$, где $\vec{r}_k$ — радиус-вектор элементарной массы m_k .

Заменим силу $\vec{P}_{uk}$ двумя параллельными составляющими в плоскостях исправления: $\vec{P}_{uk}^I = \vec{P}_{uk} l_k^I / l$, $\vec{P}_{uk}^{II} = \vec{P}_{uk} l_k^{II} / l$ и просуммируем эти составляющие, каждая в своей плоскости. Тогда получаем, что все элементарные силы инерции свелись к двум силам:

$$\vec{P}_u^I = \sum_k \vec{P}_{uk}^I, \quad \vec{P}_u^{II} = \sum_k \vec{P}_{uk}^{II},$$

расположенным под углами α^I и α^{II} к оси y в плоскостях исправления. Эти силы отличаются между собой как по величине, так и по направлению. Иногда говорят, что они образуют **неуравновешенный крест**.

Силы $\vec{P}'_u$ и $\vec{P}''_u$ могут быть представлены как силы инерции масс m' и m'' , находящихся на расстояниях r' и r'' от оси вращения. Тогда мерой полной неуравновешенности можно считать величины статических дисбалансов в плоскостях исправления:

$$\Delta^I = m' r', \quad \Delta^{II} = m'' r''.$$

Практически динамическое уравнивание может быть выполнено путем установки в плоскостях исправления (отсюда название этих плоскостей) двух противовесов. Величины и расположение этих противовесов должны быть выбраны так, чтобы их силы инерции $\vec{P}'_{un}$ и $\vec{P}''_{un}$ уравнивали силы $\vec{P}'_u$ и $\vec{P}''_u$, т.е. были им равны и противоположно направлены. Массы противовесов m'_n и m''_n выбираются из условий: $m'_n r'_n = m' r'$, $m''_n r''_n = m'' r''$, а углы их расположения находятся по соотношениям: $\alpha'_n = \alpha' + \pi$, $\alpha''_n = \alpha'' + \pi$.

Установку противовесов можно заменить удалением масс m'_n и m''_n . Тогда $\alpha'_n = \alpha'$ и $\alpha''_n = \alpha''$.

Углы α' , α'' и величины дисбалансов Δ^I , Δ^{II} в плоскостях исправления находятся, как правило, экспериментальным путем. Экспериментальное определение неуравновешенности вращающегося звена и ее устранение называется балансировкой. Она производится на специальных устройствах, называемых балансировочными станками.

11.2 Уравнивание механизмов. Уравновешенным механизмом называется механизм, для которого главный вектор и главный момент сил давления стойки на фундамент (или опору стойки), остаются постоянными при заданном движении начальных звеньев. Цель уравнивания механизмов — устранение переменных воздействий на фундамент, вызывающих нежелательные колебания, как самого фундамента, так и здания, в котором он находится. Транспортные машины не имеют фундамента, но они также должны быть уравновешены во избежание колебаний звеньев механизма, возникающих вследствие переменного воздействия на стойку со стороны ее опоры (дороги, грунта, пола и т. п.). Обозначим через $\vec{P}_\phi$ главный вектор и $\vec{M}_\phi$ главный момент сил давления фундамента на стойку, $\vec{P}$ и $\vec{M}$ — главный вектор и главный момент всех других сил, внешних по отношению к механизму, $\vec{P}_n$ и $\vec{M}_n$ — главный вектор и главный момент сил инерции звеньев механизма.

Тогда по принципу Даламбера для механизма в целом имеем: $\vec{P} + \vec{P}_n + \vec{P}_\phi = 0$, $\vec{M} + \vec{M}_n + \vec{M}_\phi = 0$. Отсюда условия уравнивания механизма, т. е. условия постоянства $\vec{P}_\phi$ и $\vec{M}_\phi$, принимают вид:

$$\vec{P} + \vec{P}_n = \text{const}, \quad (5)$$

$$\vec{M} + \vec{M}_n = \text{const}. \quad (6)$$

Удовлетворить этим условиям путем распределения масс звеньев или путем введения дополнительных внешних сил, действующих на звенья механизма, удастся только в очень редких случаях. Обычно для обеспечения приближенного постоянства $\vec{P}_\phi$ и $\vec{M}_\phi$ принимают частные условия:

$$\vec{P}_H = 0, \quad (7)$$

$$\vec{M}_H = 0, \quad (8)$$

которым можно удовлетворить подбором масс звеньев и установкой противовесов. Эти условия равносильны условиям (5) и (6) при постоянных $\vec{P}$ и $\vec{M}$.

Распределение масс звеньев, устраняющее давление стойки на фундамент (или опору стойки) от сил инерции звеньев механизма, называется **уравновешиванием масс механизма**.

11.3 Метод замещающих масс. При уравновешивании масс плоских механизмов часто ограничиваются выполнением условия (7), при котором равен нулю только главный вектор сил инерции звеньев механизма. Это условие равносильно требованию: положения центров масс звеньев механизма относительно стойки должны быть постоянными. Распределение масс звеньев механизма, переводящее его центр масс в точку, неподвижную относительно стойки, называется **статическим уравновешиванием масс** механизма. Наиболее наглядное и простое решение задачи статического уравновешивания масс плоских механизмов, получается, по *методу замещающих масс*.

Системой заменяющих масс в плоском движении называется система сосредоточенных масс $m_1, m_2, \dots, m_n$, которая обладает той же массой m , тем же расположением центра масс и тем же моментом инерции I_s , что и заменяемое твердое тело плоского механизма.

Свяжем со звеном систему координат Sx_y , поместив ее начало в центр масс звена. Тогда для четырех заменяющих масс имеем:

$$\left. \begin{aligned} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 &= m, \\ m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 &= 0, \\ m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4 &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$m_1(x_1^2 + y_1^2) + m_2(x_2^2 + y_2^2) + m_3(x_3^2 + y_3^2) + m_4(x_4^2 + y_4^2) = I_s. \quad (10)$$

Если выполнены условия (9), то размещение заменяющих масс называется статическим; если дополнительно выполнено и условие (10), то динамическим или полным. При статическом размещении масс главный вектор сил инерции заменяющей системы равен главному вектору сил инерции звена. При динамическом размещении равны также и главные моменты сил инерции.

В частных случаях число заменяющих масс может быть меньше четырех. Например, статическое размещение можно выполнить по двум точкам, лежащим на одной прямой с центром масс. Если обозначить расстояния масс m_1 и m_2 до центра масс через l_1 и l_2 , то из уравнений (9) получаем:

$$m_1 + m_2 = m,$$

$$m_1 l_1 - m_2 l_2 = 0.$$

Отсюда

$$m_1 = m l_1 / (l_1 + l_2) \quad (11)$$

$$m_2 = m l_2 / (l_1 + l_2). \quad (12)$$

Воспользуемся этими формулами для статического уравновешивания шарнирного четырехзвенника $ABCD$, у которого центры масс звеньев S_1, S_2 и S_3 лежат на линиях, соединяющих центры шарниров (рис.2). Массу m_1 звена 1

заменим двумя массами, сосредоточенными в точках A и B , причем для решения задачи нужна только масса, сосредоточенная в точке B
 $m_{B1} = m_1 l_{AS_1} / l_{AB}$.

Аналогично, при замене массы звена 3 массами, сосредоточенными в точках C и D , получаем

$m_{C3} = m_3 l_{DS_3} / l_{CD}$. Массу m_2 звена 2 заменяем массами, сосредоточенными в точках B и C :

$$m_{B2} = m_2 l_{CS_2} / l_{BC}, \quad m_{C2} = m_2 l_{BS_2} / l_{BC}.$$

В результате замены получаем только две подвижные массы, сосредоточенные в точках B и C :

$$m_B = m_{B1} + m_{B2}, \quad m_C = m_{C2} + m_{C3}.$$

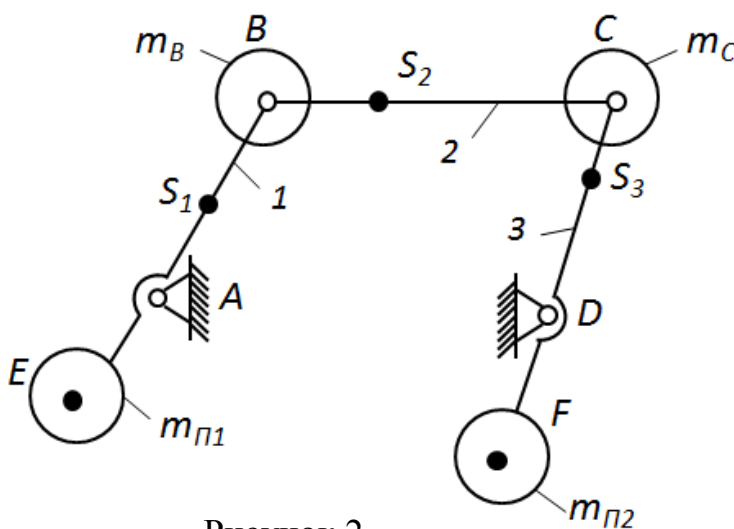


Рисунок 2

Чтобы уравновесить силы инерции заменяющих масс m_B и m_C , достаточно установить на звеньях 1 и 3 противовесы с массами m_{n1} и m_{n2} , удовлетворяющими условиям:

$$m_{n1} l_{AE} = m_B l_{AB}, \quad (13)$$

$$m_{n2} l_{DF} = m_C l_{CD}, \quad (14)$$

где l_{AE} и l_{DF} – расстояния от центров A и D до центров масс противовесов E и F . Аналогично могут быть решены задачи статического уравновешивания других

плоских механизмов.

Основная литература 1 [разд3, гл.13,17 §§59 -62 стр. 287-313], 4 [разд.6, §§6, стр.202-225]

Контрольные вопросы:

1. Что такое статическое уравновешивание масс?
2. Условие динамического уравновешивания?
3. Что такое балансировка?
4. Статическая неуравновешенность?
5. Динамическая неуравновешенность?

Тема лекции 12 **Виброактивность и виброзащита машины**

Конспект лекции

12.1 Основные методы виброзащиты. Вибрация увеличивает динамические нагрузки в элементах конструкций. Из-за этого снижается несущая способность деталей, развиваются трещины, возникают усталостные разрушения. Действие вибрации может изменить внутреннюю и поверхностную структуру материалов, условия трения и износа на контактных поверхностях деталей машин и привести к нагреву конструкций.

Вибрация порождает шум. Шум является важным экологическим показателем среды обитания человека. Вибрация снижает функциональные возможности и работоспособность человека. Поэтому особое значение имеют методы и средства оценки виброактивности и уменьшения уровня вибрации. Совокупность таких методов и средств называется виброзащитой.

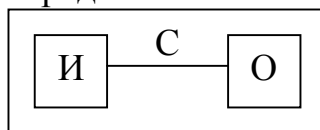


Рисунок 1

При постановке задач виброзащиты в исследуемой механической системе обычно выделяют две подсистемы И и О, соединенные между собой связями С; И – источник колебаний, в котором происходят физические процессы, вызывающие колебания; О – объект виброзащиты, в котором требуется уменьшить колебания. Силы, возникающие в связях С, соединяющих объект с источником колебаний, и вызывающие колебания объекта, называются силовыми (динамическими) воздействиями.

Характерные примеры: двигатель (турбина, генератор, ДВС, любой роторный механизм), установленный на фундаменте, имеет неуравновешенный ротор. Здесь источник колебаний – ротор, объект виброзащиты – корпус двигателя, динамические воздействия – динамические реакции опор ротора. Задача виброзащиты – уменьшить колебания корпуса двигателя, вызванные неуравновешенностью ротора.

Вибрационные воздействия являются колебательными процессами. Вибрационные воздействия делятся на - стационарные, нестационарные и случайные. Простейшим видом стационарного вибрационного воздействия является гармоническое колебание. Гармонические колебания, это периодические процессы, которые описываются функцией времени: $x(t) = X_0 \sin(\omega_0 t + \psi)$, где X_0 – амплитуда; ω_0 – частота; ψ – начальная фаза; t – время.

Уменьшение интенсивности колебаний объекта может быть достигнуто следующими способами:

Снижение виброактивности источника. В этом случае можно применить специальные смазки или уменьшить динамические реакции с помощью уравнивания движущихся масс.

Изменение конструкции объекта. В этом случае устраняются резонансные явления или увеличивается диссипация механической энергии в объекте.

Динамическое гашение колебаний. Динамический виброгаситель формирует дополнительные динамические воздействия, прикладываемые к объекту в точках присоединения гасителя.

Виброизоляция. Действие виброизоляции сводится к ослаблению связей между источником и объектом.

Виброзащитные устройства – демпферы, динамические гасители и виброизоляторы.

12.2 Принципы виброизоляции. В расчетной модели виброзащитной системы можно выделить три основные части: источник возмущения (И), объект защиты (О) и виброизолирующее устройство (ВУ). В простейшем случае источник и объект считаются твердыми телами, движущимися поступательно вдоль некоторой оси x . На рисунке 2 дана принципиальная схема виброзащитной системы: а – общий случай; б – силовое возбуждение $F = F(t)$; в – кинематическое возбуждение $\xi = \xi(t)$. Приложенные к системе внешние

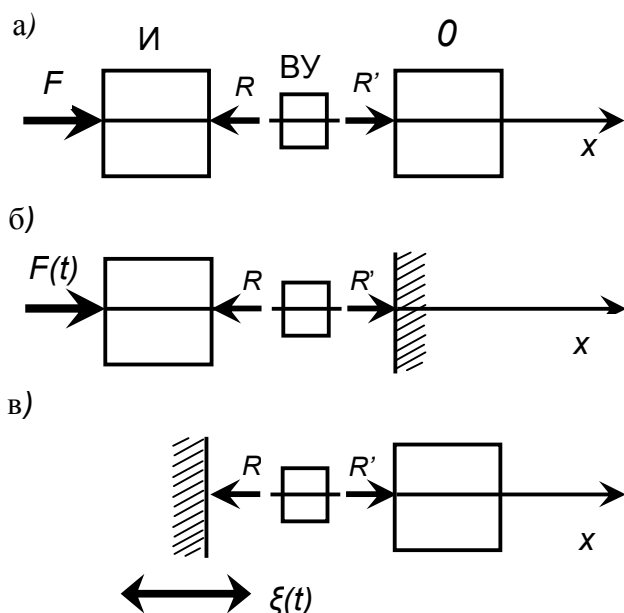


Рисунок 2

силы F (возмущения), а также внутренние силы R и R' , с которыми виброизолирующее устройство, расположенное между источником и объектом, воздействует на них, считаются направленными вдоль оси x . Тем самым ось x служит осью рассматриваемого виброизолирующего устройства.

Схему, представленную на рисунке 2б используют тогда, когда речь идет о защите зданий, сооружений, перекрытий или фундаментов от динамических воздействий, возбуждаемых установленными на них машинами и механизмами с неуравновешенными движущимися

частями или иным виброактивным оборудованием. Схему, представленную на рисунке 2в, используют в задачах виброзащиты приборов, аппаратов, точных механизмов или станков, т.е. оборудования, чувствительного к вибрациям и устанавливаемого на колеблющихся основаниях или на движущихся объектах.

Виброизолирующее устройство представляет важнейшую часть виброзащитной системы. Его назначение состоит в создании такого режима движения, инициируемого заданными возмущениями, при котором реализуется цель защиты объекта. Во многих случаях это оказывается достижимым при использовании безынерционного ВУ, которое для схем, изображенных на рисунке 2, представляет одноосный виброизолятор. Для такого виброизолятора реакции R и R' совпадают по величине. Реакцию R можно считать пропорциональной деформации и скорости деформации виброизолятора: $R = c\delta + b\dot{\delta}$.

Эта зависимость описывает линейную характеристику простого безынерционного виброизолятора. Коэффициенты c и b называются соответственно жесткостью и коэффициентом демпфирования. При $b = 0$ описывает характеристику упругого элемента (пружины); при $c = 0$ – характеристику линейного вязкого демпфера.

Основная литература 4 [разд.10, §§10, стр.267-307]

Контрольные вопросы:

1. Источники колебаний?
2. Объект виброзащиты?
3. Основные методы виброзащиты?
4. Принципы виброизоляции?

2.2.3 Модуль №3 «Синтез механизмов»

Тема лекции 13 Основные задачи синтеза. Кулачковые механизмы. Синтез кулачковых механизмов

Конспект лекции

13.1 Основные задачи синтеза. Проектирование схемы механизма по заданным его свойствам называется **синтезом механизма**. Основными задачами синтеза механизмов, имеющими особенно важное значение в технике, являются:

- 1) преобразование вращательного движения вокруг одной оси во вращательное движение вокруг другой оси;
- 2) преобразование вращательного движения вокруг одной оси в поступательное движение вдоль некоторой заданной прямой, и наоборот;
- 3) преобразование поступательного движения вдоль одной заданной прямой в поступательное движение вдоль другой заданной прямой;
- 4) воспроизведение одной из точек звеньев рычажного механизма требуемой траектории, воспроизведение заданных углов поворота ведомого звена, движения ведомого звена с остановками.

13.2 Кулачковые механизмы.

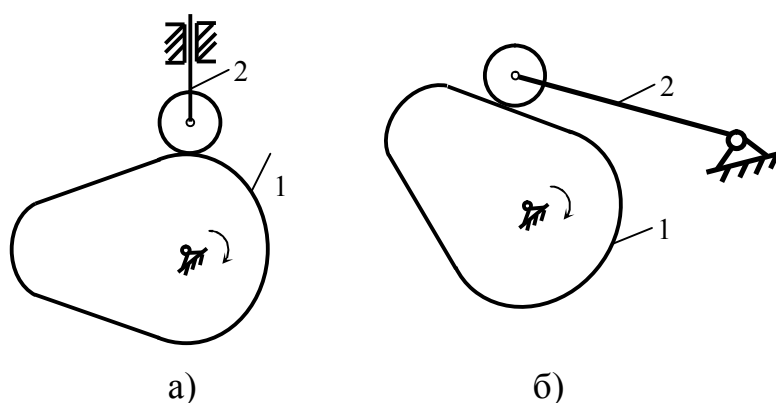


Рисунок 1

Этот тип механизмов применяется в тех случаях, когда движение ведомого звена должно изменяться по заданному закону или, когда оно временно останавливается при непрерывном движении ведущего звена. **Кулачковым механизмом** называется механизм, в состав которого

входит **кулачок**. **Кулачком** называется звено, которому принадлежит элемент высшей пары, выполненный в виде поверхности переменной кривизны.

Выходное (ведомое) звено кулачковых механизмов совершает возвратное движение. Прямолинейно движущееся выходное звено кулачкового механизма называется **толкателем**, а вращающееся (качающееся) – **коромыслом**. Для уменьшения трения о поверхность кулачка выходное звено снабжается роликом. Наиболее распространены два вида схем кулачковых механизмов: с поступательно движущимся ведомым звеном (рисунок 1а) и вращающимся ведомым звеном 2 (рисунок 1б).

При движении ролика ведомого звена по части кулачка, профилированного окружностью, звено неподвижно, затем набегающий выступ на кулачке приводит в движение ведомое звено.

Кулачковые механизмы в частности используются в газораспределительных механизмах двигателя внутреннего сгорания и т.д.

Наиболее актуальная задача при исследовании кулачковых механизмов – построение профиля кулачка по заданному закону ведомого звена (синтез кулачковых механизмов). Закон движения ведомого звена может быть задан аналитически или графически.

13.3 Синтез кулачковых механизмов. Синтез кулачковых механизмов состоит из двух этапов:

1) определение основных размеров механизма (минимальный радиус-вектор кулачка, длина коромысла и т. д.);

2) определение элемента высшей пары на кулачке по заданной зависимости между перемещениями входного и выходного звеньев.

13.3.1 Выбор закона движения выходного звена кулачкового механизма. Кулачковые механизмы имеют преимущественное распространение в машинах-автоматах, где они служат для выполнения заданной последовательности перемещений обрабатываемых изделий.

Законы движения выходных звеньев, удовлетворяющие одним и тем же граничным условиям, сравнивают при помощи безразмерных коэффициентов, выражающих кинематические и динамические характеристики механизма.

Пусть, например, для закона движения толкателя кулачкового механизма $s = s(t)$ заданы граничные условия: в начале фазы подъема $t = 0$ и $s = 0$, в конце фазы $t = t_n$ и $s = h$. Тогда величины максимальных скоростей и ускорений толкателя $v_{\max}$ и $a_{\max}$ характеризуются безразмерными коэффициентами:

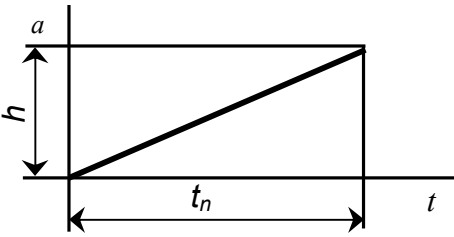
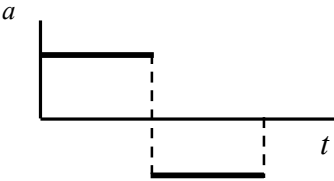
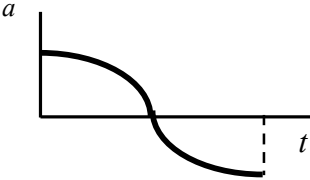
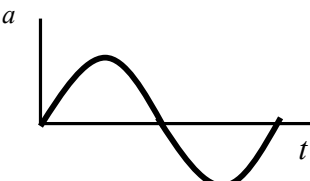
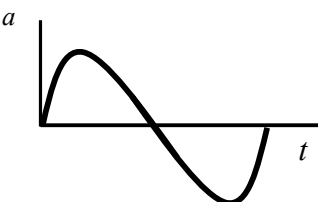
$$\delta_{\max} = \frac{v_{\max}}{h/t_n}, \quad \xi_{\max} = \frac{a_{\max}}{h/t_n^2}.$$

В таблице 1 приведены некоторые употребительные законы движения с указанием коэффициентов $\delta_{\max}$ и $\xi_{\max}$. Для кулачково-коромысловых механизмов вместо величин s и h соответственно должны быть углы поворота коромысла ψ и $\psi_{\max}$. Безразмерные коэффициенты имеют ту же величину и характеризуют максимальные значения угловых скоростей и ускорений коромысла.

Простейшим законом движения является закон постоянной скорости (равномерное движение), при котором максимальная скорость толкателя $v_{\max}$ имеет наименьшую величину. Но в начале и в конце движения происходят жесткие удары ($a_{\max} \rightarrow \infty$).

Жестких ударов можно избежать, используя закон постоянного ускорения, при котором толкатель сначала движется равноускоренно, а потом равнозамедленно. Однако при переходе от равноускоренного к равнозамедленному движению мгновенно изменяются направление ускорения, следовательно, и силы инерции (мягкий удар), что приводит к упругим колебаниям и увеличению динамических нагрузок.

Таблица 1

Название	График	Безразмерные коэффициенты	
		$\delta_{\max} = \frac{v_{\max}}{h/t_n}$,	$\xi_{\max} = \frac{a_{\max}}{h/t_n^2}$.
Постоянная скорость		1	
Постоянное ускорение		2	4
Косинусоидальное ускорение		1,57	4,93
Синусоидальное ускорение		2	6,28
Полином пятой степени		1,88	5,77

Избежать мгновенного изменения ускорения по направлению можно, применяя закон косинусоидального ускорения, при котором в начале и в конце движения, если далее следует выстой, происходит изменение ускорения только по величине.

Можно найти законы изменения ускорения, называемые безударными, в которых нет скачков изменений скоростей и ускорений. Например, закон движения с ускорением, изменяющимся по синусоиде.

13.3.2 Угол давления кулачкового механизма. Основные размеры кулачкового механизма выбираются из условий выполнения заданных ограничений. Из них можно отметить ограничение по углу давления на ведомое звено. Определим угол давления на ведомый толкатель для механизма, в котором центр ролика B движется по прямой, смещенной относительно центра вращения кулачка на величину эксцентриситета - e (рис.2). Это смещение

Перемещение толкателя s и угол поворота кулачка φ отсчитываются от положения начала фазы подъема, т.е. от наинизшего положения центра ролика. Наинизшее положение находится на расстоянии R_0 от центра вращения кулачка. Это расстояние называется начальным радиусом и совпадает с минимальным радиус-вектором теоретического профиля кулачка, под которым понимается траектория центра ролика относительно кулачка. **Угол давления** ν на ведомый толкатель равен углу между нормалью nn к профилю кулачка и скоростью центра ролика. Его величину можно найти из повернутого на 90° плана скоростей, в котором

Полюс плана скоростей p совместим с центром ролика B , а точку b_1 плана – с центром вращения кулачка. Тогда масштабный коэффициент плана скоростей

где μ_l - масштабный коэффициент длин; ω - угловая скорость кулачка.

Из точки b_1 проводим направление вектора $\vec{V}_{B_2B_1}$ (в повернутом плане параллельно нормали nn) до пересечения с проведенным из полюса p перпендикуляром к скорости толкателя $\vec{V}_B$. Полученный отрезок pb_2 дает величину скорости $\vec{V}_{B_2}$:

$$V_{B_2} = pb_2\mu_v. \quad (3)$$

Подставляя в эту формулу значение масштабного коэффициента из (2) и учитывая, что $V_{B_2} = s'\omega$, где $s' = ds/d\varphi$ - величина аналога скорости толкателя, получаем

$$pb_2 = s' / \mu_l, \quad (4)$$

т.е. отрезок pb_2 в масштабе схемы изображает аналог скорости толкателя. Из Δb_1kb_2 с учетом формулы (4) находим

$$\operatorname{tg} v = (s' - e) / (s + \sqrt{R_0^2 - e}). \quad (5)$$

Для кулачкового механизма с центральным толкателем, т.е. для механизма без смещения, имеем

$$\operatorname{tg} v = s' / (s + R_0). \quad (6)$$

Если траектория центра ролика мало отличается от прямой, проходящей на расстоянии e от центра вращения кулачка, то для кулачково-коромыслового механизма угол давления можно приближенно определять по формуле (5).

Выбор допускаемого угла давления. Различают два основных случая выбора допускаемого угла давления в кулачковых механизмах: 1) требуется получить малые габариты механизма; 2) требуется получить высокий к.п.д.

Для получения малых габаритов надо уменьшать начальный радиус R_0 . При этом согласно формуле (5) увеличивается угол давления и возрастают реакции в кинематических парах. Это возрастание реакций можно оценить коэффициентом возрастания усилий

$$v = P_{12} / P, \quad (7)$$

где P_{12} - величина реакции со стороны кулачка или ролика на ведомый толкатель; P - величина силы сопротивления, действующей на толкатель (включая силу инерции). При $P = P_2 + m_2a$ и с учетом ранее известной формулы для определения величины реакции P_{12} получаем

$$v = [\cos v - f(1 + 2z/l)\sin v]^{-1}. \quad (8)$$

Отсюда, задаваясь предельным значением коэффициента возрастания усилий $v_{\max}$, получаем уравнение для определения допускаемого угла давления:

$$\cos v_{\text{дон}} - (1 + 2z/l)\sin v_{\text{дон}} = v_{\max}^{-1}. \quad (9)$$

Для получения достаточно высокого к.п.д. при небольших габаритах надо выбрать оптимальное значение мгновенного к.п.д. $\eta_{\text{опт}}$ и при $v = v_{\text{дон}}$:

$$\eta_{\text{опт}} = 1 - f(1 + 2z/l)\operatorname{tg} v_{\text{дон}}.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} v_{\text{дон}} = \frac{1 - \eta_{\text{дон}}}{f(1 + 2z/l)}. \quad (10)$$

В практике угол давления $\nu_{\max}$ для кулачковых механизмов с толкателем принимается равным $\nu_{\max} = 30^\circ \div 40^\circ$. Для кулачково-коромысловых механизмов $\nu_{\max} = 45^\circ \div 50^\circ$.

13.3.3 Определение основных размеров кулачка из условия ограничения угла давления. Пусть требуется определить начальный радиус R_0 для кулачкового механизма с центральным толкателем. Построим график зависимости аналога скорости толкателя от перемещения s . Для этого продифференцируем перемещение толкателя s по углу поворота кулачка φ : $s' = ds / d\varphi$ (рис.3а).

Оси графика располагаем в соответствии с повернутым планом скоростей (см. рис.2а), т.е. ось S направляем вверх, значения s' при вращении кулачка

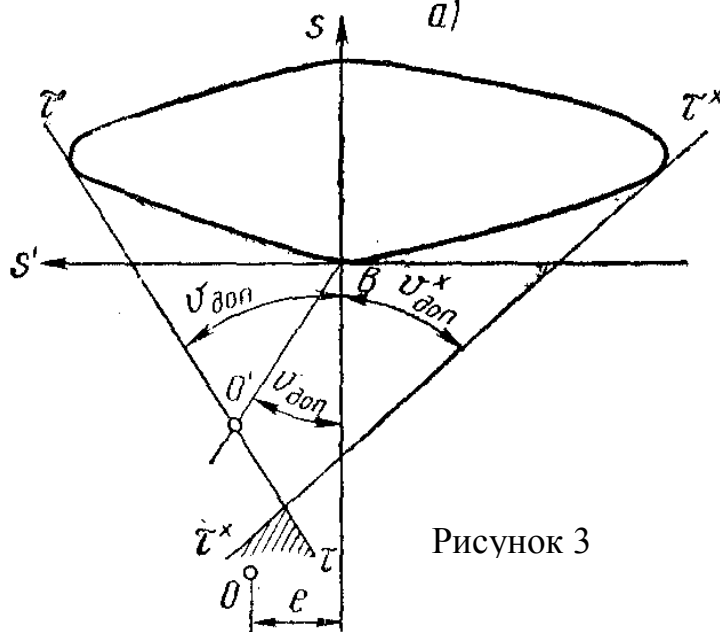
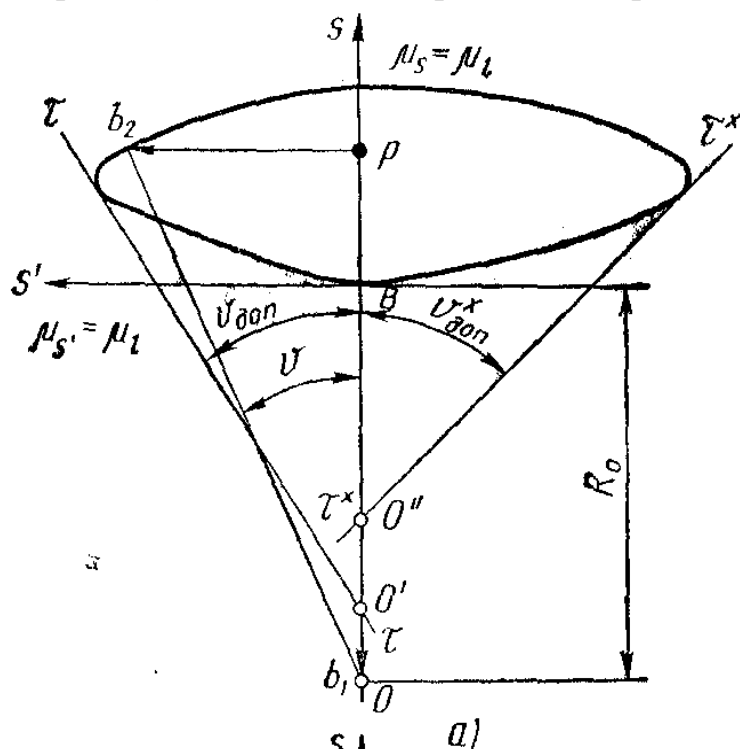


Рисунок 3

против хода часовой стрелки откладываем влево на фазе подъема ($s' > 0$) и вправо – на фазе опускания ($s' < 0$) (рис. 3). Масштабные коэффициенты по обеим осям графика должны быть равны масштабному коэффициенту длин $-\mu_l$. Выберем центр вращения кулачка O на продолжении оси s . Тогда для любой точки b_2 графика $s'(s)$ прямая Ob_2 составляет с осью s угол давления ν , так как тангенс этого угла удовлетворяет формуле (6). Максимальное значение угла давления получается в том положении толкателя, когда прямая Ob_2 является касательной к графику $s'(s)$.

Проведем эти касательные ($\tau\tau$ и $\tau^x\tau^x$) под углом $\nu_{\text{доп}}$ к оси s на фазе подъема и под углом $\nu_{\text{доп}}^x$ – на фазе опускания. Для того, чтобы угол давления не превосходил допустимых значений $\nu_{\text{доп}}$ и $\nu_{\text{доп}}^x$, надо выбирать центр вращения кулачка ниже точек O' и O'' . Точки O' и O'' – точки пересечения касательных $\tau\tau$ и

$\tau^x \tau^x$ с осью s . Расстояние между выбранным центром вращения кулачка и началом координат графика $s'(s)$ и дает величину начального радиуса R_0 .

При тех же значениях $v_{дон}$ и $v_{дон}^x$ минимальную величину радиуса R_0 можно уменьшить, если применить смещенный толкатель. В этом случае центр вращения кулачка O можно выбирать в заштрихованной области (рис. 3б), определяемой пересечением касательных $\tau\tau$ и $\tau^x\tau^x$.

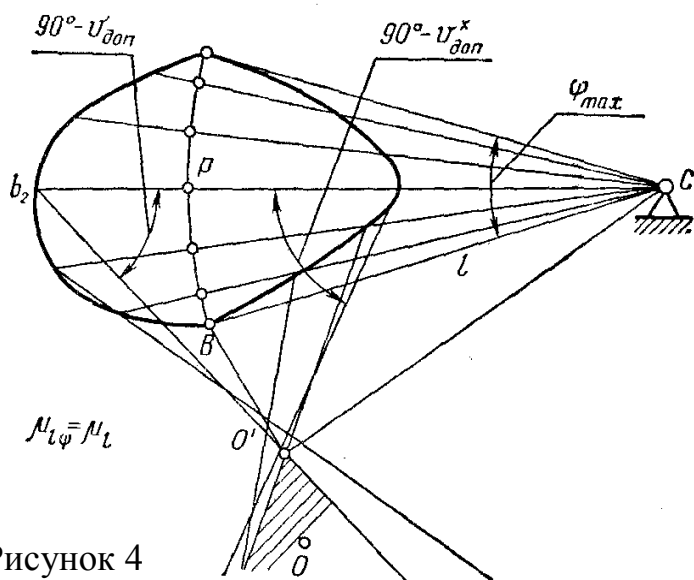


Рисунок 4

Для кулачкового коромыслового механизма дифференцируем угол поворота коромысла ψ по углу поворота кулачка φ и находим аналог скорости центра ролика: $dV_B / d\varphi = l\psi'$, где l - длина коромысла; $\psi' = d\psi/d\varphi$ - аналог угловой скорости коромысла.

Затем по зависимости $\psi(\varphi)$ в пределах заданного угла размаха ψ_{max} строим несколько положений коромысла BC . Для этого откладываем от точки B вдоль этих положений значения

$l\psi'$, принимая масштабный коэффициент для $l\psi'$ равным масштабному коэффициенту длин (рис.4). Значения $l\psi'$ откладываются на фазе подъема от центра вращения C , если кулачок и коромысло вращаются в противоположных направлениях, и к центру C , если они вращаются в одну сторону. Указанные построения дают геометрическое место точек b_2 повернутых планов скоростей. На основании свойств этих планов допускаемая зона для центра вращения кулачка O располагается между огибающими прямыми, проведенными из каждой точки b_2 под углом $90^\circ - v_{дон}$ к отрезку pb_2 на фазе подъема и под углом $90^\circ - v_{дон}^x$ на фазе опускания. Вследствие приближенности всех расчетов, связанных с допускаемым углом давления, практически эта зона располагается между прямыми, имеющими наинизшую точку пересечения O' (заштрихованную область). Выбранное в допускаемой зоне положение центра O определяет искомый начальный радиус R_0 и расстояние между центрами вращения кулачка и коромысла.

13.3.4 Определение профиля кулачка по заданному закону движения выходного звена. Рассмотрим графическое построение профиля кулачка. При решении этой задачи считаем заданными: $s = s(\varphi)$ - зависимость перемещения толкателя от угла поворота кулачка, смещение e , начальный радиус R_0 и радиус ролика r (рис.5).

Построение теоретического (центрового) профиля начинается с разметки траектории центра ролика B .

Для этого по заданным R_0 и e найдем наинизшее положение центра ролика B_0 и затем на участке B_0B_n длиной h отметим его положения при равных интервалах изменения угла φ .

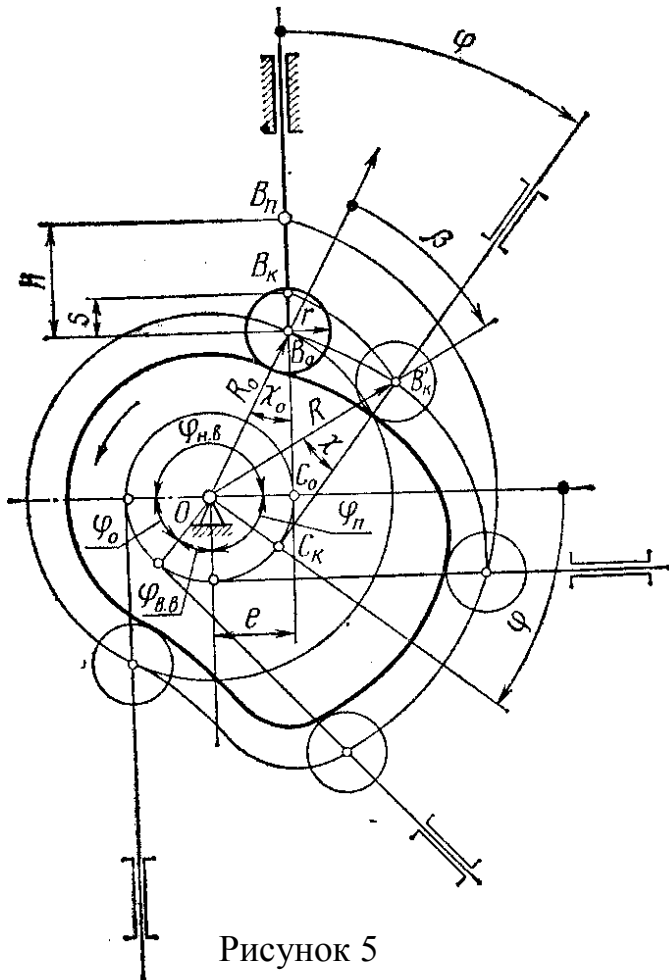


Рисунок 5

На рисунке 5 показано только одно промежуточное положение B_k , которому соответствует точка B'_k центрального профиля. Чтобы построить искомый профиль кулачка, применим метод обращения движения. Для этого сообщим всему механизму угловую скорость $(-\omega_k)$, равную угловой скорости кулачка, но направленную противоположно. Тогда кулачок остановится, а толкатель будет вращаться. Чтобы выполнить этот поворот, проведем касательную к окружности с радиусом e в точке C_k , отстоящей от точки C_0 на угол φ . Искомая точка B'_k находится на пересечении окружности радиуса OB_k с прямой, изображающей положение толкателя в обращенном движении.

Повторяя указанное построение для различных положений точки B

на фазах подъема и опускания (φ_n и φ_0) получаем центральной профиль кулачка. На участках верхнего и нижнего выстоев ($\varphi_{в.в}$ и $\varphi_{н.в}$) центральной профиль очерчивается по дугам окружностей с радиусами R_0 и $\sqrt{h^2 + R_0^2 + 2h\sqrt{R_0^2 - e^2}}$.

После построения центрального профиля вычерчиваем окружности с радиусом ролика r и центрами на теоретическом профиле. Практический профиль кулачка находим как огибающую кривую семейства окружностей, представляющих собой последовательные положения ролика. Полярные координаты точек центрального профиля вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{s^2 + R_0^2 + 2s\sqrt{R_0^2 - e^2}}, \\ \beta &= \varphi \pm (\chi_0 - \chi) \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где

$$\chi = \arcsin \frac{|e|}{R}, \quad 0 < \chi < \pi/2,$$

$$\chi_0 = \arcsin \frac{|e|}{R_0}, \quad 0 < \chi_0 < \pi/2.$$

Знак минус в формуле (11) берется при положительном смещении, знак плюс – при отрицательном смещении. Угол χ меньше угла χ_0 , поэтому полярный угол β меньше угла поворота кулачка φ при положительном

смещении и соответственно больше при отрицательном смещении. Если смещение $e = 0$, то углы β и φ совпадают.

При обработке профиля кулачка часто принимают радиус режущего инструмента (фрезы или шлифовального круга) равным радиусу ролика. Тогда достаточно знать координаты центрального профиля кулачка. Если же радиусы ролика и режущего инструмента не совпадают, то по обычным правилам вычисления координат огибающей находится траектория центра инструмента, отстоящая от центрального профиля на величину, равную разности радиусов ролика и инструмента.

Основная литература 1[разд.5,гл.19,24 , §§85,104-108,стр.404,507-549], 2[разд.3,§§ 23,24,стр.191-209]

Контрольные вопросы:

1. Задачи синтеза механизмов?
2. Задача синтеза кулачковых механизмов?
3. Основные размеры кулачка?
4. Угол давления кулачкового механизма?
5. Выбор закона движения ведомого звена?

Тема лекции 14 Синтез зубчатых механизмов

Конспект лекции

14.1 Основы синтеза зацеплений. Взаимодействующие поверхности звеньев высшей пары, обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются *сопряженными поверхностями*. При воспроизведении возвратного движения можно иметь одну пару сопряженных поверхностей (например, в кулачковых механизмах). Если же требуется воспроизвести непрерывное движение в одном направлении, то надо иметь несколько последовательно взаимодействующих пар сопряженных поверхностей, которые располагаются на выступах, называемых зубьями. Высшая кинематическая пара, образуемая последовательно взаимодействующими поверхностями зубьев, называется *зубчатым зацеплением*. Термин «зацепление» (без прибавления слова «зубчатое») можно отнести и к одной паре сопряженных поверхностей. Тогда он является синонимом термина «высшая пара».

14.2 Основная теорема зацепления. Рассмотрим тела 1 и 2, совершающие вращательные движения, соответственно вокруг центров O_1 и O_2 с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 , и образующих между собой высшую кинематическую пару A (рис.1).

Общая нормаль $n-n$ профилей в точке контакта A пересекает линию межцентрового расстояния O_1O_2 в точке P . Точка P называется полюсом зацепления, и в кинематическом отношении, является центром мгновенного вращения в относительном движении звеньев высшей кинематической пары.

В плоском механизме обеспечение передачи заданного движения зависит от геометрии сопряженных профилей (I и II на рис.1). Часто на практике геометрию сопряженных профилей подбирают так, чтобы она обеспечивала

закон движения, характеризуемый постоянством передаточного отношения между звеньями 1 и 2 высшей пары, т.е. $u_{12} = const$.

В рассматриваемый момент времени скорости точки A равны:

- в системе колеса 1: $v_{A_1} = \omega_1 \cdot \rho_1$,

- в системе колеса 2: $v_{A_2} = \omega_2 \cdot \rho_2$,

где ρ_1 и ρ_2 – радиус векторы (расстояния соответственно от центров вращения O_1 и O_2 до точки A).

Проекции v_{A_1} и v_{A_2} на нормаль $n-n$ должны быть равны:

$$v_{A_1}^n = v_{A_2}^n \rightarrow \omega_1 \cdot \rho_1 \cdot \cos \alpha_1 = \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot \cos \alpha_2. \quad (1)$$

Иначе, или зубья будут внедряться один в другой, или колеса выйдут из зацепления.

Проекции $v_{A_1}^t$ и $v_{A_2}^t$ на касательную $t-t$ не равны между собой, поэтому в высшей кинематической паре возникает проскальзывание профилей.

Из точек O_1 и O_2 проводим перпендикуляры на нормаль $n-n$, получаем точки N_1 и N_2 . Из треугольника $\Delta O_1 N_1 A$: $O_1 N_1 = \rho_1 \cdot \cos \alpha_1$. Из треугольника $\Delta O_2 N_2 A$: $O_2 N_2 = \rho_2 \cdot \cos \alpha_2$.

Следовательно, с учетом выражения 1: $\omega_1 \cdot O_1 N_1 = \omega_2 \cdot O_2 N_2$,

$$\text{или } \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1}.$$

Треугольники $\Delta O_1 P N_1 \sim \Delta O_2 P N_2$ подобны (имеют три стороны взаимно параллельные друг другу), составляем пропорцию:

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P_2}{O_1 P_1} = \frac{r_2}{r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы начальных окружностей. Если они используются в качестве производственных окружностей в процессе нарезания колес, то они получают ещё название делительных окружностей.

Следовательно, передаточное отношение в общем виде может быть записано:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P_2}{O_1 P_1} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow \text{основная теорема зацепления.}$$

Теорема: общая нормаль ($n-n$) к соприкасающимся (сопряженным) профилям зубьев делит межосевое расстояние ($O_1 O_2$) на части обратно пропорциональные угловым скоростям (передаточному отношению).

Следовательно, для обеспечения постоянства передаточного отношения контактирующие участки профилей должны быть очерчены по таким кривым, чтобы в любой момент соприкосновения их общая нормаль в точке контакта проходила через одну и ту же точку P (полус зацепления), на линии центров, т.е. полюс зацепления в процессе перекачивания зубьев не меняет своего положения.

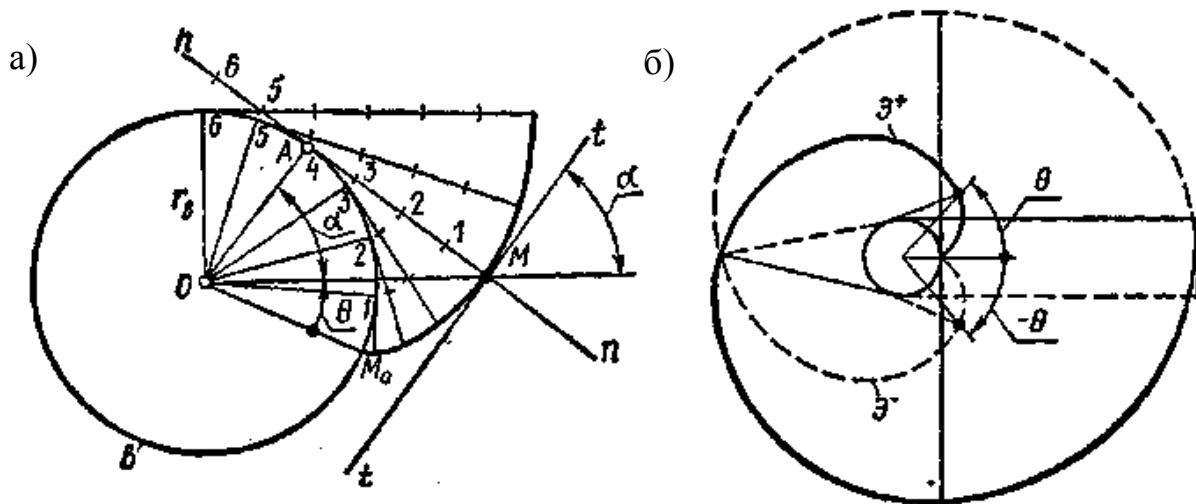


Рисунок 2

Надо построить эвольвенту, описываемую точкой M , для этого делим отрезок AM на равные части (например, на четыре части) и откладываем на основной окружности дуги, равные соответствующим частям отрезка AM : $\overset{.}{4}\overset{.}{3} = \overset{.}{4}\overset{.}{3}$, $\overset{.}{3}\overset{.}{2} = \overset{.}{3}\overset{.}{2}$ и т. д. (при малых центральных углах дуги можно заменять хордами). Через полученные точки деления окружности проводим к ней касательные и откладываем на них отрезки, последовательно уменьшая длину каждого отрезка на одну часть. Например, из точки 3 откладываем отрезок, содержащий три части, из точки 2 — две части и т.д. Соединяя концы отложенных отрезков, получаем эвольвенту.

Уравнение эвольвенты в параметрической форме получается из условия перекачивания производящей прямой по основной окружности:

$$\cup AM_0 = \overline{AM} \quad (2)$$

Острый угол α между касательной к эвольвенте и радиус-вектором эвольвенты OM называется **углом профиля**. θ - угол, образованный начальным радиусом-вектором эвольвенты OM_0 и ее текущим радиусом OM , называется **эвольвентным углом**. Обозначим через r_b радиус основной окружности. Тогда условие (2) принимает вид

$$r_b(\alpha + \theta) = r_b \operatorname{tg} \alpha \quad \text{или} \quad \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (3)$$

Тригонометрическая функция $\operatorname{tg} \alpha - \alpha$ называется **инволютой** и обозначается $\operatorname{inv} \alpha$, т. е. уравнение (3) может быть записано также в виде

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha.$$

Инволюта является параметром для геометрических расчетов зубчатых механизмов.

Радиус-вектор эвольвенты R находится из треугольника OAM :

$$R = r_b / \cos \alpha. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) определяют *уравнение эвольвенты в полярных координатах* R и θ через параметр α .

Эвольвента имеет две ветви (рис.2б). Положительная ветвь ($\theta > 0$) получается при перекачивании производящей прямой против хода часовой стрелки (сплошная линия), отрицательная ($\theta < 0$) — при перекачивании по ходу часовой стрелки (пунктирная линия).

Основные свойства эвольвенты:

- 1) каждая ветвь эвольвенты вполне определяется радиусом основной окружности и положением начала отсчета эвольвентного угла;
- 2) эвольвента не имеет точек внутри основной окружности;
- 3) нормаль к любой точке эвольвенты направлена по касательной к основной окружности, причем из двух возможных касательных одна соответствует положительной ветви, а другая — отрицательной;
- 4) центр кривизны лежит в точке касания нормали с основной окружностью.

14.5 Основные размеры зубьев. Эвольвентные профили зубьев удовлетворяют основному условию синтеза зубчатого зацепления - получению заданного передаточного отношения. Выполнение дополнительных условий синтеза зависит в первую очередь от размеров зубьев. Эти размеры удобно задавать в долях какой-либо одной линейной величины, связанной с зубом. Чтобы пояснить выбор этой величины, выразим длину начальной окружности

$$\ell: \ell = \pi d \quad \text{или} \quad \ell = z \cdot t_s,$$

где t_s - окружной шаг, z - число зубьев колеса.

Шаг – расстояние между одноименными точками двух соседних профилей зубьев, измеренные по дуге соответствующей окружности.

Приравняв $\pi d = z \cdot t_s$, запишем формулу для диаметра начальной окружности $d = z \cdot t_s / \pi$. В этой формуле величины шага t_s и число π – иррациональны. Отсюда $m = \frac{t_s}{\pi}$. m называется **модулем зуба**. **Модулем**

называется часть диаметра делительной окружности, приходящаяся на один зуб. Модуль m , [мм] – стандартная величина и определяется по справочникам.

Окружной шаг t_s и модуль m для одного и того же зуба зависят от диаметра окружности, к которой они относятся. Условились для некоторой окружности, называемой делительной, выбирать модуль из ряда рациональных чисел $m = 0,5 \div 100$ (ГОСТ 9563—60).

Делительной окружностью называется окружность стандартных шага p , модуля m и угла профиля α .

Делительная окружность есть характеристика одного зубчатого колеса, с которым она неизменно связана, и диаметр этой окружности имеет постоянную величину.

Угол профиля – угол между касательной к эвольвенте в данной точке и радиус-вектором данной точки (рис.2а). Угол профиля для точки, лежащей на делительной окружности, является величиной стандартной и равной 20° (хотя лучше 25°).

Начальные окружности дают характеристику зацепления двух зубчатых колес, и диаметры этих окружностей зависят от межосевого расстояния.

14.6 Геометрические характеристики зубчатого эвольвентного зацепления. Проводим две основные окружности так, чтобы угол $\alpha = 20^\circ$ (рис.4). Основной называется окружность, которая используется при нарезании профиля зуба. В точке P пересечения касательной и линии центров проводим два сопряженных профиля зубьев. Окружность колеса, проходящей через точку

P , называется начальной (*делительной*), часть зуба выше делительной окружности называется головкой зуба, ниже – ножкой. Дуга начальной окружности, заключённая между левыми или правыми профилями зубьев колеса, называется шагом зацепления.

Основные геометрические элементы стандартного зубчатого колеса.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) диаметр делительной окружности | $d = mz;$ |
| 2) диаметр окружности головок | $d_a = d + 2h' = mz + 2m = m(z + 2);$ |
| 3) диаметр окружностей ножек (впадин) | $d_f = d - 2h'' = mz - 2 \cdot 1,25m = m(z - 2,5);$ |
| 4) высота зуба равна | $h = 2,25m;$ |
| 5) высота головки зуба | $h' = m;$ |
| 6) высота ножки зуба | $h'' = 1,25m;$ |
| 7) радиальный зазор | $c = 0,25m;$ |

Эти параметры зубчатого колеса необходимо знать при изготовлении колёс и проектировании зубчатых механизмов.

14.7 Построение картины внешнего эвольвентного зацепления.

Значение дополнительных условий при синтезе эвольвентного зацепления наиболее наглядно можно пояснить на примере построения картин зацепления, т. е. графического изображения зубьев, находящихся в зацеплении.

Пусть, например, заданы числа зубьев z_1 и z_2 , модуль m , угол зацепления α_w . Требуется построить картину внешнего эвольвентного зацепления, считая, что начальные окружности совпадают с делительными.

Радиусы этих окружностей $r_1 = 0,5mz_1$, $r_2 = 0,5mz_2$.

Построим начальные окружности с центрами в O_1 и O_2 и проведем через точку их касания, т. е. через полюс зацепления P линию, составляющую угол α с перпендикуляром к межосевой линии O_1O_2 (рис.4). По свойству эвольвентного зацепления построенная линия mn будет общей касательной к основным окружностям. Радиусы основных окружностей найдем, опустив на эту касательную перпендикуляры из точек O_1 и O_2 . Тогда

$$r_{b1} = 0,5mz_1 \cos \alpha_w, \quad r_{b2} = 0,5mz_2 \cos \alpha_w.$$

Вместо производящей прямой здесь вводится в рассмотрение линия зацепления АВ, которая одновременно касается 2-х основных окружностей r_{b1} и r_{b2} . **Линия зацепления** является геометрическим местом точек контакта сопряженных эвольвентных профилей.

Далее, применяя построение эвольвенты (см. рис. 2а), строим эвольвентные профили зубьев, перекаывая линию mn по одной основной окружности, а затем по другой. Эвольвентные профили зубьев продолжаются до окружностей вершин, радиусы которых находятся по формулам:

$$r_{a1} = r_1 + h'_1, \quad r_{a2} = r_2 + h'_2.$$

В нашем примере $h'_1 = h'_2 = m$, т.е. $r_{a1} = 0,5m(z_1 + 2)$, $r_{a2} = 0,5m(z_2 + 2)$.

Радиусы окружностей впадин: $r_{f1} = r_1 - h''_1$, $r_{f2} = r_2 - h''_2$.

Между окружностью вершин одного зуба и окружностью впадин другого зуба получается зазор, называемый радиальным. Этот зазор нужен для предотвращения заклинивания зубьев вследствие погрешностей их

изготовления. $c = c^* \cdot m$ - *радиальный зазор*, величина стандартная, необходим для нормального обеспечения смазки.

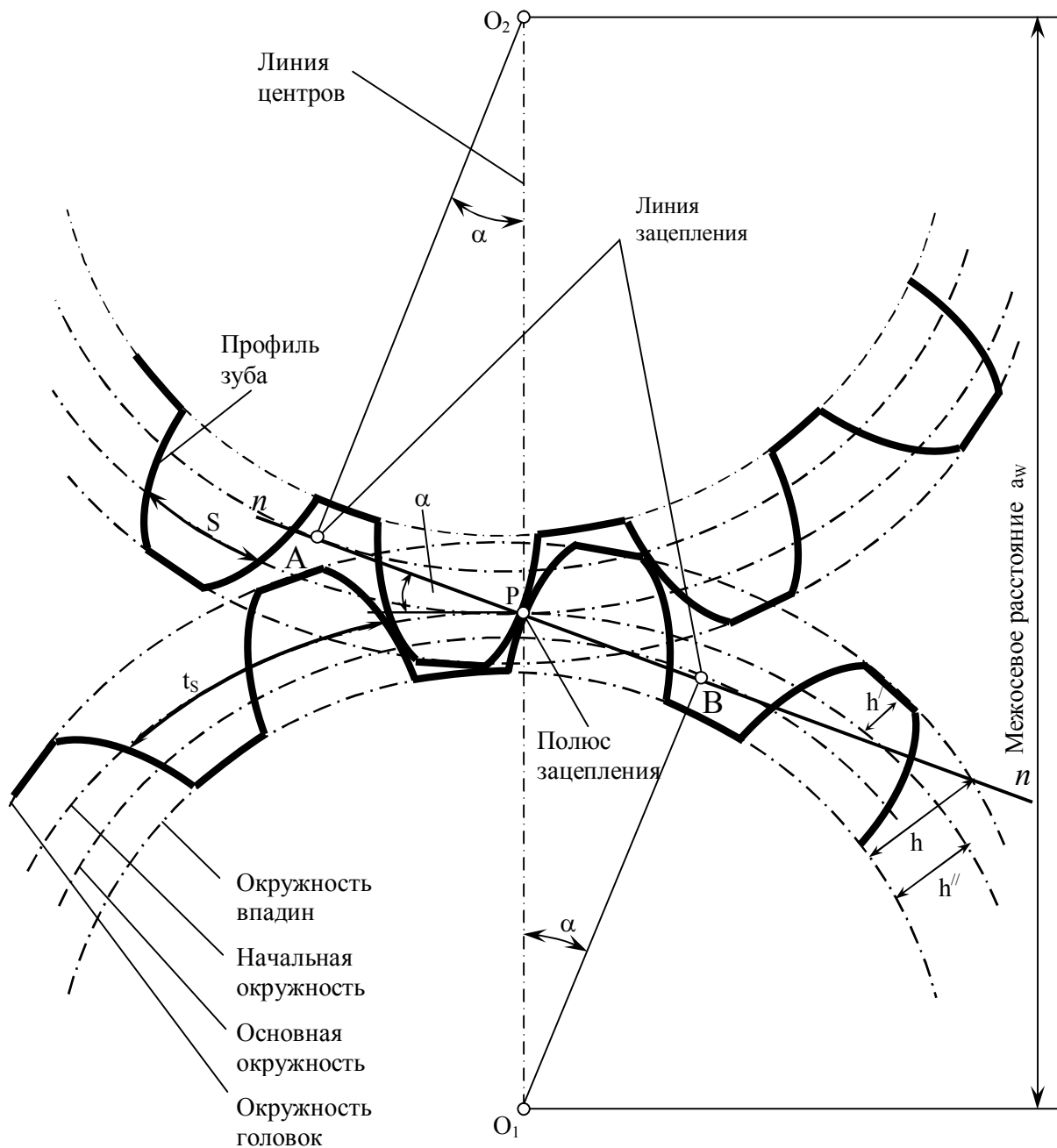


Рисунок 4

c^* - коэффициент радиального зазора, по ГОСТ $c^* = 0.25$ ($c^* = 0.35$).

После построения одной пары профилей строятся симметричные профили каждого зуба с учетом толщины зуба по делительной (начальной) окружности $s = 0,5\pi m$.

Далее путем копирования строятся еще несколько зубьев, отстоящих на расстояниях, равных угловому шагу: $\tau = 2\pi/z$.

14.7.1 Основные расчетные зависимости для определения основных параметров эвольвентных зубчатых передач.

1. Определение угла зацепления.

$$\text{inv } \alpha_w = \text{inv } \alpha + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{z_1 + z_2} \quad (5)$$

где Δ_1, Δ_2 – изменение толщины зуба; z_1, z_2 – число зубьев.

2. Определение межосевого расстояния зубчатых передач:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_w} + \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_w} = \frac{m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha_w} + \frac{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha_w} = \frac{m \cdot z_\Sigma \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha_w} \quad (6)$$

$$z_\Sigma = z_1 + z_2$$

3. Определение коэффициента воспринимаемого смещения y :

$$y = \frac{z_\Sigma}{2} \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right). \quad (7)$$

14.8 Качественные показатели зубчатых передач. К ним относятся:

Коэффициент перекрытия ε_α . Характеризует плавность работы зубчатой передачи и показывает, какое число зубьев одновременно участвуют в перекрытии зацепления (насколько одна пара зубьев перекрывает работу другой).

Теоретически ε_α может быть равен 1, и это означает, что как только одна пара зубьев вышла из зацепления, следующая пара сразу же вошла в зацепление.

Если $\varepsilon_\alpha < 1$, то предыдущая пара зубьев из зацепления вышла, а следующая пара в зацепление не вошла. Такая передача работает с ударами, и ее применение недопустимо. Поэтому конструкторы при проектировании передачи считают минимально допустимым ε_α равным 1.05.

Как правило, эвольвентная зубчатая передача с прямозубыми колесами имеет коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1.1 - 1.5$. Для косозубых колес за счет осевого перекрытия зубьев $\varepsilon_\beta = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\gamma$, $\varepsilon_\gamma \approx 1 \rightarrow \varepsilon_\beta = 2.1 \div 2.5$. Зубчатая передача с косозубыми колесами работает более плавно.

Коэффициент удельного давления v . Характеризует прочностные характеристики передачи с точки зрения контактных напряжений в высшей КП.

Коэффициент удельного скольжения λ . Характеризует износостойкость зубчатой передачи в высшей КП.

14.9 Способы изготовления зубчатых колес.

Зубчатые колёса изготавливаются на специальных зубонарезных станках методами копирования или обкатки. Существуют два основных способа изготовления зубчатых колес:

1) **копирование**: профиль зуба инструмента (протяжка) переносится, и он оставляет след. Способ очень неточный, малопроизводительный и требует наличие инструмента в большом ассортименте, различаемых по модулю и количеству зубьев. Применяется в мелкосерийном производстве.

2) **огибание**: инструменту и заготовке сообщают такое относительное движение, при котором огибающая к положению режущей кромке инструмента очерчивает эвольвенту. Инструмент может быть различным: рейки (гребенки), долбяки и фрезы.

14.9.1 Понятие о производящем исходном контуре реечного инструмента. Инструментальная рейка. Режущий инструмент для нарезания зубьев выполняется или как зубчатое колесо с режущими гранями на зубьях (долбяк), или как зубчатая рейка (гребенка, резцовая головка, червячная фреза).

Для нарезания эвольвентных зубьев наибольшее распространение имеет реечный инструмент, так как профиль зуба эвольвентной рейки представляет собой прямую линию. Долбяк применяют обычно для нарезания внутренних зубьев. Профиль зуба режущего инструмента отличается от аналогичного профиля зуба рейки или колеса тем, что высота головки увеличена на величину радиального зазора, так как головка зуба режущего инструмента вырезает ножку зуба в заготовке.

На рисунке 5 показан контур зубьев реечного инструмента (инструментальной рейки). Этот контур называется исходным, так как он служит основой для определения форм и расположения режущих кромок инструмента. Он называется также производящим, так как при движении резания он образует производящую поверхность. Модуль, в долях которого указаны размеры этого контура, выбирается из стандартного ряда модулей зубьев. Прямая, проходящая по середине общей высоты зуба, называется средней прямой.

Производящий исходный контур – проекция режущей грани инструмента на плоскость, перпендикулярную оси вращения заготовки.

Рейка – зубчатое колесо с теоретически бесконечно большим количеством зубьев (рис.5). Как правило, их бывает 8. $r_b \rightarrow \infty$, поэтому все окружности и эвольвенты – прямые.

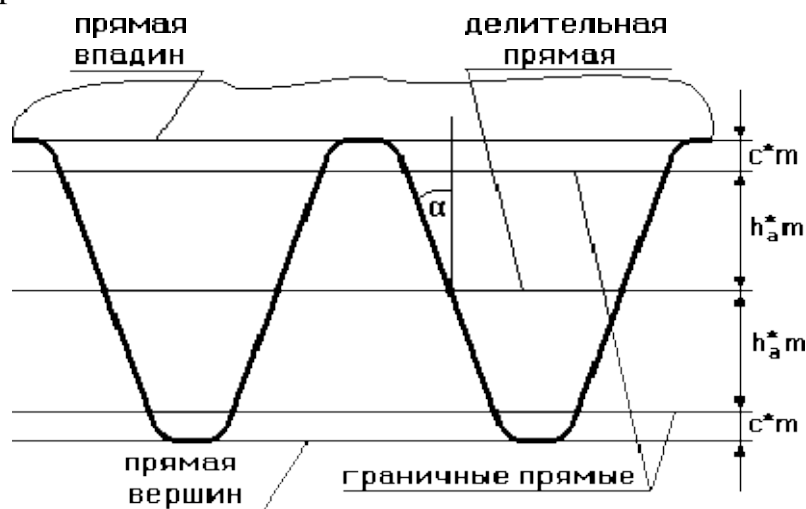


Рисунок 5

Все параметры по делительной прямой и по прямым, параллельным делительной прямой, стандартизированы. $\alpha=20^\circ$; h_a^* – коэффициент высоты зуба (по ГОСТ $h_a^*=1$).

14.9.2 Станочное зацепление. Кинематика изготовления сопряженных поверхностей зубьев. *Станочное зацепление* – зацепление заготовки и инструмента. В станочном зацеплении начальная окружность всегда совпадает с делительной окружностью, т.к. необходимо перенести с инструмента стандартные параметры: шаг p , модуль m и угол профиля α . Эти стандартные параметры имеют место на делительной окружности или на прямой, параллельной делительной прямой.

По отношению к делительной окружности заготовки, делительная прямая может занимать следующие положения (рис.6):

1) инструмент отодвигается от центра заготовки (рис.6б) и между делительной окружностью заготовки и делительной прямой инструмента имеет место смещение xm , где x – коэффициент сдвига (коэффициент смещения инструмента), который имеет знак. В рассматриваемом случае $x > 0$, $xm > 0$ – нарезается **положительное зубчатое колесо**. Толщина зуба по делительной окружности больше ширины впадины

$$s = 0,5\pi m + 2xmtg20^\circ; \quad (5)$$

2) делительная прямая инструмента является станочно-начальной прямой, т.е. касается делительной окружности (рис.6а). $x = 0$, $xm = 0$ – **нулевое зубчатое колесо**. Толщина зуба по делительной окружности равна ширине впадины рейки по средней прямой: $s = 0,5\pi m$;

3) при смещении инструмента к центру заготовки, между делительной прямой и делительной окружностью (рис.6в) смещение $xm < 0$, $x < 0$ – **отрицательное зубчатое колесо**. Толщина зуба по делительной окружности этого колеса определяется также по формуле (5). Так как $x < 0$, то будет меньше чем у нулевого колеса.

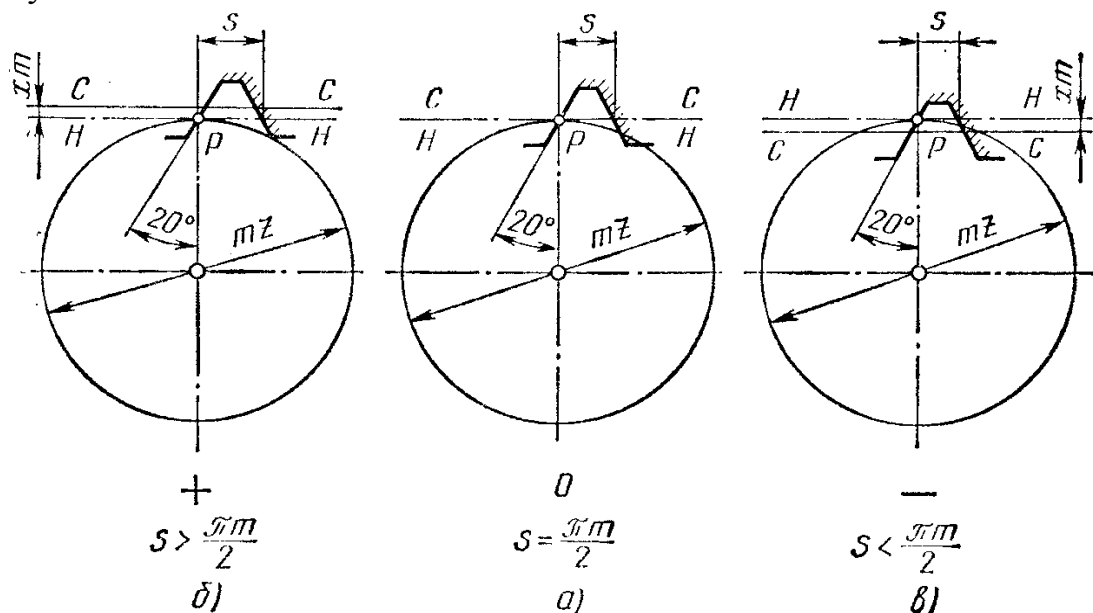


Рисунок 6

Как связан коэффициент сдвига рейки с числом зубьев, которое может быть нарезано рейкой на колесе.

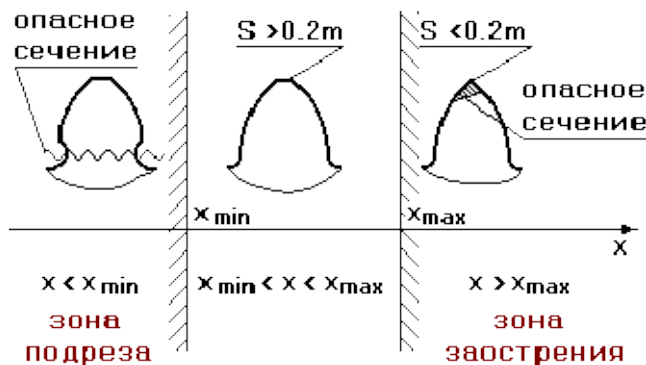


Рисунок 7

При малых числах зубьев обрабатываемого колеса режущие кромки инструмента могут срезать часть обрабатываемого зуба, т.е. произойдет **подрезание зуба** (рис.7). Для стандартного угла зацепления $\alpha = 20^\circ$ и коэффициента высоты головки $\chi' = 1$ коэффициент сдвига равен $x = \frac{17-z}{17}$. Эта формула позволяет определять требуемую величину сдвига рейки для нарезания желательного числа зубьев без всякого их подрезания. $z_{\min}$ – минимальное количество зубьев нулевого зубчатого колеса, которое можно нарезать без подреза $z_{\min} = \frac{2 \cdot h_a^*}{\sin^2 \alpha}$, где $h_a^* = 1$. $z_{\min} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17$. При $z_{\min} = 17$ гарантировано, что подреза не будет. $x_{\min} = \frac{h_a^* \cdot (z_{\min} - z)}{z_{\min}}$ – минимальный коэффициент смещения инструмента, при котором наступает подрез зуба.

В современных практических расчетах допускают малый подрез, при котором срезается незначительная часть эвольвенты, и часто пользуются формулой $x = \frac{14-z}{14}$.

Основная литература 1[разд.3,гл.20 , §§58-96,стр.416-460], 2[разд.3,§§ 17-19,стр.137-163]

Контрольные вопросы:

1. Основная теорема зацепления?
2. Эвольвента и свойства эвольвенты?
3. Способы изготовления зубчатых колес?
6. Коэффициент перекрытия?
7. Что такое модуль зацепления?

Тема лекции 15 **Графические методы синтеза механизмов. Методы оптимизации**

Конспект лекции

15.1 Графические методы синтеза механизмов. Графические методы синтеза более наглядны и позволяют быстро обозреть все варианты механизма. В этом разделе мы рассмотрим графические методы синтеза передаточных механизмов по трем положениям звеньев, по заданному коэффициенту изменения средней скорости ведомого звена.

15.1.1 Синтез передаточных механизмов по трем положениям звеньев. Передаточные механизмы применяются в приборах для преобразования неравномерного движения чувствительного элемента в равномерное движение указательной стрелки.

Рассмотрим задачу синтеза механизма шарнирного четырехзвенника по трем заданным положениям его звеньев. Пусть требуется построить шарнирный четырехзвенник, если заданы три положения шатуна BC - B_1C_1 , B_2C_2 , и B_3C_3 (рис.1). Задача сводится к нахождению центра окружности, проходящей через три заданные точки.

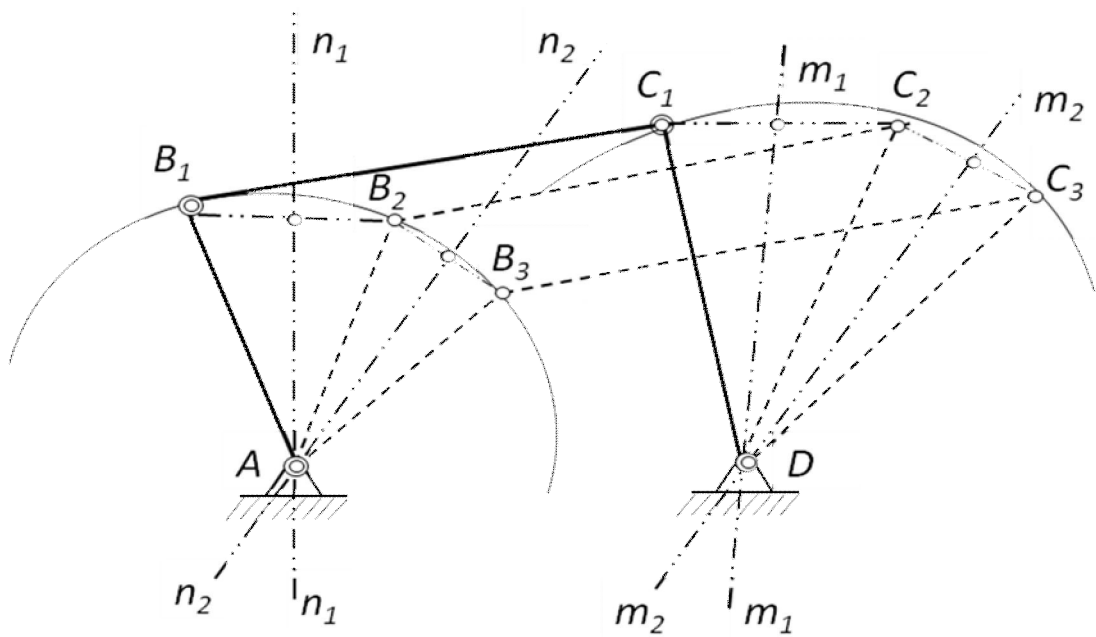


Рисунок 1

Как известно, эта задача имеет только одно решение. Имеем точки B_1 , B_2 и B_3 . Соединим прямыми точки B_1 и B_2 , в середине отрезка B_1B_2 восставим перпендикуляр $n_1 - n_1$. Далее, соединим точки B_2 и B_3 и в середине отрезка B_2B_3 восставим перпендикуляр $n_2 - n_2$. Положение центра A получится на пересечении перпендикуляров $n_1 - n_1$ и $n_2 - n_2$. Аналогично на пересечении перпендикуляров $m_1 - m_1$ и $m_2 - m_2$ определяется положение центра D .

Если точки C_1 , C_2 и C_3 заданы на прямой, то звено CD выполняется в виде ползуна.

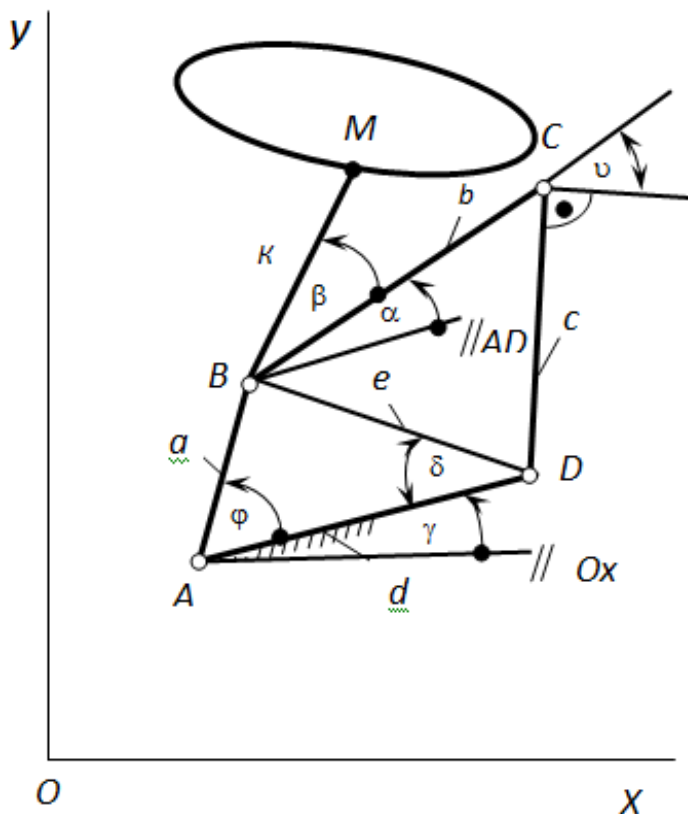


Рисунок 2

15.2 Синтез механизмов по методам оптимизации.

Проектирование любого механизма начинается с проектирования его схемы. Последующие расчеты на прочность, конструктивное оформление звеньев и кинематических пар, выбор материалов и другие этапы проектирования, как правило, уже не могут существенно изменить основные свойства механизма.

Этапы синтеза механизмов. Принято различать два этапа синтеза механизма. **Первый этап** - выбор структурной схемы — выполняется на основании

структурного синтеза, с использованием справочных данных по отдельным видам механизмов. **Второй этап** — определение постоянных параметров выбранной схемы механизма по заданным его свойствам. Этот этап обычно начинается с кинематического синтеза, под которым понимается проектирование кинематической схемы механизма, т. е. определение постоянных параметров кинематической схемы механизма по заданным его кинематическим свойствам. Если требуется учесть и динамические свойства механизма, то решается задача динамического синтеза, под которым понимается проектирование кинематической схемы механизма с определением параметров, характеризующих распределение масс звеньев.

Входные и выходные параметры синтеза механизма. Для выполнения второго этапа синтеза механизма надо установить, какие постоянные параметры определяют схему механизма. К этим параметрам относятся длины звеньев, положения точек, описывающих заданные траектории или имеющие заданные значения скоростей ускорений, массы звеньев, моменты инерции и т. п. Часть этих параметров может быть задана, а другая часть определяется в процессе его синтеза. Независимые между собой постоянные параметры схемы механизма называются параметрами синтеза механизма. Различают входные и выходные параметры синтеза. Входные устанавливаются заданием на его синтез, а выходные определяются в процессе его синтеза.

Примеры определения числа параметров синтеза и их вида могут быть очень разнообразными. Рассмотрим пример кинематического синтеза.

Точка M на шатуне шарнирного четырехзвенника должна описывать траекторию (шатунную кривую), мало отличающуюся от заданной кривой $y = y(x)$ (рис. 2).

Выходными параметрами синтеза здесь могут быть постоянные параметры, которые входят в уравнение шатунной кривой.

Максимальное число этих параметров равно девяти: $a, b, c, d, k, \beta, x_A, y_A, \gamma$.

Все выходные параметры синтеза должны быть независимыми. Например, координаты точки D зависят от координат точки A , расстояния d и угла γ , поэтому не входят в перечисленные выше параметры.

Основные и дополнительные условия синтеза. Чтобы получить заданные свойства механизма, надо удовлетворить многим, часто противоречивым условиям, связанным с назначением механизма, его эксплуатацией, технологией изготовления и т.п. Но из всех условий обычно можно выбрать одно **основное условие**. Примеры основных условий: получение заданного закона движения какого-либо звена при равномерном движении начального звена; получение заданной траектории; получение минимального времени перемещения звена на заданную величину и т. п.

Все остальные условия (кроме основного) называются **дополнительными**. Вид синтеза определяется основным условием.

Целевые функции. Основное условие обычно выражают в виде функции, экстремум которой определяет выходные параметры синтеза. Эту функцию называют **целевой**.

Методы оптимизации в синтезе механизмов с применением ЭВМ.

Любая задача синтеза механизмов может быть сведена к задаче отыскания таких параметров синтеза, при которых выполняются принятые ограничения, а целевая функция имеет минимальное значение. Если оптимальное значение целевой функции соответствует ее максимальному значению, то, используя обратные величины, всегда можно свести задачу отыскания максимума к задаче отыскания минимума. При небольшом числе параметров синтеза, условия минимума целевой функции могут быть получены на основании известных условий экстремума функции нескольких переменных. При большом числе параметров эта задача аналитически не решается и приходится прибегать к нахождению искомых параметров путем перебора (иногда случайного, *иногда упорядоченного*) различных вариантов механизма. Возможности такого перебора практически появились только после создания ЭВМ.

Условимся называть оптимизацией (в синтезе механизмов) определение выходных параметров синтеза из условия минимума *целевой функции* при выполнении принятых ограничений. При большом числе параметров оптимизация всегда производится с применением ЭВМ и сводится к методам поиска комбинации параметров синтеза. Все, теперь уже многочисленные, методы оптимизации можно свести в три группы: случайный поиск, направленный поиск и комбинированный поиск. Практическое применение каждого из этих методов поясним на примере решения задачи синтеза шарнирного четырехзвенника по заданной траектории точки шатуна.

Случайный поиск. Метод случайного поиска, называемый также методом Монте - Карло, основан на том, что при одном и том же числе испытаний вероятность учения решения, близкого к оптимальному при случайном поиске больше, чем при последовательном перебор через равные интервалы изменения отдельных параметров.

В рассматриваемом примере решение задачи синтеза с применением случайного поиска на ЭВМ выполняется в следующем порядке:

1. Произвольно выбираются выходные параметры синтеза из набора случайных чисел. Проверяются ограничения.
2. По значениям параметров синтеза, удовлетворяющих ограничениям, вычисляется величина целевой функции Δ_{max} , которая идет в память ЭВМ вместе с соответствующими ей параметрами синтеза.
3. Выбираются другие случайные значения параметров синтеза; проверяются ограничения и вычисляется величина целевой функции Δ_{max} . Если новая величина Δ_{max} меньше полученной на предыдущем этапе, то она идет в память машины вместе с соответствующими параметрами синтеза, а прежние значения сбрасываются.

Указанные этапы повторяются до тех пор, пока величина Δ_{max} не станет равной допустимой величине или же практически перестанет уменьшаться.

Метод случайного поиска достаточно прост, позволяет обозреть всю область возможных значений параметров синтеза, но требует выполнения очень большого объема вычислений. Число просчитываемых вариантов иногда достигает десятков и даже сотен тысяч вариантов.

Направленный поиск. Несмотря на то, что современные ЭВМ позволяют сравнивать десятки и сотни тысяч вариантов механизма, все же следует стремиться к уменьшению трудоемкости вычислений с целью удешевления процесса проектирования механизма. Уменьшение трудоемкости вычислений может быть достигнуто путем применения направленного поиска, т. е. такого поиска искомых параметров синтеза, при котором переход от одной комбинации параметров к другой происходит не случайно, а в направлении, соответствующем уменьшению величины целевой функции. Многочисленные методы направленного поиска отличаются между собой способами выбора направления, по которому следует переходить от одних значений параметров к другим. При решении задач синтеза механизмов иногда достаточно применить самый простейший способ, который дает такую последовательность вычислений:

1. Как и при случайном поиске, произвольно выбирается первая комбинация искомых параметров ($a_1, b_1, c_1, \dots$), проверяются ограничения и вычисляется целевая функция Δ_{max} .

2. Изменяется один из параметров синтеза, например $a = a_1$ на малую величину Δa . Оставляя все другие параметры неизменными, вычисляем величину целевой функции при измененном значении параметра $a_1 + \Delta a$. Если величина целевой функции Δ_{max} уменьшилась, то выбранное направление изменения параметра a правильное и в память машины идут новые значения параметра a и целевой функции Δ_{max} . Если же Δ_{max} увеличилось, то надо изменить знак приращения Δa на обратный, т. е. вычислить Δ_{max} при $a_1 - \Delta a$. Тогда величина Δ_{max} либо уменьшится, либо останется той же самой, если достигнут минимум по параметру a .

3. Последовательно изменяются все другие параметры. Правильное направление изменения каждого параметра определяется так же, как и в п. 2.

4. После того как были изменены все параметры, вновь дается приращение какому-либо параметру (например, a) и эти изменения повторяются до тех пор, пока не будет достигнут минимум целевой функции Δ_{max} .

Быстрее можно достичь искомого минимума целевой функции, если есть возможность определять частные производные целевой функции по параметрам синтеза, и по значениям этих производных находим направления, по которым функция убывает наиболее быстро (метод наискорейшего спуска и другие градиентные методы).

Основная литература 1[разд.3,гл.25 , §§8109-111,стр.549-568], 2[разд.3,§§ 10,стр.87-95]

Контрольные вопросы:

1. Назовите графические методы синтеза?
2. Что такое функция положений?
3. Коэффициент изменения средней скорости ведомого звена?
4. Основное условие синтеза?
5. Дополнительное условие синтеза?
6. Методы оптимизации?

2.3 Планы практических занятий

Модуль №1 «Структурный и кинематический анализ механизмов»

Занятие 1,2 Структурный синтез и анализ механизмов.

Методические рекомендации

Что нужно знать из теории:

- Классификация кинематических пар.
- Классификация групп Ассура.
- Правила разложения механизмов на группы Ассура.

Порядок решения задач.

1. Заранее выявить лишние степени свободы и пассивные связи.
2. Подсчитать степень подвижности механизма по формуле Чебышева.
3. Выбрать ведущее звено, если оно не задано.
4. Разложить механизм на группы Ассура.
5. Написать формулу строения механизма и указать его класс.

Примеры решения задач.

Задача № 1. Определить класс кинематической пары (рис.1), образованной звеньями 1, 2. Указать, какие из шести независимых движений одного звена относительно другого невозможны в кинематической паре.

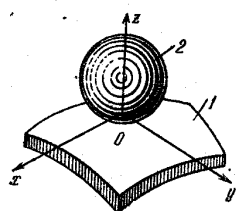


Рисунок 1

Решение. Проведем через точку O прямоугольную систему координат $Oxyz$, связанную со звеном 1 (рис.1). Замечаем, что звено 2 не может перемещаться поступательно вдоль оси Oz , но может свободно вращаться вокруг трех осей. Следовательно, $S = 1$, $H = 5$. Эта кинематическая пара является парой I класса.

Задача №2. Определить степень подвижности механизма (рис.2) и найти его класс. При наличии звеньев, создающие пассивные связи или лишние степени свободы, их указать и не учитывать при подсчете степени подвижности механизма.

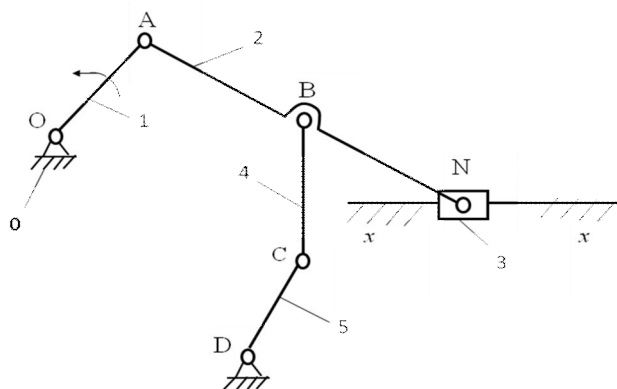


Рисунок 2

Решение. Подсчитываем степень подвижности механизма по формуле Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

В механизме пассивных связей и звеньев, вносящих лишние степени свободы нет.

Механизм раскладывается на

группы Ассура:

- вначале отделяется группа Ассура второго класса первого вида из звеньев 5 и 4;
- затем группа второго класса второго вида из звеньев 3 и 2;
- остались ведущее звено и стойка, т.е. механизм первого класса.

— записывается формула строения механизма: $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5)$.

Из формулы строения видно, что механизм является механизмом второго класса.

Задача № 3. Определить степень подвижности механизма (рис.3а) и найти его класс. При наличии звеньев, создающих пассивные связи или лишние степени свободы, их указать и не учитывать при подсчете степени подвижности механизма.

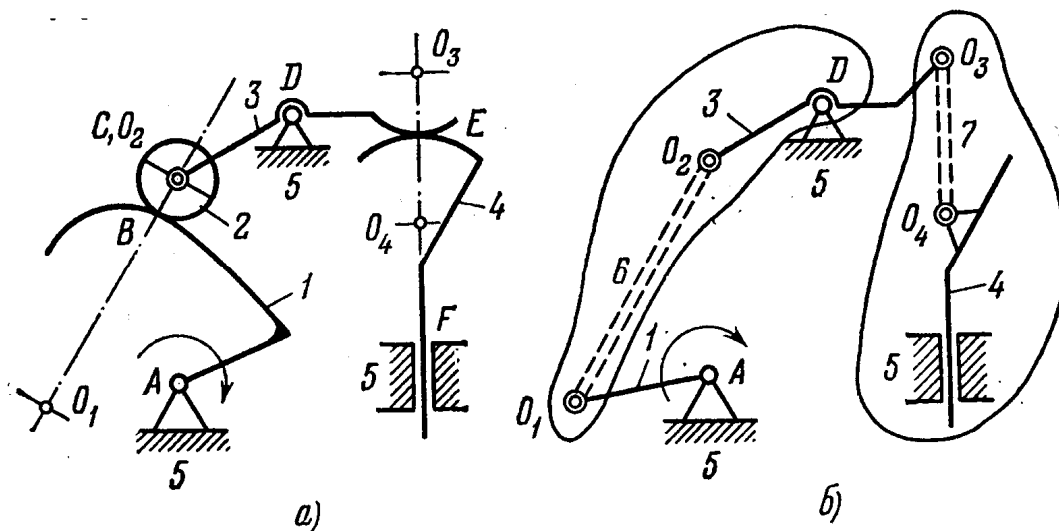


Рисунок 3

Решение. Подсчитываем степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Круглый ролик 2, свободно вращаясь вокруг своей оси, вносит лишнюю степень свободы, поэтому при подсчете числа звеньев он не учитывается. Также не учитывается за кинематическую пару V класса пара C, в которую входит ролик.

Строим заменяющий механизм (рис.3б). Кинематические пары B и E пары IV класса. Заменяем их одним звеном, входящим в две кинематические пары V класса. У заменяющего механизма степень подвижности

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Механизм раскладывается на группы Ассур как показано на рисунке 3б.

Записываем формулу строения $I(0,1) \rightarrow II(6,3) \rightarrow II(7,4)$.

Из формулы строения видно, что механизм является механизмом второго класса.

Основная литература 1 [стр.11-38], 2 [4-14], 6[стр. 8-10, 24- 31]

Контрольные вопросы:

1. Кинематическая пара?
2. Класс кинематической пары?
3. Степень подвижности механизма?
4. Группа Ассур?
5. Класс группы Ассур?
6. Класс механизма?

Занятие 3,4 Кинематический анализ плоских рычажных механизмов.

Методические рекомендации

Что нужно знать из теории:

- *Определение законов движения, траекторий, скоростей точек твердого тела при различных случаях движения.*

- *Графические методы кинематического анализа.*

Порядок решения задач

1. Необходимо произвести структурный анализ механизма.
2. Нужно построить планы положений механизма (графический метод).
3. Вычерчивается траектория точек.
4. Строится план скоростей механизма.
5. Определяются скорости точек и угловые скорости звеньев механизма при помощи плана скоростей.
6. Строится план ускорений механизма.
7. Определяются скорости точек и угловые скорости звеньев механизма

Примеры решения задач.

Задача №1. Требуется построить 8 планов положений кривошипно-ползунного механизма (рис.1) для равноотстоящих положений кривошипа. Длины звеньев: кривошипа — $\ell_{OA} = 0,05\text{ м}$, шатуна — $\ell_{AB} = 0,125\text{ м}$. Угловая скорость вращения кривошипа $\omega_1 = \text{const}$.

Построение планов положений механизма

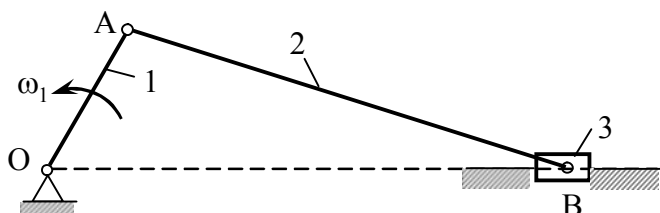


Рисунок 1

Решение.

1) подсчитываем степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Механизм раскладывается на группы Ассур: $I(0,1) \rightarrow II(2,3)$.

2) Отмечаем на чертеже

положения неподвижных элементов кинематических пар: шарнира O и направляющей ползуна B (рис. 2).

Принимаем масштаб схемы механизма $\mu_l = \frac{l_{AO}}{AO} = \frac{0,05}{25} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$, где AO — длина

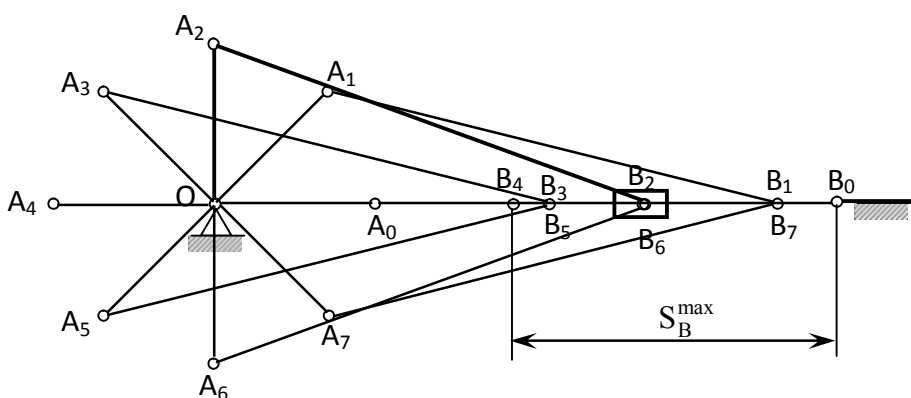


Рисунок 2

отрезка в мм, изображающая кривошип длиной ℓ_{OA} на строящемся плане механизма; эта длина выбирается произвольно с учётом того, что совмещённые планы

механизма должны разместиться на отведённом месте чертежа, а сам масштаб длин был бы удобен для дальнейших расчётов.

Вычисляем длину отрезка $AB = \frac{\ell_{AB}}{\mu_\ell} = \frac{0,125}{0,002} = 62,5 \text{ мм}$, изображающего шатун

на плане механизма.

При построении совмещенных планов механизма используем **метод засечек**. За нулевое положение примем правое крайнее положение механизма, т.е. то положение, при котором точки O , A и B будут лежать на одной прямой. Далее строятся восемь совмещенных планов положений механизма методом засечек точек A и B через каждые 45° поворота кривошипа OA (рис. 2). Из полученного плана положений видно, что точка A кривошипа движется по окружности, а ползун B – по горизонтальной прямой, совпадающей с направляющей ползуна. Максимальное перемещение ползуна – $S_B^{\max}$.

При построении ряда последовательных положений ведущего звена и на одном и том же чертеже изобразить планы положений остальных звеньев механизма, то можно построить траекторию любой точки механизма.

Задача №2. Требуется определить скорости точек A , B и S кривошипно – ползунного механизма для заданного положения (рисунок 3а). Длины звеньев: кривошипа – $\ell_{OA} = 0,6 \text{ м}$, шатуна – $\ell_{AB} = 1 \text{ м}$. Угловая скорость вращения кривошипа $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1} = \text{const}$.

План скоростей для кривошипно-ползунного механизма

Решение. Схема механизма (план положений) построена в масштабе $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA'} = \frac{0,6}{30} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ (рис. 3а). Здесь $0,6 \text{ м}$ – истинный размер звена OA , 30 мм – размер на чертеже.

Для построения плана скоростей определим сначала скорость точки A $V_A = \omega \cdot l_{OA} = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ м/с}$. Вектор скорости точки A – $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно OA в сторону вращения звена OA . На плане скоростей (рис. 3б) это отрезок $pa = 40 \text{ мм}$ (длина отрезка может быть произвольной), проведенный из полюса p перпендикулярно OA .

Определим масштаб плана скоростей $\mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{12}{40} = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$.

Для определения скорости точки B – $\vec{V}_B$ запишем векторное уравнение $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$, определяющее скорость точки в плоском движении и решим его графически, используя правило сложения векторов. Скорость точки A – $\vec{V}_A$ известна по величине и направлению, точка B движется по неподвижной горизонтальной направляющей Ox , значит и ее скорость $\vec{V}_B$ направлена также параллельно оси Ox , а скорость $\vec{V}_{BA}$ – перпендикулярна AB . Из точки a проводим прямую перпендикулярно AB , а из полюса p – параллельно оси Ox . На пересечении этих прямых получим точку b , определяющую скорость точки B – $\vec{V}_B$. Это отрезок pb на плане скоростей. Скорость точки S – $\vec{V}_S$ определяется из условия подобия: отрезки на плане положений подобны отрезкам на плане скоростей. Точка S расположена на середине звена AB , следовательно, точка s

на плане скоростей находится на середине отрезка ab . Соединив точки p и s получим вектор ps , изображающий на плане скорость точки S - $\vec{V}_S$. Определяем численные значения линейных скоростей, предварительно измерив отрезки на плане скоростей: $pb = 28$ мм, $ps = 30$ мм, $ab = 36$ мм.

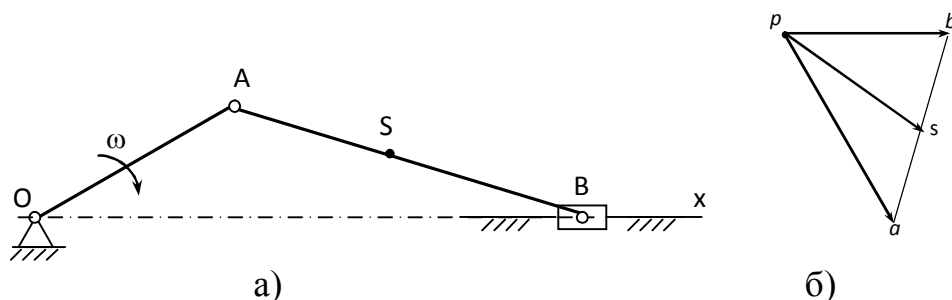


Рисунок 3

Скорость точки B -
$$V_B = \mu_V \cdot pb = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \cdot 28 \text{ мм} = 8,4 \text{ м/с} .$$

Скорость точки S -
$$V_S = \mu_V \cdot ps = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \cdot 30 \text{ мм} = 9 \text{ м/с} .$$

Относительная скорость
$$V_{BA} = \mu_V \cdot ab = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \cdot 36 \text{ мм} = 10,8 \text{ м/с} .$$

Угловую скорость звена AB - ω_{AB} определим по известной формуле

$$V_{BA} = \omega \cdot AB . \quad \omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{10,8}{1} = 10,8 \text{ с}^{-1} .$$

Задача №3. Для кривошипно – ползунного механизма (рис.4а) в данном положении построить план ускорений и определить ускорения точек B и S , а также угловую скорость звена AB , если даны угловая скорость кривошипа ω и размеры OA , AB , $AS = SB$.

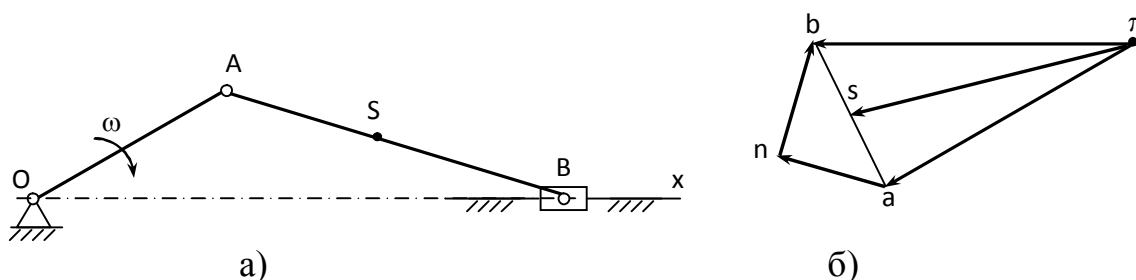


Рисунок 4

Решение. Схема механизма (план положений) построена также в масштабе

$$\mu_s = \frac{l_{OA}}{OA'} = \frac{0,6}{30} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{мм}} \text{ (рисунок 4а)} .$$

Построение плана ускорений проводим в общем виде, без численных значений.

Ускорение точки A - $\vec{a}_A$, имеющее только нормальную составляющую, направлено вдоль звена OA из точки A в точку O . Отложим из полюса отрезок $\overline{\pi a} \parallel \overline{AO}$, который изображает ускорение точки A - $\vec{a}_A$ на плане (рис. 4б).

Ускорение точки B найдём по уравнению

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \quad (1)$$

где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения точки B , направленный параллельно оси Ox ; $\vec{a}_{BA}^n$ – нормальное ускорение точки B в её вращении вокруг точки A , направлено вдоль звена BA из точки B в точку A ; $\vec{a}_{BA}^\tau$ – касательное ускорение вращения B вокруг A , направлено перпендикулярно AB .

Величина нормального ускорения $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot \ell_{AB}$. На плане это будет отрезок $an = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}$ в мм.

Строим план ускорений в соответствии с уравнением (1). К известному вектору μ_a ($\vec{a}_A$) прибавляем в соответствии с направлением параллельным AB вектор an ($\vec{a}_{BA}^n$), далее из точки n проводим перпендикуляр до пересечения с прямой, проведённой из полюса параллельно оси Ox . Точка пересечения b определяет вектор μ_b , который изображает на плане ускорение $\vec{a}_B$. На середине отрезка ab найдём точку s . Отрезок ps – ускорение точки S середины звена AB – $\vec{a}_S$. Отрезок pb на плане соответствует ускорению $\vec{a}_{BA}^\tau$. Значения ускорений точек a_B, a_S, a_{BA}^τ вычислим по формулам

$$a_B = \mu_a \cdot pb, a_S = \mu_a \cdot ps, a_{BA}^\tau = \mu_a \cdot nb,$$

где pb, ps, nb – отрезки, измеренные на плане ускорений в мм.

Угловое ускорение звена AB определяется по формуле $\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{\ell_{AB}}$.

Направление ε_{AB} определяется как направление условного вращения точки B вокруг A , под действием вектора $\vec{a}_{BA}^\tau$, приложенного в точке B .

Основная литература 1 [стр. 76-96], 2[46-57,]6 [стр.37-41, 56-59]

Контрольные вопросы:

1. План положений механизма
2. План скоростей
3. План ускорений
4. Полюс плана скоростей и ускорений
5. Масштабный коэффициент планов положений, скоростей и ускорений
6. Теорема подобия для скоростей и ускорений

Занятие № 5,6 Кинематический анализ зубчатых механизмов

Методические рекомендации

Что нужно знать из теории:

- *Передаточное отношение многозвенных зубчатых механизмов с неподвижными осями колес.*
- *Передаточное отношение планетарных механизмов.*

Порядок решения задач

1. Необходимо определить количество ступеней механизма.
2. Выяснить вид каждой ступени передачи.
3. Определить передаточное отношение.

Задача №1. Определить передаточное отношение u_{16} зубчатой передачи и угловую скорость колеса 6 - ω_6 , если числа зубьев колес равны $z_1 = 18$, $z_2 = 36$, $z_3 = 20$, $z_4 = 50$, $z_5 = 15$, $z_6 = 60$, угловая скорость колеса 1 $\omega_1 = 240 \text{ с}^{-1}$ (рис.1).

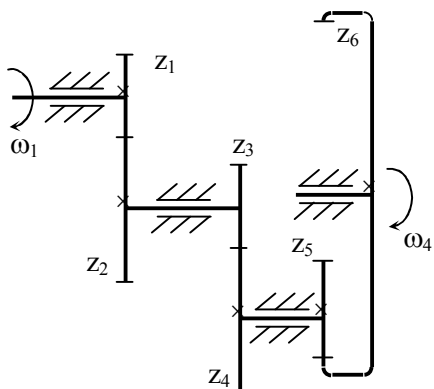


Рисунок 1

Показанное на рисунке зацепление называется ступенчатым рядом (каждое колесо контактирует с одним колесом).

Решение. В механизме четыре подвижных звена (2 и 3 – одно звено, 4 и 5 – тоже). Число внешних зацеплений: $m = 2$.

Передаточное отношение $u_{16} = u_{12} \cdot u_{34} \cdot u_{56}$

$$\text{или } u_{16} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_6}{z_5} = \frac{36}{18} \cdot \frac{50}{20} \cdot \frac{60}{15} = 20.$$

Передаточное отношение можно также записать $u_{16} = \frac{\omega_1}{\omega_6}$, откуда $\omega_6 = \frac{\omega_1}{u_{16}} = \frac{240}{20} = 12 \text{ с}^{-1}$.

Задача №2. Определить передаточное отношение u_{15} зубчатой передачи (рис.2), если числа зубьев колес равны $z_1 = 18$, $z_2 = 36$, $z_3 = 20$, $z_4 = 40$, $z_5 = 36$.



Рисунок 2

Решение. Механизм, где зубчатые колёса могут быть в контакте с двумя колёсами, имеющий схему, показанную на рисунке 2, называют рядом с паразитным зацеплением. Для такого ряда передаточное отношение

$$u_{15} = (-1)^m \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_5}{z_4} = (-1)^m \frac{z_5}{z_1}.$$

Для зубчатых передач с паразитным рядом передаточное отношение определяется отношением чисел зубьев ведомого (выходного) и ведущего колёс. Тогда

$$u_{15} = (-1)^4 \frac{z_5}{z_1} = \frac{36}{18} = 2.$$

Планетарные передачи

Задача №3. Определить передаточное отношение u_{1H}^3 планетарного механизма (рис.3), если числа зубьев равны $z_1 = 18$, $z_2 = 36$, $z_3 = 54$.

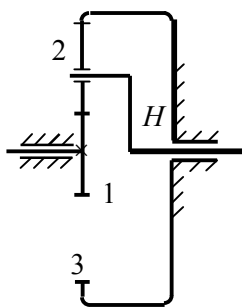


Рисунок 3

Решение. 1 и 3 центральные колеса, H – водило, 2 – сателлит. Для определения передаточного отношения u_{1H}^3 планетарного механизма применяется метод обращения движения, сущность которого заключается в том, что всему механизму в целом мысленно задают угловую скорость водила H , но со знаком минус ($-\omega_H$). Воспользуемся

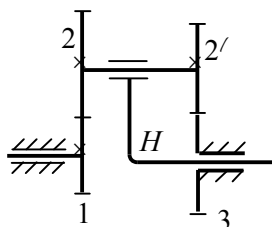
формулой Виллиса $u_{1H}^3 = 1 - u_{13}^H$.

Здесь u_{1H}^3 – передаточное отношение обращенного механизма, которое можно определить через числа зубьев. Для данного механизма (рис.3)

$$u_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{54}{18} = -3.$$

Тогда искомое передаточное отношение равно $u_{1H}^3 = 1 - u_{13}^H = 1 - (-3) = 4$.

Задача №4. Определить передаточное отношение u_{H1}^3 зубчатой передачи



(рис.4), если числа зубьев колес равны $z_1 = 100$; $z_2 = 99$; $z_2' = 100$; $z_3 = 101$.

Решение. 1 и 3 центральные колеса, H – водило, группа колёс 2–2' – сателлиты.

При небольших размерах планетарные передачи могут обладать большими передаточными отношениями.

Рисунок 4

Передаточное отношение $u_{H1}^3 = \frac{1}{u_{1H}^3}$. Согласно формулы

$$\text{Виллиса } u_{1H}^3 = 1 - u_{13}^H = 1 - \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_2'} = 1 - \frac{101 \cdot 99}{100 \cdot 100} = 1 - \frac{9999}{10000} = \frac{1}{10000}.$$

Передаточное отношение $u_{H1}^3 = \frac{1}{u_{1H}^3} = 10000$. Это означает, что за один оборот центрального колеса 1 водило H – совершает 10000 оборотов.

2.3.2 Модуль №2 «Динамический анализ механизмов»

Занятие 7,8 Силовой анализ плоских рычажных механизмов.

Методические рекомендации

Что нужно знать из теории:

- Силы инерции звеньев механизма.
- Условие кинестатической определимости.
- Принцип Даламбера.

Порядок решения задач.

1. Построить положение механизма.
2. Провести структурный анализ механизма
3. Провести кинематический анализ механизма
4. Определить инерционную нагрузку для каждого звена механизма.
5. Провести силовой расчет каждой группы Ассура в отдельности.
6. Провести силовой расчет ведущего звена

Примеры решения задач.

Задача №1. Для кривошипно – ползунного механизма найти инерционную нагрузку всех звеньев, если длины звеньев равны $l_{OA} = 0,074$ м, $l_{AB} = 0,200$ м; положения центров масс звеньев: $l_{OS_1} = 0,020$ м, $l_{AS_2} = 0,060$ м; массы звеньев: кривошипа OB – $m_1 = 10$ кг, шатуна AB – $m_2 = 0,5$ кг, ползуна 3 – $m_3 = 0,4$ кг; центральный момент инерции шатуна AB – $I_{S_2} = 0,0018$ кгм². Угловая скорость кривошипа OA постоянна и равна $\omega_1 = 200$ сек⁻¹. Задачу решить для положения механизма, когда угол $\varphi_1 = 45^\circ$.

Решение.

1) Задаемся масштабом чертежа $\mu_s = 0,001 \text{ м/мм}$ и строим схему механизма (рис.1а);

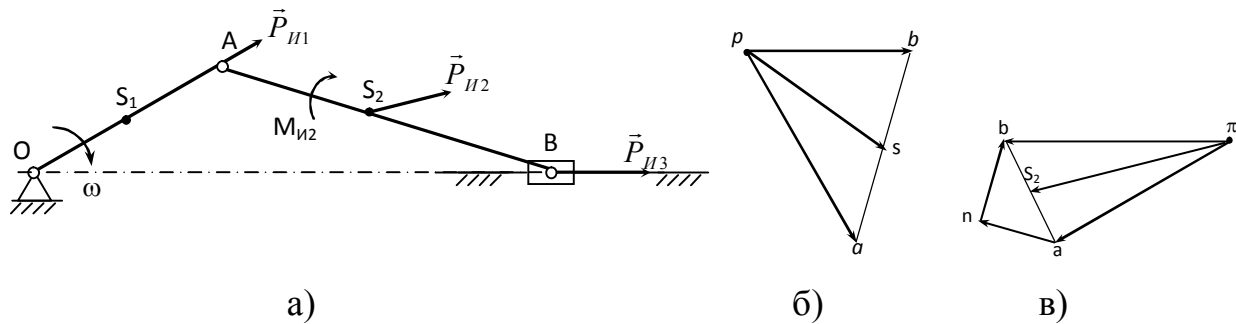


Рисунок 1

2) Строим план скоростей.

Масштабный коэффициент выбираем $\mu_v = 0,20 \text{ мсек}^{-1}/\text{мм}$ (рис.1б).

3) Строим план ускорений.

Масштабный коэффициент выбираем $\mu_a = 40 \text{ мсек}^{-2}/\text{мм}$ (рис.1в).

Построение плана положения, плана скоростей и ускорений мы подробно рассмотрели в первом модуле.

4) Подсчитаем инерционную нагрузку для каждого звена механизма.

а) *Инерционные силы.* Сила инерции кривошипа равна $P_{I1} = m_1 a_{S1} = m_1 (\pi s_1) \mu_a = 10 \cdot 20 \cdot 40 = 8000 \text{ н}$, приложена в центре масс кривошипа S_1 и по направлению противоположна вектору ускорения $\vec{a}_{S1}$ этого звена (рис.1а). Сила инерции шатуна равна $P_{I2} = m_2 a_{S2} = m_2 (\pi s_2) \mu_a = 0,5 \cdot 64 \cdot 40 = 1280 \text{ н}$, приложена в центре масс шатуна S_2 и по направлению противоположна вектору ускорения $\vec{a}_{S2}$ этого звена (рис.1а). Сила инерции ползуна 3 равна $P_{I3} = m_3 a_{S3} = m_3 (\pi b) \mu_a = 0,4 \cdot 56 \cdot 40 = 896 \text{ н}$, приложена в центре его масс (точке В, рис.1а) и по направлению противоположна вектору $\vec{a}_B$ ускорения этого центра.

б) *Инерционные моменты.* Для кривошипа ОА инерционный момент M_{I1} равен $M_{I1} = 0$, так как звено вращается равномерно.

Для шатуна АВ инерционный момент найдем по формуле

$$M_{I2} = I_{S2} \varepsilon_2 = I_{S2} \frac{a_{AB}^t}{l_{AB}} = I_{S2} \frac{(nb) \mu_a}{l_{AB}} = 0,0018 \cdot \frac{50 \cdot 40}{0,200} = 18 \text{ нм}.$$

Этот момент по направлению противоположен угловому ускорению звена АВ (рис.1а). Для ползуна 3 инерционный момент $M_{I3} = 0$, так как звено движется поступательно.

Задача №2. Для кривошипно- ползунного механизма (рис.1а) определить силы реакций в кинематических парах. Инерционные нагрузки известны из решения предыдущей задачи №1, еще в точке В приложена полезная сила сопротивления - $\vec{P}_B$.

Решение. В точке А – вращательная пара, в точке В – вращательная пара (шарнир) и поступательная (ползун – направляющая). Силовой анализ начнем с группы Ассур II класса второго вида из звеньев 2и 3.

Определим число степеней свободы этой группы (рис.2а)

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

Изобразим отдельно группу звеньев 2–3 в заданном положении в масштабе μ_S и приложим действующие нагрузки: веса звеньев $\bar{G}_2$ и $\bar{G}_3$ в центрах масс звеньев, реакция направляющей ползуна $\bar{R}_{O3}$ перпендикулярно оси x в точке B , реакцию в точке A представим двумя составляющими $\bar{R}_{12}^n$ – нормальная и $\bar{R}_{12}^\tau$ – касательная, направленными соответственно вдоль $\overline{AB}$ и перпендикулярно $\overline{AB}$. В соответствии с принципом Даламбера приложим силы инерции $\bar{P}_{H2}$; $\bar{P}_{H3}$ и момент сил инерции M_{H2} (рис.2а). Для полученной системы сил составим уравнение статики с учетом инерционных нагрузок $\sum M_B(\bar{F}_k) = 0$:

$$R_{12}^\tau \cdot \ell_{AB} - M_{H2} - P_{H2} h_H \mu_S + G_2 h_2 \mu_S = 0 \quad (1)$$

Откуда находится значение R_{12}^τ :
$$R_{12}^\tau = \frac{M_{H2} + (P_{H2} h_H - G_2 h_2) \mu_S}{\ell_{AB}}.$$

Здесь h_H и h_2 – плечи сил P_{H2} и G_2 относительно точки B , измеряются на чертеже в мм и умножаются на масштаб μ_S . Знак R_{12}^τ может быть отрицательным; это означает, что направление реакции противоположно указанному направлению на чертеже.

Для определения значений R_{12}^n и R_{O3} воспользуемся графическим методом, для чего составим векторное уравнение равновесия сил, действующих на группу звеньев 2–3.

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{P}_{H2} + \bar{P}_{H3} + \bar{G}_3 + \bar{P}_B + \bar{R}_{O3} = 0. \quad (2)$$

Замкнутый многоугольник векторов, соответствующий уравнению (2) называется план сил (рис.2б). Он строится в масштабе $\mu_p \left[\frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right]$, в соответствии с которым откладываются строго по направлениям все известные силы. Например, силу $\bar{R}_{12}^\tau$ на плане представляет отрезок $ab = \frac{R_{12}^\tau}{\mu_p} [\text{мм}]$. Отложив все

известные силы, из точки a (начало вектора $\bar{R}_{12}^\tau$) проводим прямую, параллельную $\overline{AB}$ (направление $\bar{R}_{12}^n$), а из точки k (конец вектора $\bar{P}_B$) – прямую, перпендикулярную оси x (направление $\bar{R}_{O3}$). Точка пересечения прямых m определит значения усилий $\bar{R}_{12}^n$ и $\bar{R}_{O3}$. Измерив в мм отрезки ma и km , получим значения усилий $R_{12}^n = \mu_p \cdot ma$, $R_{O3} = \mu_p \cdot km$.

Результирующая реакция (усилие) в точке A : $\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau$. Её значение $R_{12} = \mu_p \cdot mb$.

Чтобы найти усилие в шарнире B – точке соединения звеньев 2 и 3, на плане сил следует разделить силы, действующие на звенья 2 и 3, отрезком dm . По третьему закону Ньютона $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$. На плане сил отрезок $\overline{dm}$ соответствует усилию $\bar{R}_{32}$ действия звена 3 на звено 2, а отрезок $\overline{md}$ – усилию $\bar{R}_{23}$. Значение $R_{23} = R_{32} = \mu_p \cdot dm$.

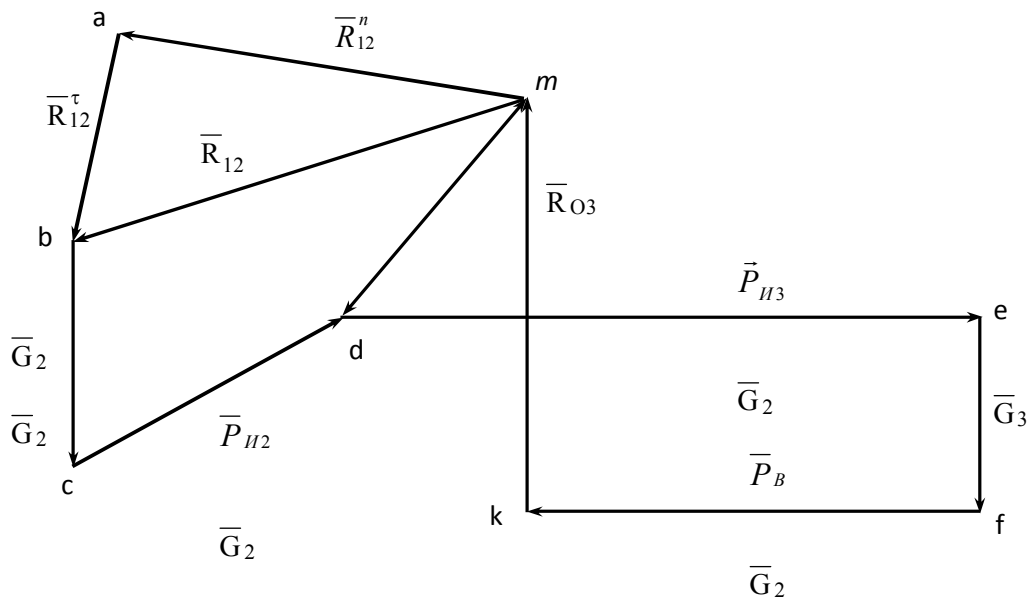
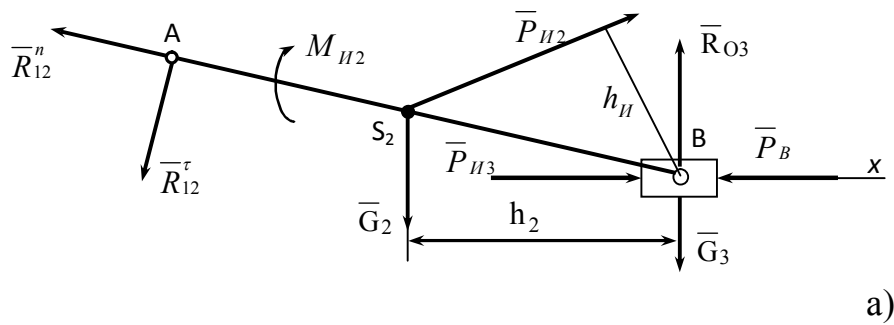


Рисунок 2

Силовой анализ ведущего звена ОА. Вычертим звено ОА в данном положении (рис.3а) и приложим силы: $\bar{G}_1$ – вес в точке S_1 , $\bar{R}_{21}$ – реакция звена АВ ($\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$), $\bar{P}_{n1}$ – силу инерции в точке S_1 и неизвестную по величине P_y – уравнивающую (или движущую) силу, направив её перпендикулярно $\overline{OA}$. Составим уравнение статики $\sum M_O(\bar{F}_k) = 0$: $P_y \cdot OA - R_{21}h_{21} - G_1h_1 = 0$, откуда

$$P_y = \frac{R_{21}h_{21} - G_1h_1}{OA}.$$

Здесь отрезки OA , h_{21} , h_1 в мм, измеряются на чертеже.

Определив уравновешенную силу P_y , строим план сил (рис.3б) в соответствии с уравнением $\bar{R}_{21} + \bar{P}_{n1} + \bar{P}_y + \bar{G}_1 + \bar{R}_{O1} = 0$ и находим неизвестное значение реакции в шарнире О: $R_{O1} = \mu_p \cdot ea$, где μ_p – масштаб плана сил, ea – отрезок в мм, полученный при замыкании векторного многоугольника сил.

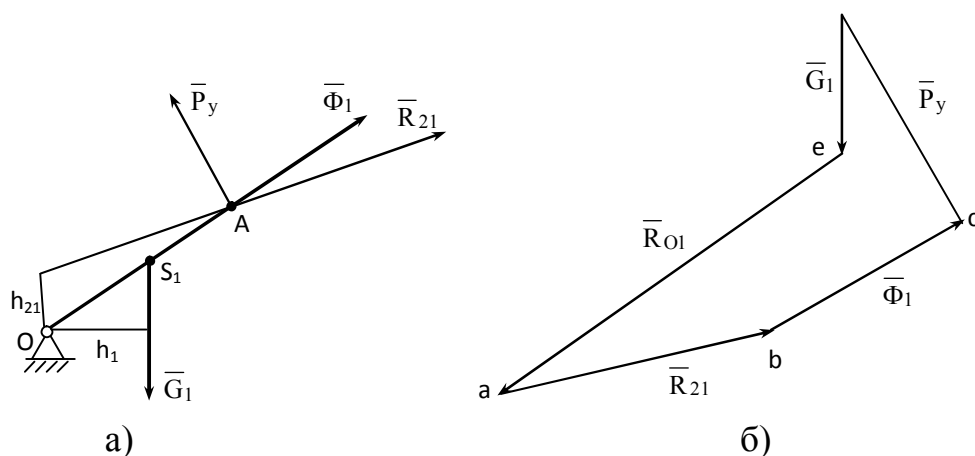


Рисунок 3

Основная литература 1[стр. 38-39,52-58], 2[стр.58-63], 6 [стр.103-118]

Контрольные вопросы:

1. Силы инерции звеньев
2. Моменты от пары сил инерции звеньев
3. Принцип Даламбера
4. Условие кинетостатической определимости кинематической цепи
5. Порядок проведения силового анализа механизма

Занятие 9 Теорема Жуковского о жестком рычаге.

Методические рекомендации

Что нужно знать из теории:

- Силы инерции звеньев механизма.
- Принцип возможных перемещений.
- Теорема Жуковского.

Порядок решения задач.

1. Построить повернутый план скоростей механизма.
2. Перенести в одноименные точки плана параллельно самим себе силы с механизма, включая уравнивающую силу.
3. Составить уравнение равновесия.

Примеры решения задач.

Задача №1. Для шарнирного четырехзвенника (рис.1а) найти величину уравнивающей силы $\vec{P}_y$, приложенной к оси шарнира A перпендикулярно к направлению OA , а также уравнивающий момент M_y , приложенный к звену 1.

Решение. Применим метод Жуковского к нахождению уравнивающей силы P_y . Рассмотрим шарнирный четырёхзвенный механизм (рис. 1а) находящийся в состоянии равновесия под действием сил: веса кривошипа 1 G_1 , шатуна 2 G_2 и коромысла 3 G_3 ; инерции: кривошипа 1 $P_{и1}$; шатуна 2 $P_{и2}$, $M_{и2}$; коромысла 3 $P_{и3}$, $M_{и3}$. Суммарное действие на звено силы и момента силы инерции заменяем одной результирующей силой инерции, создающей момент, действующий в обратном направлении угловому ускорению, и приложенной в центре качания (для шатуна 2 – K_2 , коромысла 3 – K_3).

Для приведения механизма в равновесное состояние необходимо, в какой либо точке механизма приложить уравнивающую силу P_y .

За точку приложения уравнивающей силы чаще всего принимается точка A начального звена, и направляем её перпендикулярно к O_1A . Строим в произвольном масштабе повернутый на 90° план скоростей механизма (рис. 1б) и переносим в соответствующие точки вектора внешних сил и силы инерции, а также уравнивающую силу параллельно их действию.

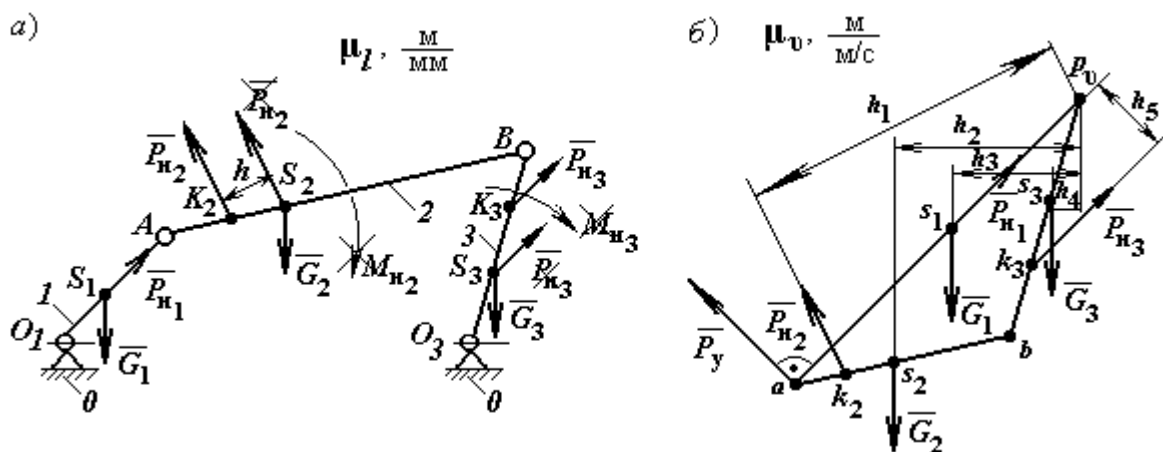


Рисунок 1

Принимая план скоростей за рычаг, нагруженный силами $G_1, G_2, G_3, P_{n1}, P_{n2}, P_{n3}$ и P_y , составляем уравнение моментов этих сил относительно полюса плана скоростей p_0 :

$$P_y \cdot ap_v + P_{n2} \cdot h_1 - G_2 \cdot h_2 - G_1 \cdot h_3 - P_{n3} \cdot h_5 - G_3 \cdot h_4 = 0.$$

Из этого уравнения определяем величину уравнивающей силы

$$P_y = \frac{-P_{n2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + G_1 \cdot h_3 + P_{n3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_4}{ap_v}.$$

Если она получилась положительной, то направление её действия выбрано правильно. При отрицательном значении P_y необходимо изменить её направление на противоположное.

Уравнивающая сила является условной, и её используют лишь для вопросов, связанных с определением мощности или работы машины.

Основная литература 1[стр. 336-344], 2[стр.63-65], 6 [118-123]

Контрольные вопросы:

1. Рычаг Жуковского
2. Теорема Жуковского
3. Принцип возможных перемещений
4. Определение уравнивающей силы при помощи рычага Жуковского

Занятие 10,11 Определение приведенных параметров. Решение дифференциальных уравнений движения звена приведения

Методические рекомендации

Что нужно знать для решения задач:

- Приведение сил и масс в механизмах.
- Характеристики сил.
- Режимы движения механизма.
- Метод Виттенбауэра.

Порядок решения задач.

1. Строится план положения механизма.
2. Строится план скоростей механизма.
3. Определяются приведенные параметры механизма.
5. Составляются уравнения движения
6. Решая уравнения движения, находятся искомые параметры
7. Строятся графики приращения кинетической энергии и приведенного момента инерции.
8. По диаграмме Виттенбауэра определяется момент инерции маховика.

Примеры решения задач.

Задача №1.

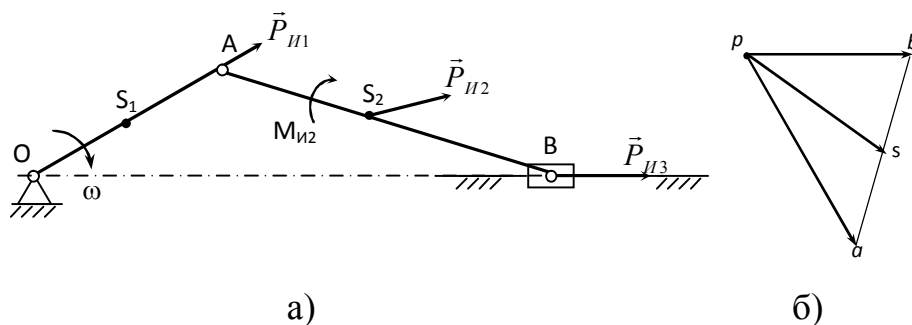


Рисунок 1

Для кривошипно-ползунного механизма (рис.1а) найти приведенную к оси шарнира B силу P_{Π} , перпендикулярную линии AB, от силы $P_3 = 1000 \text{ н}$, приложенной к звену 3 (поршню), а также приведенную массу m_{Π} от масс всех звеньев механизма. Расчет провести для положения звена приведения, когда угол $\varphi_1 = 45^\circ$. Размеры звеньев и положения центров масс их: $l_{AB} = 0,065 \text{ м}$, $l_{BC} = 0,32 \text{ м}$, $l_{BS_2} = 0,06 \text{ м}$, центр масс звена 1 лежит на оси шарнира A. Масса звена 2 - $m_2 = 0,4 \text{ кг}$, момент инерции звена 2 относительно оси, проходящей через его центр масс, равен $I_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кгм}^2$, масса звена 3 равна $m_3 = 0,5 \text{ кг}$, момент инерции звена 1 относительно оси, проходящей через его центр масс, равен $I_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ кгм}^2$.

Решение.

- 1) Строим план положения механизма в масштабе $\mu_l = 0,004 \text{ м/мм}$ (рис.1а).
- 2) Строим план скоростей механизма (рис.1б).
- 3) Приведенную силу P_{Π} определяем по формуле:

$$P_{\Pi} = \frac{\sum N_K}{v_{\Pi}} = \frac{\sum P_K v_K \cos \alpha_K + \sum M_K \omega_K}{v_{\Pi}}.$$

$$4) \text{ Тогда } P_{\Pi} = \frac{N_3}{v_B} = \frac{P_3 \cdot v_C}{v_B} = P_3 \frac{(pc)}{(pb0)} = 1000 \cdot \frac{40}{50} = 800 \text{ н},$$

где $(pc) = 40 \text{ мм}$ и $(pb) = 50 \text{ мм}$ – отрезки из плана скоростей.

5) Приведенную массу определяем по формуле: $m_{\Pi} = \frac{2(T_1 + T_2 + T_3)}{v_B^2}$, где T_1 , T_2 , T_3 – кинетические энергии звеньев 1, 2 и 3. Пишем выражения этих энергий: $T_1 = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} = \frac{I_1 v_B^2}{2l_{AB}^2}$, $T_2 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 v_{S_2}^2}{2} = \frac{I_2 v_{CB}^2}{2l_{BC}^2} + \frac{m_2 v_{S_2}^2}{2}$, $T_3 = \frac{m_3 v_C^2}{2}$. В значениях T_1 и T_2 угловые скорости ω_1 и ω_2 выражены через соответствующие линейные скорости v_B и v_{CB} , т. е. $\omega_1 = \frac{v_B}{l_{AB}}$, $\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{CB}}$. Подставляя в формулу

$m_{\Pi} = \frac{\sum m_k v_k^2 + \sum I_k \omega_k^2}{v_{\Pi}^2}$, где v_{Π} – скорость точки приведения, значения кинетических энергий T_1 , T_2 , T_3 , вычисленные для каждого звена, и заменяя величины скоростей соответствующими отрезками из плана скоростей, окончательно получим

$$m_{\Pi} = \frac{I_1}{l_{AB}^2} + \frac{I_2}{l_{BC}^2} \left(\frac{bc}{pb} \right)^2 + m_2 \left(\frac{ps_2}{pb} \right)^2 + m_3 \left(\frac{pc}{pb} \right)^2 = \frac{0,012}{(0,065)^2} + \frac{0,006}{(0,32)^2} \cdot \left(\frac{36}{50} \right)^2 + 0,4 \left(\frac{46}{50} \right)^2 + 0,5 \left(\frac{40}{80} \right)^2 = 2,84 + 0,03 + 0,339 + 0,32 = 3,529 \text{ кгм}^2,$$

где $(pb) = 50 \text{ мм}$, $(bc) = 36 \text{ мм}$, $(ps_2) = 46 \text{ мм}$, $(pc) = 40 \text{ мм}$ – отрезки из плана скоростей.

Задача №3. Для механизма с поступательно движущейся кулисой определить с помощью диаграммы Виттенбауэра момент инерции и маховой момент маховика при установившемся движении машины. Заданы: коэффициент неравномерности $\delta = 0,05$. Средняя угловая скорость кривошипа $\omega_{cp} = 35,65 \text{ с}^{-1}$; Момент инерции звена приведения $J_1 = 0,05 \text{ кгм}^2$; вес поступательно движущейся кулисы $G = 10 \text{ Н}$ и сила полезного сопротивления $P = 100 \text{ Н}$.

Решение.

1) Считаем, что необходимые параметры заранее определены известными нам методами и все графики построены.

2) Определяем максимальные и минимальные значения углов ψ_{max} и ψ_{min} , которые образуют с осью J^* касательные, проведенные из начала координат O к диаграмме Виттенбауэра. Отсюда $\psi_{max} = 33^\circ 43'$; $\psi_{min} = 31^\circ 08'$.

$$\operatorname{tg} \psi_{max} = \omega_{cp}^2 \left(1 + \frac{\delta}{2} \right)^2 \frac{\mu_j}{2\mu_E} = 35,62^2 \left(1 + \frac{0,05}{2} \right)^2 \frac{0,0002}{2 \cdot 0,2} = 0,66727;$$

$$\operatorname{tg} \psi_{min} = \omega_{cp}^2 \left(1 - \frac{\delta}{2} \right)^2 \frac{\mu_j}{2\mu_E} = 35,65^2 \left(1 - \frac{0,05}{2} \right)^2 \frac{0,0002}{2 \cdot 0,2} = 0,60411.$$

Под этими углами проводим касательные к диаграмме Виттенбауэра (рис.3). Эти касательные отсекают от оси ординат ΔE отрезок AB и касаются диаграммы в точках 0 и 4. Поэтому наибольшая угловая скорость кривошипа будет в положении 0, а наименьшая угловая скорость – в положении 4.

Момент инерции маховых масс

ИЛИ

$$J_M = \frac{AB\mu_E}{\delta\omega_{cp}^2} = \frac{65 \cdot 0,2}{0,05 \cdot 35,65^2} = 0,2046 \text{ КЗМ}^2.$$

107

2. Определение элемента высшей пары на кулачке (построение профиля кулачка) по заданной зависимости между перемещениями входного и выходного звеньев.

3. Проводится расчет размеров проектируемой передачи

4. По полученным размерам решается задача синтеза

Примеры решения задач.

Задача №1

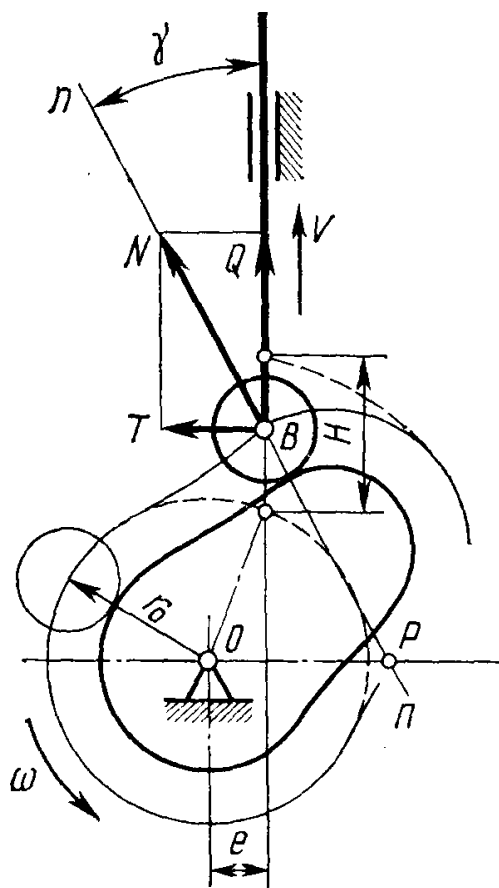


Рисунок 1

В кулачковом механизме (рис.1) полный ход толкателя $H=50\text{мм}$; Эксцентриситет $e = 10\text{мм}$; угол давления $\varphi_1 = 90^\circ$ и максимально допустимый угол давления $\gamma_{\max} = 30^\circ$. Замыкание высшей пары силовое. Закон движения толкателя косинусоидальный $S = \frac{H}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} \right)$. Определить наименьший радиус r_0 кулачка.

Решение.

Аналитическое решение. Пользуясь уравнением

$$S_B'' / \operatorname{tg} \gamma_{\max} = S_B', \quad (1)$$

определяем угол φ , при котором r_0 будет наибольшим. Для этого в уравнении (1) из заданного закона движения толкателя подставляем значения S_B' и S_B'' :

$$\frac{\pi^2 H}{2\varphi_1^2} \cos \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} = \frac{\pi H}{2\varphi_1} \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} \operatorname{tg} \gamma_{\max},$$

откуда получим $\operatorname{tg} \pi\varphi / \varphi_1 = \pi / (\varphi_1 \operatorname{tg} \gamma_{\max})$.

Подставляя значение $\varphi_1 = \pi / 2$ и $\gamma_{\max} = 30^\circ$,

находим $\varphi = 36^\circ 57'$. Далее рассчитываем

$$S = \frac{H}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} \right) = \frac{H}{2} (1 - \cos 2\varphi) = \frac{50}{2} (1 - \cos 2 \cdot 36^\circ 57') = 18,08 \text{ мм};$$

$$S' = \frac{\pi H}{2\varphi_1} \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_1} = H \sin 2\varphi = 50 \cdot 0,961 = 48,04 \text{ мм}.$$

Из формулы $r_0^2 = [(S_B' \pm e) / \operatorname{tg} \gamma_{\max} - S_B]^2 + e^2$ определяем значения минимального радиуса r_0 кулачка: первое значение $r_{01} = 49 \text{ мм}$ имеем при отрицательном; эксцентриситете ($-e$); второе значение $r_{02} = 83 \text{ мм}$ имеем при положительном; эксцентриситете ($+e$). Выбор отрицательного эксцентриситета ведет к уменьшению габарита механизма ($r_{01} < r_{02}$).

Решение графоаналитическое. Строим диаграмму, которая получается из двух диаграмм $S(\varphi)$ и $\frac{dS}{d\varphi}(\varphi)$ путем графического исключения угла φ из обеих

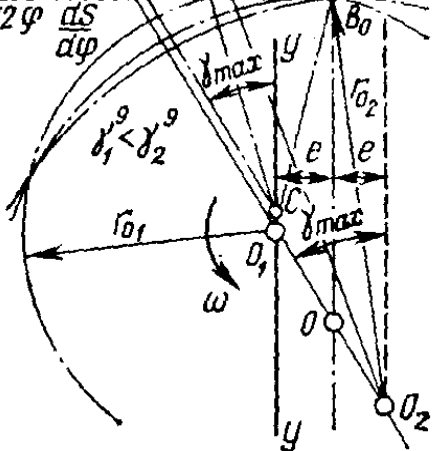
$$V_B = \frac{dS_B}{d\varphi} \omega = S' \omega.$$


Рисунок 2

Масштабы S и $S' = \frac{dS}{d\varphi}$ на диаграмме должны быть равны между собой.

Поскольку линейная скорость V_B в действительности направлена вверх (удаление толкателя), а вращение кулачка происходит против часовой стрелки, то отрезки S' отложены влево от перемещений S .

Проводим прямую $уу$ (сплошная линия), на расстоянии дезаксиала e от прямой OS (осевая линия), проходящей через путь S центра ролика. К кривой линии диаграммы $S-S'$ проводим касательную под углом $\gamma_{max} = 30^\circ$. Эта касательная пересекает прямую $уу$ в точке O_1 , которая и является осью вращения кулачка. Кроме того, касательная пересекает еще две линии:

1) прямую OS (осевая линия) в точке O , которая будет осью вращения кулачка, если дезаксиал $e = 0$;

2) прямую (пунктирная линия) в точке O_2 , которая будет осью вращения кулачка, если дезаксиал e отложить от прямой OS вправо.

Из этого следует, если дезаксиал e отложить от линии OS в правильном направлении (в решаемом примере влево от линии OS), то можно уменьшить минимальный радиус кулачка (габарит кулачкового механизма).

Заметим, что углы давления по абсолютной величине в период рабочего хода при правильном выборе направления дезаксиала e (влево от линии OS) и центра вращения O_1 кулачка во всех положениях толкателя 2 кроме расчетного, т. е. положения, где γ_{max} несколько меньше углов давлений $(\gamma_1^0 \langle \varphi_2^0)$, получающихся при выборе центров вращения в O или O_2 . Это уменьшение углов давления благоприятно сказывается на картине передачи силы и на общем коэффициенте полезного действия механизма, уменьшая потери на трение.

Основная литература 1[104-108, 507-549], 2[191-209], 6 [214-230]

Дополнительная литература 13, 15, 16

Контрольные вопросы:

1. Задача синтеза
2. Угол давления
3. Минимальный радиус кулачка

2.4 Планы лабораторных занятий

Лабораторная работа №1

Тема - структурный синтез и анализ механизмов

Задание - произвести структурный анализ не менее трех механизмов.

Основная литература 1[11-67], 2[4-31]

Дополнительная литература 13[11-20]

Контрольные вопросы:

1. По какому признаку классифицируют кинематические пары.
2. Как определить число степеней свободы механизма.
3. Что такое группа Ассура, и какими свойствами она обладает.
4. В чем принцип замены высших пар низшими парами.
5. Как проводится структурный анализ механизма.

Лабораторная работа № 2

Тема - кинематический анализ механизмов методом диаграмм.

Задание – определение перемещения, скорости и ускорения, для некоторого положения механизма используя кинематические диаграммы.

Основная литература 1[76-132], [39-57]

Дополнительная литература 13[20-28]

Контрольные вопросы:

1. Что такое аналог скорости и ускорения.

2. Как определить истинные значения скорости и ускорения по их аналогам.

Лабораторная работа № 3

Тема - Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями вращения.

Задание – определение передаточных отношений многоступенчатых зубчатых передач.

Основная литература 1[142-174], [179-186]

Дополнительная литература 13[29-32]

Контрольные вопросы:

1. Как передается вращение в зубчатых передачах
2. Как определяется передаточное отношение зубчатой передачи
3. Как определяется передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи с неподвижными осями

Лабораторная работа № 4

Тема - Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями вращения.

Задание - определение передаточных отношений планетарных механизмов.

Основная литература 1[142-174], [179-186]

Дополнительная литература 13[32-35]

Контрольные вопросы:

1. Какая зубчатая передача называется планетарной передачей.
2. Что такое сателлит (опорное колесо, водило).
3. Чему равна степень подвижности планетарной передачи.
4. Как определяется передаточное отношение планетарной передачи.

Лабораторная работа №5

Тема - Статическая и динамическая балансировка роторов с известным расположением масс.

Задание - Определите вес и координаты противовеса при статическом уравнивании.

Основная литература 1[142-174], [179-186]

Дополнительная литература 11[203-215]

Контрольные вопросы:

1. К чему приводит неуравновешенность масс звеньев вращающихся с большой угловой скоростью.
2. Что такое статическая балансировка.
3. Что такое динамическая балансировка.
4. Что такое полное уравнивание.
5. Как пишется условие уравновешенности ротора.

Лабораторная работа №6

Тема - Построение профиля эвольвентных зубьев зубчатых колес методом огибания (моделирование процесса изготовления зубчатых колес).

Задание - вычерчивание зубьев эвольвентного профиля методом обкатки.

Основная литература 1[416-460], [137-163]

Дополнительная литература 11[26-37]

Контрольные вопросы

1. Способы изготовления зубчатых колес.
2. Шаг зацепления, модуль зацепления.
3. Назовите методы нарезания зубьев зубчатых колес.
4. Что такое инструментальная рейка.
5. Какое зубчатое колесо называется нулевым, корригированным.
6. Что такое линия зацепления, дуга зацепления
7. Как определяются рабочие участки профилей зубьев.

Лабораторная работа №7

Тема - обмер зубчатых колес с эвольвентным профилем зубьев.

Задание - определение размеров и параметров зубчатого колеса путем непосредственных измерений и необходимых расчетов.

Основная литература 1[416-460], [137-163]

Дополнительная литература 11[26-37]

Контрольные вопросы

1. Основное свойство эвольвенты.
2. Какая кривая используется при профилировании зубьев зубчатого колеса?
3. Что такое основная окружность зубчатого колеса?
4. Высота зуба, ширина зуба.

2.5 Планы занятий в рамках самостоятельной работы студентов под руководством преподавателя (СРСП).

Нед	Задание	Форма проведения	Методические рекомендации	Литература
1	Тестовый опрос на остаточные знания по теоретической механике	Тесты, дискуссия	Повторить определение проекции вектора на ось, момент силы относительно точки и оси	Учебники и УМК по теоретической механике
2	Тестовый опрос по темам 1 и 2	Тесты, дискуссия	Необходимо повторить основные понятия ТММ.	Осн.1[стр.11-38]
3	Защита лабораторной работы №1	Презентация индивидуального задания	Уметь раскладывать механизм на группы Ассура.	Осн.6[§2,4,6,7]
4	Защита лабораторной работы №2	Презентация индивидуального задания	Знать метод графического дифференцирования	Осн. 6[§2,4,6,7]
5	Контрольная работа №1	Письменное решение	Повторить материал по структурному анализу механизма.	Осн.1[стр.38-67], 2[стр.14-31]
6	Рубежный контроль	Тесты	Подготовить	УМК

	по модулю №1		контрольные вопросы по первому модулю	
7	Защита лабораторной работы №3	Презентация индивидуального задания	Знать формулу определения передаточного отношения многоступенчатых передач	Осн. 1[стр.142-174], 2[стр.179186-67],
8	Защита лабораторной работы №4	Презентация индивидуального задания	Знать формулу определения передаточного отношения планетарных передач	Осн. 1[стр.142-174], 2[стр.179186-67],
9	Защита лабораторной работы №5	Презентация индивидуального задания	Знать методы статической и динамической балансировки роторов	Осн. 1[стр.325-355], 2[стр.120-135],
10	Защита лабораторной работы №6	Презентация индивидуального задания	Уметь строить эвольвенту, знать методы обкатки	Осн. 1[стр.416-460], 2[стр.137-163],
11	Рубежный контроль по модулю №2	Тесты	Подготовить контрольные вопросы по первому модулю	УМК
12	Контрольная работа №2	Письменное решение	Повторить кинематический анализ плоских рычажных механизмов	Осн.1[стр.90-96], 2[стр.53-57]
13	Защита лабораторной работы №7	Презентация индивидуального задания	Повторить размеры зубьев зубчатых колес с эвольвентным профилем	Осн. 1[стр.416-460], 2[стр.137-163],
14-15	Защита курсовой работы	Презентация индивидуального задания	Повторить материал 1, 2 и 3, 4 модулей	УМК

2.6 Планы занятий в рамках самостоятельной работы студентов (СРС)

Нед.	Задание	Методические рекомендации	Литература
1	Задание №1 Моменты сил относительно точки	Составить условия равновесия произвольной плоской системы сил	УМК по ТМ и Математике
2	Задание №2 "Определение класса плоского рычажного механизма"	Провести полный структурный анализ механизма	1[11-38,38-67], 2[4-14,14-31],
3	Задание №3 "Определение правого крайнего положения механизма "	Повторить метод деления окружности на различное количество равных частей.	1[70-73], 2[46-48]
4	Задание №4 "Построение 12 положений звеньев механизма"	Повторить метод засечек	1[73-75], 2[48-57]
5	Задание №5 "Определение скоростей точек механизма методом планов скоростей"	Повторить определение скоростей точек твердого тела при различных случаях движения.	1[76-96], 2[48-57]
	Задание №6	Повторить определение ускорений	1[76-96], 2[48-

6	"Определение ускорений точек механизма методом планов ускорений".	точек твердого тела при различных случаях движения.	57]
7	Задание №7 "Определение угловых скоростей и ускорений звеньев механизма".	Повторить методы определения угловых скоростей и ускорений твердого тела при различных случаях движения.	1[76-96], 2[48-57]
8	Задание №8 "Построение диаграммы перемещения 3-го звена"	Повторить метод хорд для построения кинематических диаграмм	1[76-132], 2[39-42], 13[20-28]
9	Задание №9 "Построение диаграммы скорости движения 3-го звена "	Повторить метод графического дифференцирования	1[76-132], 2[39-42], 13[20-28]
10	Задание №10 "Построение диаграммы ускорения движения 3-го звена "	Повторить метод графического дифференцирования	1[76-132], 2[39-42], 13[20-28]
11	Задание №11 "Определение реакций в КП группы Ассур 2 - 3"	Повторить правила разложения механизма, принцип Даламбера.	1[213-287], 2[58-63], 10[111-120]
12	Задание №12 "Определение реакций в КП следующей группы Ассур."	Повторить правила разложения механизма , принцип Даламбера	1[213-287], 2[58-63], 10[111-120]
13	Задание №13 "Определение P_y из силового анализа ведущего звена "	Повторить условие кинетостатической определимости кинематических цепей.	1[213-287], 2[58-63], 10[111-120]
14	Задание №14 "Определение P_y по методу Жуковского "	Повторить метод Жуковского	1[336-343], 2[63-65]
15	Задание №15 "Сравнение полученных результатов "	Отклонения не должны превышать 5%.	1[336-343], 2[63-65], 10[124-127]

2.6.1 Курсовая работа

Курсовая работа выполняется студентами по вариантам из "Методических указаний для курсовых работ по ТММ", 2001 года издания. Задания студентам выдаются преподавателем.

Содержание курсовой работы

Курсовая работа содержит графическую часть (чертежи) и расчетную часть, выполняемую в пояснительной записке.

Чертежи выполняются на формате А1 (594x841) карандашом с соблюдением требований ЕСКД.

Пояснительная записка выполняется на листах формата А4 (210x297) и должна иметь обложку со стандартным титульным листом.

Пояснительная записка содержит следующие элементы:

1. Задание (исходные данные).
2. Содержание.
3. Введение (описание цели исследования).
4. Основная часть (описание хода выполнения курсовой работы с необходимыми расчетами - по пунктам задания).

5. Заключение (оценка результатов работы, ее познавательной и научной ценности).

6. Спецификация (перечень составных частей курсовой работы).

Объем курсовой работы определяется числом листов и назначается преподавателем в зависимости от специальности студента.

Каждому студенту выдается индивидуальное задание. Номер задания и варианта назначает преподаватель.

Порядок защиты курсовой работы

Выполненная курсовая работа предъявляется преподавателю для проверки. При правильном выполнении чертежей, всех пунктов задания и оформлении работы в соответствии с предъявляемыми требованиями, курсовая работа допускается к защите.

Защита осуществляется одновременно по всем заданным листам курсовой работы. При защите студент должен показать умение использовать основные теоретические положения курса ТММ для выполнения заданий курсовой работы и знание методики его выполнения.

2.7 Тематика письменных работ

Тематика контрольных работ.

1. Структурный анализ механизма.
2. Кинематический анализ механизма.
3. Динамический анализ механизма

Тематика курсовой работы

1. Кинематическое и силовое исследование плоского рычажного механизма.
2. Исследование движения механизма и расчет маховика (лист №2).

Рекомендуемая литература

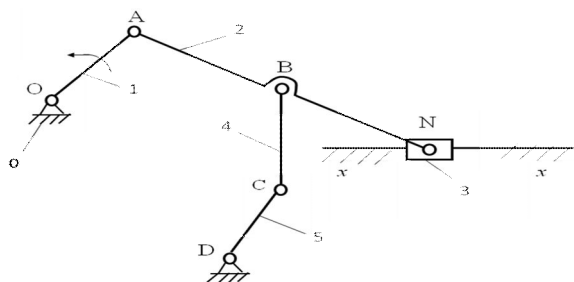
1. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по ТММ. М., 1973.
2. Дракунов Ю.М., Косболов С.Б. Структурный и кинематический анализ механизмов: Методические указания к лабораторным работам по ТММ. Часть 1. Алматы, 1994.
3. Джумагулова Н.Б. Структурный и кинематический анализ механизмов: Методические указания к практическим занятиям по ТММ. Алматы, 2005.
4. Джумагулова Н.Б. Динамический анализ и синтез механизмов: Методические указания к практическим занятиям по ТММ. Алматы, 2005.
5. Коренько А.С. Курсовое проектирование по ТММ. М., 1970.
6. Попов С.А. Курсовое проектирование по ТММ. М., 1998.
7. Сейдахмет А.Ж. и др. Курсовой проект по ТММ (задания): Методические указания к курсовому проектированию по ТММ. Часть 1. Алматы, 2001.

2.8 Тестовые задания для самоконтроля

Вопросы, включенные в задания для самоконтроля, включены частично в задания для рубежных контролей и в экзаменационные вопросы.

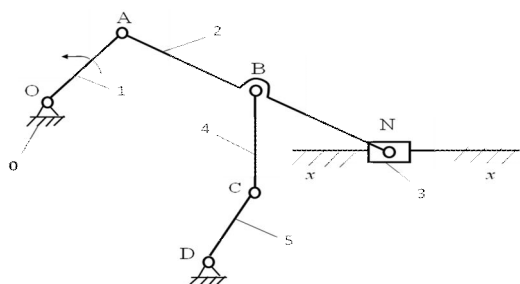
Модуль № 1 «Структурный и кинематический анализ механизмов»

1. Какого класса первая из присоединенных групп Ассура и укажите эту группу?



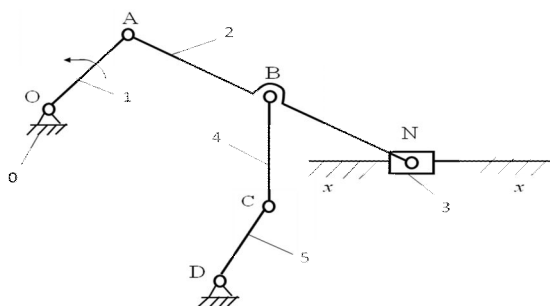
- A) II(2,3)
- B) II(2,3,4)
- C) II(2,3,4,5)
- D) III(2,3,4,5)
- E) III(2,3,4,5,6,7)

2. Определите класс механизма?



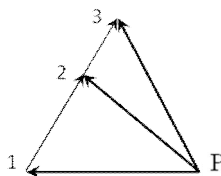
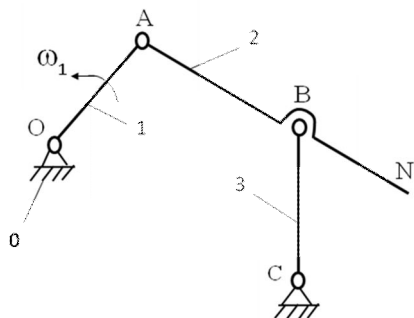
- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

3. Укажите формулу строения механизма?



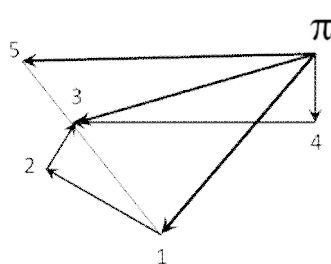
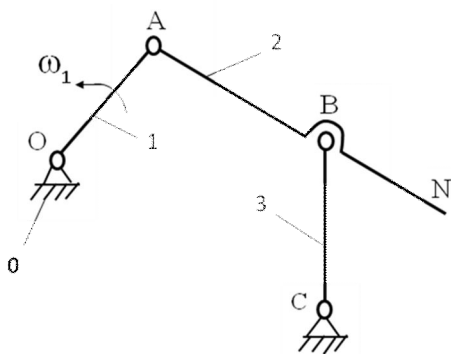
- A) I(0,1) → II(2,3) → III(4,5)
- B) I(0,1) → III(2,3,4,5) → II(6,7)
- C) I(0,1) → II(2,3) → II(4,5)
- D) I(0,1) → IV(2,3,4,5)
- E) I(0,1) → II(2,3) → III(4,5)

4. Каким вектором изображена относительная скорость $\vec{V}_{CB}$ на плане скоростей



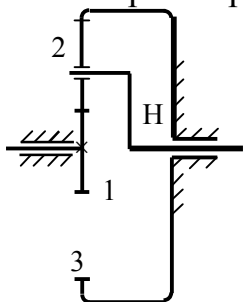
- A) 12
- B) 23
- C) P1
- D) P2
- E) P3

5. Укажите вектор абсолютного ускорения $\vec{a}_N$ точки N?



- A) $\pi 1$
 B) $\pi 2$
 C) $\pi 3$
 D) $\pi 4$
 E) $\pi 5$

6. По какой формуле определяется передаточное отношение U_{1H}^3 планетарного редуктора?



- A) $U_{1H}^3 = 1 - U_{13}^H$
 B) $U_{1H}^3 = 1 - U_{12}^3$
 C) $U_{1H}^3 = U_{13}^H - 1$
 D) $U_{1H}^3 = U_{12}^3 - 1$
 E) $U_{1H}^3 = 1 - U_{1H}^2$

Модуль 2 «Динамический анализ механизмов»

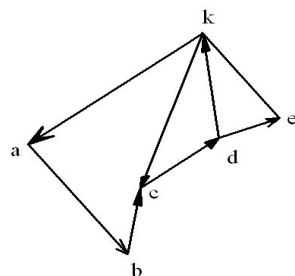
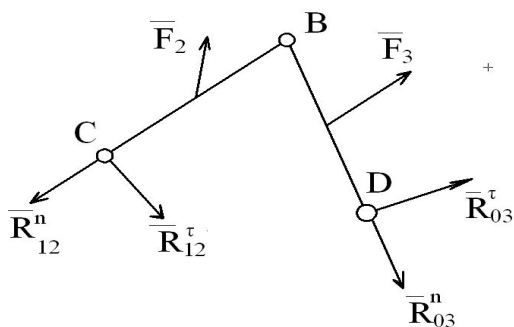
1. По какой формуле определяется модуль главного момента пары сил инерции?

- A) $M_H = I_S \cdot \varepsilon$ B) $M_H = I_S \cdot \frac{\omega^2}{2}$ C) $M_H = I_S \cdot \omega^2$
 D) $M_H = m \cdot a_S$ E) $M_H = m \cdot V$

2. По какой формуле определяется модуль главного вектора сил инерции?

- A) $F_H = m \cdot \omega$ B) $F_H = m \cdot \varepsilon$ C) $F_H = m \cdot a_S$
 D) $F_H = m \cdot a_S^2$ E) $F_H = m / a_S$

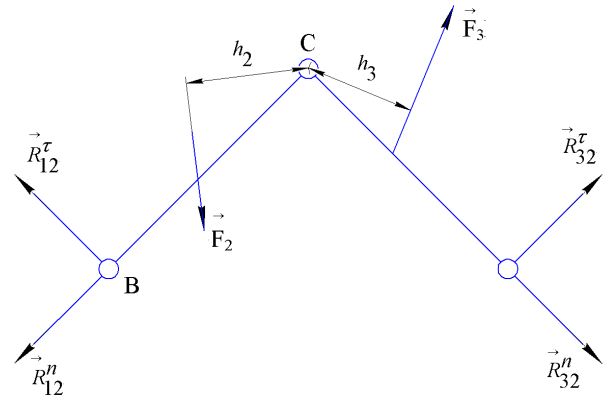
3. Какой вектор изображает на плане сил реакцию $\vec{R}_{03}^n$?



- A) ka
 B) av
 C) cd
 D) de
 E) ek

4. Из какого уравнения можно определить реакцию $\vec{R}_{32}$?

- A) $\sum m_B (\vec{F}_i)_2 = 0$
 B) $\sum m_B (\vec{F}_i)_3 = 0$
 C) $\sum (\vec{F}_i)_2 = 0$
 D) $\sum (\vec{F}_i)_3 = 0$
 E) $\sum (\vec{F}_i)_{2,3} = 0$



5. Укажите уравнение, которое соответствует времени разбега?

- A) $\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{i0}^2}{2} > 0$ B) $\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{i0}^2}{2} < 0$ C) $\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{i0}^2}{2} = 0$
 D) $\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{i0}^2}{2} \leq 0$ E) $\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{i0}^2}{2} \geq 0$

6. По какой формуле определяется угловая скорость звена приведения по диаграмме «энергия-масса»?

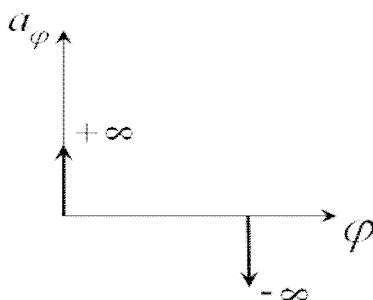
- A) $\omega_{li} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_{I_n}} \cdot \text{tg} \psi_i}$ B) $\omega_{li} = \sqrt{\frac{\mu_T}{\mu_{I_n}} \cdot \text{tg} \psi_i}$ C) $\omega_{li} = \sqrt{\frac{\mu_T}{2\mu_{I_n}} \cdot \text{tg} \psi_i}$
 D) $\omega_{li} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_{I_n}} \cdot \text{tg} \psi_i^2}$ E) $\omega_{li} = \sqrt{\frac{\mu_T}{\mu_{I_n}} \cdot \text{tg} \psi_i^2}$

Модуль №3 «Синтез механизмов»

1. На что влияет величина угла давления в кулачковых механизмах?

- A) на выбор внешних сил B) на выбор закона движения
 C) на выбор угла передачи D) на выбор размеров кулачка
 E) на выбор метода исследования

2. Какое движение совершает толкатель кулачкового механизма при данном законе ускорения?



- A) без ударов
 B) с мягкими ударами
 C) с жесткими ударами
 D) с плавно-мягкими ударами
 E) с мягко-жесткими ударами

3. Чему равен максимально допустимый угол давления для кулачковых механизмов со штанговым толкателем?

A) 60° B) 40° C) 30° D) 45° E) 90°

4. Чему равен максимально допустимый угол давления для кулачковых механизмов с коромысловым толкателем?

A) 60° B) 40° C) 30° D) 50° E) 90°

5. Чему равна величина модуля m ?

A) t/π B) π/t C) t/R D) t/z E) t/ω

6. По какой окружности нормального колеса ширина впадины и толщина зуба равны между собой?

A) основной B) делительной C) впадин
D) вершин E) начальной

Коды правильных ответов

Номер вопроса	Правильный ответ	Номер вопроса	Правильный ответ	Номер вопроса	Правильный ответ
Модуль №1 «Структурный и кинематический анализ»		Модуль №2 «Динамический анализ механизмов»		Модуль №3 «Синтез механизмов»	
1	2	3	4	5	6
1	A	1	A	1	D
2	B	2	C	2	C
3	C	3	E	3	B
4	A	4	C	4	D
5	E	5	A	5	A
6	A	6	A	6	B

2.9 Экзаменационные вопросы по курсу

Представленные вопросы являются вопросами для подготовки к экзамену и соответствуют типовой и рабочей программ по изучаемой дисциплине для данной специальности. Вопросы, которые включаются в тестовые экзаменационные задания, имеют иную формулировку (см. тестовые задания для самоконтроля), и содержат задачи и числовые расчеты.

1. Классификация кинематических пар. Какие пары могут существовать в плоских механизмах.

2. Механизм, машина, звено, кинематическая пара.

3. Ведущее, ведомое, начальное, входное и выходное звенья.

4. Формулы образования пространственных и плоских механизмов (Малышева, Чебышева).

5. Основные характеристики пассивных звеньев, кинематических пар и приведите примеры.

6. Принципы образования механизмов по Ассуру.

7. Группа Ассура. Основные виды плоских рычажных механизмов образованных группами 2 класса 2 порядка.

8. Структурный анализ механизмов. Основные цели и условия замены в плоских механизмах высших кинематических пар низшими.

9. Основные задачи кинематического исследования механизмов. Понятие о геометрических и кинематических характеристиках. Связь кинематических и передаточных функций.

10. Основные задачи кинематического анализа механизмов. Аналитический метод – способ проекций векторного контура (рассмотреть на примере).

11. Основные задачи кинематического анализа механизмов. Метод планов (показать на примере).

12. План положений механизма. Траектория точки.

13. План скоростей.

14. План ускорений.

15. Основные задачи кинематического анализа механизмов. Кинематические диаграммы.

16. Метод графического дифференцирования.

17. Аналогии скоростей и ускорений.

18. Зубчатые механизмы. Виды зубчатых зацеплений. Их назначение.

19. Передаточное отношение зубчатых механизмов.

20. Планетарные передачи.

21. Сателлит, водило, опорное колесо, центральное колесо.

22. Метод обращения движения.

23. Вывод формулы Виллиса.

24. Сложные зубчатые механизмы. Последовательность определения передаточного отношения зубчатых сложных передач с промежуточными колесами и валами.

25. Основные определения и виды планетарных передач, их назначение.

26. Проанализируйте на примере аналитический метод кинематического анализа планетарных передач (метод Виллиса).

27. Задачи силового анализа механизмов.

28. Силы инерции звеньев механизмов.

29. Особенности сил инерции для тел с вращательным, поступательным и сложным движением.

30. Классификация сил, действующих в механизме.

31. Условие кинетостатической определимости кинематических цепей.

32. Последовательность силового анализа механизмов методом планов на примере.

33. Силовой анализ группы Ассура второго класса первого вида.

34. Силовой анализ группы Ассура второго класса второго вида.

35. Силовой анализ группы Ассура второго класса третьего вида.

36. Силовой анализ ведущего звена.

37. В чём заключается метод проф. Н.Е. Жуковского для определения уравнивающей силы, когда его целесообразнее использовать.

38. Определение уравнивающей и приведенной сил методом Жуковского.

39. Укажите основные режимы движения механизмов и приведите уравнения каждого из них.

40. Прямая задача динамики. Уравнение движения механизма в дифференциальном виде.

41. Динамическая модель машинного агрегата, для чего её используют. Приведение сил и моментов сил к звену приведения.

42. Динамическая модель машинного агрегата, для чего её используют. Приведение масс и моментов инерции масс звеньев в механизме.

43. Неравномерность хода машины. Коэффициент неравномерности.

44. Диаграмма Виттенбауэра.

45. Регулирование неравномерности хода.

46. Определение момента инерции и размеров маховика.

47. Проанализируйте установившееся движение машинного агрегата, объясните, почему возникает периодическая неравномерность движения и как решается задача её регулирования.

48. Последовательность расчета махового колеса при действии сил зависящих от положения механизма (частный случай $J_{\pi} = \text{const}$).

49. Основная теорема зацепления, проанализируйте её следствия.

50. Каковы геометрические элементы зубчатых колёс.

51. Что такое модуль зацепления.

52. Шаг зацепления, линия зацепления и угол зацепления.

53. Основные критерии синтеза зубчатых зацеплений.

54. Эвольвента окружности и ее построение.

55. Основные свойства эвольвенты окружности.

56. Что такое инволюта угла.

57. Проанализируйте свойства эвольвентного зацепления зубчатых колес.

58. Основные методы изготовления зубчатых колес. О

59. Особенности геометрии режущего инструмента.

60. Смещение режущего инструмента при нарезании зубчатого колеса.

61. Заострение зуба при смещении.

62. Подрезание зуба при смещении.

63. Качественные показатели передачи.

64. Производящий исходный контур.

65. Станочное зацепление.

66. Когда наблюдается и в чём заключается явление подрезания зубьев.

67. Минимально-допустимое нарезаемое число зубьев, приведите и проанализируйте основные методы корригирования зубчатых колес.

68. Назначение, основные параметры, классификация и структура кулачковых механизмов.

69. Выбор закона движения толкателя.

70. Угол давления в кулачковых механизмах.

71. Влияние угла давления на основные параметры кулачкового механизма.

72. Проанализируйте и получите основные зависимости и условия синтеза кулачковых механизмов наименьших размеров.

73. Приведите и сопоставьте между собой основные законы движения толкателя в кулачковых механизмах.

74. Теоретический и практический профили кулачка.

75. Фазовые углы в кулачковых механизмах.
76. Вибрации и колебания в машинах. Понятие о неуравновешенности механизма (звена).
77. Метод замещающих масс.
78. Полное и частичное статическое уравнивание кривошипно-ползунного механизма.
79. Балансировка роторов при статической неуравновешенности.
80. Балансировка роторов при моментной и динамической неуравновешенности.

Глоссарий

Вариатор - механизм для бесступенчатого регулирования передаточного отношения.

Виллиса метод – см. метод обращения движения.

Гаситель колебаний (демпфер) – механическое устройство, в работе которого используется вязкое сопротивление. Применяется в приборах и транспортных машинах (амортизатор) для предотвращения нежелательных колебаний стрелки прибора или кузова машины путем поглощения энергии.

Звено - одно или несколько твердых тел, входящих в состав механизма.

Зубчатая передача – механизм, осуществляющий передачу движения при помощи зубчатых колес.

Зубчатое колесо – звено, имеющее форму колеса с замкнутой системой зубьев по ободу, обеспечивающей передачу движения.

Кинестатики метод (принцип Даламбера) – метод, изучающий динамические явления при помощи уравнений, записанных в форме уравнений статики.

Кривошип – вращающееся звено механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

Кривошипно–ползунный механизм – механизм, в состав которого входят кривошип и ползун, служит для преобразования вращательного движения в поступательное движение или наоборот.

Координаты обобщенные – независимые друг от друга величины, заданием которых однозначно определяется положение всех точек механической системы.

Манипулятор – управляемое устройство для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека.

Маховик – вращающееся тело, предназначенное для уменьшения неравномерности движения механизма, выполняется в виде сплошного диска или шкива с тяжелым ободом.

Метод обращения движения (метод Виллиса) – метод исследования механизмов, заключающийся в мысленной остановке подвижного звена при сохранении относительных движений всех звеньев механизма.

Механизм – система тел для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других тел.

Мультипликатор – повышающая передача, включающая в себя систему взаимодействующих колес, заключенных в единый корпус.

Начальные условия – параметры, характеризующие начальный момент движения тела (время, координаты, скорость).

Нормаль – линия, направленная перпендикулярно касательной к кривой.

Обобщенная скорость – производная по времени от обобщенной координаты.

Палец кривошипа – деталь механизма, подвижно соединяющая кривошип с шатуном, общая ось вращения сочленения кривошипа и шатуна.

Передаточное отношение – величина, показывающая, в каком соотношении передается движение от одного тела к другому, определяется как отношение угловых скоростей тел или их геометрических параметров.

Передача – механическое устройство для преобразования энергии двигателя в требуемую энергию для работы машинного агрегата.

Перемещения виртуальные (возможные) – воображаемые бесконечно малые перемещения системы, допускаемые наложенными связями.

Планетарный механизм (эпициклический механизм) – передача, составленная из зубчатых колес, некоторые из которых смонтированы на подвижных осях вращения.

Подпятник – подшипник, воспринимающий осевые нагрузки.

Ползун (поршень) – звено, совершающее движение в прямолинейных направляющих.

Радиус инерции – условная величина, выражающая расстояние от оси до точки, в которой следует сосредоточить всю массу тела для определения значения его осевого момента инерции.

Реакции динамические – реакции, значения которых зависят не только от активных сил и вида связи, но и от скорости движения.

Редуктор – понижающая передача, включающая в себя систему взаимодействующих колес, заключенных в единый корпус.

Рычаг – твердое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной оси под действием сил, расположенных в плоскости, перпендикулярной этой оси.

Самоторможение – условие, при котором из-за сил трения невозможно относительное движение звеньев, например, в клиновых устройствах относительное движение отсутствует, если угол трения больше угла клина.

Сателлит – зубчатое колесо планетарной или дифференциальной передачи с подвижной осью вращения.

Связь голономная – связь, выражаемая конечным соотношением между координатами точки или интегрируемым дифференциальным уравнением.

Связь неголономная – связь, выражаемая неинтегрируемым дифференциальным уравнением.

Связь нестационарная – связь, описываемая уравнением, в которое явно входит время.

Связь стационарная – связь, описываемая уравнением, в которое явно не входит время.

Сила сцепления – значение силы трения, при котором твердое тело на шероховатой поверхности под воздействием внешних сил находится в равновесии.

Сила инерции материальной точки – сила, равная по модулю произведению массы материальной точки на модуль ее ускорения, направленная противоположно ускорению и приложенная к телу, сообщаемому это ускорение.

Угол трения – угол, тангенс которого равен коэффициенту трения скольжения; равен углу наклонной плоскости, при котором лежащее на нем тело начнет движение под действием собственного веса.

Число степеней свободы твердого тела – число независимых параметров, определяющих положение тела относительно рассматриваемой системы отсчета.

Шарнир шаровой – шар, который может как угодно вращаться внутри сферической полости. Центр шара при этом остается неподвижной точкой, через которую проходит линия действия реакции.

Шарнирный четырехзвенник – рычажный механизм, составленный из трех стержней, соединенных шарнирами.

Шатун – звено, соединяющее при помощи шарнира кривошип с ползуном или с каким-либо другим звеном.

Косболов Серикбай Байтикович, Джумагулова Насибели Бердаулетовна,
Еспаев Болат Абикенович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебно-методический комплекс дисциплины для специальностей:
5В071200 – Машиностроение, 5В071300 – Транспорт, транспортная
техника и технологии

Редактор
Техн. редактор

Протокол заседания кафедры «Прикладная
механика и основы конструирования машин» № 9 «27» апреля 2011 г.

Протокол заседания УМС института
«Машиностроение» № 4 «28» апреля 2011 г.

Подписано в печать 2011 г.

Тираж ____ экз. Формат 60x84 1/16. Бумага типографская № 1.
Объем ____ п.л. Заказ № ____ Цена договорная

Издание Казахского национального технического университета
имени К.И. Сатпаева
Научно-технический издательский центр КазНТУ
г. Алматы, ул. Ладыгина, 32