Актюбинский государственный университет им. К. Жубанова
Кафедра общетехнических дисциплин

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Краткий конспект лекций
для технических специальностей

Актобе-2010

Составитель: доцент кафедры «Общетехнических дисциплин»
Науразбаев М.А.

В конспекте лекций изложены основные теоретические положения теоретической механики. Конспект лекций предназначается для специальностей НГД, ОПД, ТТТ технического факультета. В конспекте лекций даны контрольные вопросы и указана использованная литература.

Рекомендовано к изданию на заседании кафедры «Общетехнических дисциплин» технического факультета АГУ им. К. Жубанова
(Пр. №3, 24.11.2009 г.)

Лекция 1

Тема: Введение в статику.
Цель занятия: Изложить аксиомы статики.
План занятия:

1.Введение в курс.
2.Аксиомы статики.
3.Система сходящихся сил.

Теоретическая механика является наукой, в которой изучаются перемещения тел с течением времени (механические движения). Она служит базой для других разделов механики и многих технических дисциплин.

Количественная мера механического взаимодействия между физическими объектами сила-характеризуется модулем, направлением и точкой приложения, т.е. является вектором.

Основной задачей теоретической механики является изучение общих законов движения и равновесия материальных тел под действием приложенных к ним сил.

Курс теоретической механики состоит из трех разделов – статики, кинематики и динамики.

Возникшая в результате практической деятельности теоретическая механики находится в неразрывной связи с техникой. За несколько столетий до нашей эры возникновение статики было вызвано расцветом строительства. Затем толчок дало развитие мореплавания, промышленности, военного дела, астрономии – в результате в XV-XVII веках возникли кинематика и динамика.

Великие достижения последних лет- внедрение автоматизации в различные области техники, создание искусственных спутников земли, запуск космических ракет и межпланетных лабораторий обуславливают дальнейшее развитие числа гениальных ученых и выдающихся инженеров.

*Основные понятия статики***.** Статикой называется раздел теоретической механики, в котором рассматриваются задачи на равновесие твердых тел и преобразования одной системы сил в другую, ей эквивалентную.

Величина, являющаяся мерой механического взаимодействия материальных тел, называется *силой*. Она является величиной векторной. Ее действие на тело определяется: 1) численной величиной или модулем силы, 2) направлением силы, 3) точкой приложения силы.

Совокупность сил, действующих на какое – нибудь твердое тело, называется системой сил. Если, не нарушая состояние тела, одну систему сил можно заменить другой системой и наоборот, то такие системы сил называются эквивалентными. Когда система сил ($\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$) эквивалентна одной силе $\overline{R}$, то последняя называется равнодействующей данной системы сил.

В аксиомах статики формулируются те простейшие и общие законы, приложены к взаимодействующим телам.

Аксиома 1. Две силы, приложенные к абсолютно твердому телу, будут уравновешены (эквиваленты нулю) только в том случае, когда они равны по модулю, действуют по одной прямой и направлены в противоположные стороны.

Аксиома 2. Не нарушая состояние твердого тела можно добавить или отбрасывать уравновешивающиеся силы.

Следствие: не нарушая состояние твердого тела, силу можно переносить по ее линии действия в любую точку тела.

Аксиома 3. Не меняя состояния тела, две силы, приложенные к одной его точке, можно заменить одной равнодействующей силой, приложенной в той же точке и равной их геометрической сумме.

Аксиома 4. Силы взаимодействия тел равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположенные стороны.

Аксиома 5. равновесие нетвердого тела не нарушается при его затвердевании.

Связи и их реакции.

Несвободным называется такое твердое тело, на которое наложены связи, ограничивающие его движения. Сила, характеризующая действие связи на твердое тело называется реакцией связи. Связи бывают в виде неподвижной поверхности, кривой точкой гибкой нити и различных опор.

Система сходящихся сил. Сходящимися называются силы, линий, действия которых пересекаются в одной точке.

Равнодействующая $\bar{R}$ системы сходящихся сил, приложенных в одной точке, приложения в той же точке и равна векторной сумме слагаемых сил

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n \quad \text{или} \quad \bar{R} = \sum \bar{F}_к \ . \tag{1}$$

Проекции равнодействующей системы сходящихся сил на координатные оси равны алгебраическим суммам проекции этих сил на соответствующие оси

$$R_x = \sum F_{кx}\,, \qquad R_y = \sum F_{кy}\,, \quad R_z = \sum F_{кz}\ . \tag{2}$$

Модуль равнодействующей определяется по формуле

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}\ . \tag{3}$$

Условия равновесия системы сходящихся сил. Для равновесия тела, находящегося под действием системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая их равнялось нулю

$$\sum \overline{F_к} = 0. \qquad (4)$$

Для равновесия сходящей системы сил необходимо и достаточно равенство нулю алгебраических сумм проекции всех сил данной системы на каждую их координатных осей

$$R_x = 0, \quad R_y = 0, \quad R_z = 0 \quad \text{или}$$

$$\sum F_{кx} = 0, \sum F_{кy} = 0, \sum F_{кz} = 0. \qquad (5)$$

Лекция 2

Тема: Момент силы относительно точки и относительно оси. Момент пары сил.
Цель занятия: Определить формулу момента силы и момента пары сил.
План занятия:
1. **Определение момента силы;**
2. **Определение пары сил;**
3. **Приведение системы сил.**

Опыт показывает, что под действием силы твердое тело может наряду с поступательным перемещением совершать вращение вокруг того или иного центра. Вращательный эффект силы характеризуется ее моментом.

Рассмотрим силу $\overline{F}$, которая стремится повернуть тело вокруг центра О.

Определение. Моментом силы $\overline{F}$ относительно какой-либо точки (центра) называется вектор, численно равный произведению модуля силы на плечо, т.е. на кратчайшее расстояние от указанной точки до линия действия силы и, направленный перпендикулярно плоскости, проходящей через выбранную точку и линию действия силы в ту сторону, откуда «вращение», совершаемое силой вокруг точки, представляется происходящим против хода часовой стрелкой.

Момент силы $\overline{F}$ относительно центра О (по модулю) равен, взятому с соответствующим знаком, произведению модуля силы на длину плеча

$$M_0(\overline{F}) = \pm Fh. \qquad (6)$$

Для случая произвольной пространственной системы сил, необходимо ввести еще понятие о моменте силы относительно оси.

Определение. Моментом силы относительно оси называется алгебраическая величина, равная моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, взятому относительно точки пересечения оси с плоскостью.

Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил, действующих на твердое тело. Система сил, образующих пару, очевидно, не находится в равновесии. В то же время пара сил не имеет равнодействующей.

Плоскость, проходящая через линии действия сил пары, называется плоскостью действия пары. Расстояние d между линиями действия сил пары называется плечом пары. Действие пары сил на твердое тело сводится к некоторому вращательному эффекту, зависящему от: 1) модуля F сил пары и длины ее плеча d; 2) положения плоскости действия пары; 3) направления поворота в этой плоскости. Для характеристики этого эффекта вводится понятие момента пары.

Моментом пары называется величина, равная, взятому с соответствующим знаком, произведению модуля одной из сил пары на ее плечо.

Геометрическая сумма всех сил, входящих в систему, называется главным вектором

$$\overline{R} = \sum \overline{F}_{\kappa} . \tag{7}$$

Геометрическая сумма моментов всех сил, входящих в систему, относительно некоторой точки, называется главным моментом

$$\overline{M}_0 = \sum m_0(\overline{F}_{\kappa}) . \tag{8}$$

Приведение системы сил, как угодно расположенных в пространстве.

Основная лемма статики. Сила, приложенная в какой либо точке твердого тела, эквивалентна такой же силе, приложенной в любой другой точке этого тела и паре сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.

Теорема Пуансо. Всякую пространственную систему сил можно заменить эквивалентной системой, состоящей из главного вектора приложенной в какой–либо точке тела (точка приведения) и одной пары сил, момент которой равен главному моменту всех сил относительно выбранного центра приведения.

Лекция 3

Тема: Плоская система сил. Трение скольжения. Паралельные силы.
Цель занятия: Условия равновесия. Определить формулы силы трения и центра параллельных сил;
План занятия:
1. Условия равновесия плоской системы сил;
2. Определение силы трения;
3. Определение центра параллельных сил.

Пусть на твердое тело действует произвольная плоская система сил $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n)$.

Теорема. Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух координатных осей и сумма алгебраических моментов этих сил относительно любого центра О были равны нулю:

$$\sum X_к = 0, \quad \sum Y_к = 0. \tag{9}$$

$$\sum \overline{m}om_0\left(\overline{F}_к\right) = 0. \tag{10}$$

В некоторых случаях удобно применять следующую теорему.

Теорема. Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов всех этих сил относительно любых трех центров А, В, С, не лежащих на одной прямой, были равны нулю

$$\sum \overline{m}_A\left(\overline{F}_к\right) = 0 \;, \quad \sum \overline{m}_B\left(\overline{F}_к\right) = 0 \;, \quad \sum \overline{m}_C\left(\overline{F}_к\right) = 0 \;. \tag{11}$$

Условия равновесия плоской системы параллельных сил

$$\sum \overline{Y}_к = 0, \;\; \sum m_0\left(\overline{F}_к\right) = 0. \tag{12}$$

При стремлении сдвинуть одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникает сила трения (или сила сцепления), величина которой может принимать любые значения от нулю до значения $F_{пр}$ называемого предельной силой трения.

Сила трения. Сила трения направлена в сторону, противоположную той, куда действующие силы стремятся сдвинуть тело.

Величина предельной силы трения равна произведению статического коэффициента трения на нормальное давление или нормальную реакцию:

$$F_{np} = f_0 N . \tag{13}$$

Статической коэффициент трения f_0 - число отвлеченное: он определятся опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел и состояния поверхностей (характер обработки, температура влажность, смазка и т.п.).

Величина предельной силы трения, в довольно широких пределах, не зависит от размеров соприкасающихся при трении поверхностей.

Объединяя вместе первый и второй законы, получаем, что при равновесии сила трения покоя (сила сцепления) $F \le F_{np}$ или

$$F \le f_0 N . \tag{14}$$

Центр параллельных сил. Рассмотрим систему параллельных и одинаково направленных сил, приложенных к твердому телу.

Точка С, через которую проходит линия действия равнодействующей системы параллельных сил при любых поворотах этих сил около их точек приложения в одну и ту же сторону и на один и тот же угол, называется центром параллельных сил.

Формулы для определения координат центра параллельных сил:

$$X_c = \frac{\sum F_\kappa \cdot x_\kappa}{\sum F_\kappa}, \quad Y_c = \frac{\sum F_\kappa \cdot y_\kappa}{\sum F_\kappa}, \quad Z_c = \frac{\sum F_\kappa \cdot z_\kappa}{\sum F_\kappa}. \tag{15}$$

Центр тяжести твердого тела. Координаты центра тяжести, определяются формулами:

$$x_c = \frac{\sum P_\kappa x_\kappa}{\sum P_\kappa}, \qquad y_c = \frac{\sum P_\kappa y_\kappa}{\sum P_\kappa}, \qquad z_c = \frac{\sum P_\kappa z_\kappa}{\sum P_\kappa}, \tag{16}$$

где x_κ, y_κ, z_κ - координаты точек приложения сил тяжести P_κ частиц тела.

Лекция 4

Тема: Равновесие пространственной системы сил.
Цель занятия: Объяснить уравнения равновесия.
План занятия:

1. **Уравнения равновесия в векторной форме;**
2. **Уравнения равновесия в координатной форме.**

Пусть на твердое тело действует произвольная пространственная система сил $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n)$.

Теорема. Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент этой системы равнялись нулю

$$\overline{R} = 0, \quad \overline{M}_0 = 0. \tag{17}$$

Спроектируем векторные уравнения (17) на оси координат. Тогда получим следующую теорему.

Теорема. Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекции всех сил на каждую из трех координатных осей и суммы их моментов относительно этих осей были равны нулю

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0, \quad \sum F_{iz} = 0,$$

$$\sum m_x\left(\overline{F}_i\right) = 0, \quad \sum m_y\left(\overline{F}_i\right) = 0, \quad \sum m_z\left(\overline{F}_i\right) = 0. \tag{18}$$

Теорема Вариньона. Момент равнодействующей системы сил равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же оси

$$\overline{M}_0\left(\overline{R}\right) = \sum \overline{m}_0\left(\overline{F}_\kappa\right). \tag{19}$$

Лекция 5

Тема: Кинематика точки.

Цель занятия: Определить основные кинематические характеристики движения точки.

План занятия:

1. **Естественный способ задания движения точки;**
2. **Координатный способ задания движения точки;**
3. **Векторный способ задания движения точки.**

Кинематической называется раздел механики, в котором изучаются геометрические свойств движения тел без учета их инертности и действующих на них сил.

Задать движение или закон движения тела (точки) кинематически это значит, задать положение этого тела (точки) относительно данной системы отсчета в любой момент времени.

Основная задача кинематики состоит в том, чтобы, зная закон движения данного тела (или точки), определить все кинематические величины, характеризующие как движение тела в целом, так и движение каждой из его точек в отдельности (траектории, скорости, ускорения и т.п.).

Способы задания движения точки.

Для задания движения точки можно применять один из следующих трех способов: 1) естественный, 2) координатный, 3) векторный.

1) Чтобы задать движение точки естественным способом, нужно задать:

а) траекторию точки; б) начало отсчета на траектории с указанием положительного и отрицательного направлений отсчета; в) закон движения точки вдоль траектории в виде $s = f(t)$.

2) Координатный способ задания движения.

Чтобы знать закон движения точки, т.е.ее положение в пространстве в любой момент времени, надо знать значения координат точки для каждого момента времени, т.е. знать зависимости:

$$x = f_1(t) \ , \ y = f_2(t) \ , \ z = f_3(t) \ . \qquad (20)$$

Уравнения (20) представляют собой уравнения движения точки в декартовых прямоугольных координатах.

Векторный способ задания движения.

При движении точки М радиуса-вектор r будет с течение времени изменяться и по модулю и по направлению, следовательно, r является переменным вектором, зависящим от аргумента t :

$$r = r(t). \qquad (21)$$

Вектор скорости точки в данный момент времени равен первой производной от радиуса –вектора точки по времени:

$$v = \frac{dr}{dt}. \tag{22}$$

Вектор ускорения точки в данной момент времени равен первой производной от вектора скорости или второй производной от радиуса – вектора точки по времени:

$$w = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} . \tag{23}$$

Проекции скорости точки на оси координат равны первым производным от соответствующих координат точки по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{24}$$

Зная проекции скорости, найдем ее модуль и направление:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} ,$$

$$\cos\left(v, x\right) = \frac{v_x}{v}, \qquad \cos\left(v, y\right) = \frac{v_y}{v}, \qquad \cos\left(v, z\right) = \frac{v_z}{v}. \tag{25}$$

Проекции ускорения точки на оси координат равны вторым производным от соответствующих координат точки по времени:

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}, \qquad a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} , \qquad a_z = \frac{d^2 z}{dt^2} . \tag{26}$$

Зная проекции ускорения, найдем ее модуль и направление:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} , \tag{27}$$

$$\cos(a, x) = \frac{a_x}{a}, \qquad \cos(a, y) = \frac{a_y}{a} , \qquad \cos(a, z) = \frac{a_z}{a} . \tag{28}$$

Определение скорости и ускорения точки при естественном способе задания движения. Численная величина скорости точки в данный момент времени равна первой производной от расстояния (криволинейной координаты) s точки по времени:

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \quad . \tag{29}$$

Ускорение точки определяется формулой:

$$\bar{a} = \frac{dv}{dt}\bar{\tau} + \frac{v^2}{p}\bar{n} \, . \tag{30}$$

Отсюда следует, что проекция ускорения точки на касательную равна первой производной от численной величины скорости или второй производной от расстояния (криволинейной координаты) s по времени, а проекция ускорения на главную нормаль равна квадрату скорости, деленному на радиус кривизны траектории в данной точке кривой.

Модуль ускорения определяется формулой:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{p}\right)^2} \, . \tag{31}$$

Лекция 6

Тема: Поступательное и вращательное движения твердого тела.
Цель занятия: Определить формулы угловой скорости и углового ускорения.
План занятия:

1. **Поступательное движение твердого тела;**
2. **Вращательное движение твердого тела.**

Поступательным называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная в этом теле, перемещается, оставаясь параллельной самой себе. В этом случае скорости и ускорения произвольных двух точек A и B тела в любой момент времени одинаковы и по модулю и по направлению:

$$\bar{v}_A = \bar{v}_B \, . \tag{32}$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_B \, . \tag{33}$$

Поступательное движение твердого тела вполне определяется движением какой-нибудь одной его точки.

Вращательное движение твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Вращательным называется такое движение твердого тела, при котором какие- нибудь две точки, принадлежащие телу остаются все время движения неподвижными. Уравнение вращательного движения твердого тела имеет вид:

$$\varphi = \varphi(t). \tag{34}$$

Угловая скорость тела в данный момент времени численно равна первой производной от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{35}$$

Угловое ускорение тела в данной момент времени численно равно первой производной от угловой скорости или второй производной от угла поворота тела по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{36}$$

Скорости и ускорения точек вращающегося тела. Линейная скорость произвольной точки вращающегося твердого тела численно равна произведению угловой скорости тела на расстояние от этой точки до оси вращения:

$$v = \omega h. \tag{37}$$

Касательное ускорение a_τ направлено по касательной к траектории, нормальное ускорение a_n направлено по радиусу к оси вращения:

$$a_\tau = h\varepsilon \quad , \quad a_n = h\omega^2. \tag{38}$$

Полное ускорение точки М будет равно

$$\bar{a} = a_\tau \bar{\tau} + a_n \bar{n}. \tag{39}$$

Модуль ускорения определяется формулой:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \tag{40}$$

Лекция 7

Тема: Плоскопараллельное движение твердого тела.
Цель занятия: Определить формулы скорости и ускорения точек тела.
План занятия:

1. **Определение скорости точек тела;**
2. **Определение ускорений точек тела.**

Плоскопараллельным называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости.

Определение скоростей точек тела. Скорость любой точки М тела геометрически складывается из скорости какой нибудь другой точки О, принятой за полюс, и скорости точки М в ее вращении вместе с телом вокруг этого полюса:

$$\bar{v}_M = \bar{v}_O + \bar{v}_{MO} \ . \tag{41}$$

Теорема. Проекции скоростей двух точек твердого тела на прямую, соединяющую эти точки, равны друг другу:

$$v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta . \tag{42}$$

Определение. Мгновенным центром скоростей называется точка Р сечения S тела, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорость любой точки тела, лежащей в сечении S, равна ее вращательной скорости вокруг мгновенного центра скоростей Р.

Определение ускорений точек тела. Ускорение любой точки М тела геометрически складывается из ускорения какой-нибудь другой точки, принятой за полюс, и ускорения точки М в ее вращении вместе с телом вокруг этого полюса:

$$\bar{a}_M = \frac{d\bar{v}_M}{dt} = \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \text{или} \tag{43}$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times \bar{\dot{r}} \ . \tag{44}$$

Лекция 8

Тема: Сложное движение точки.
Цель занятия: Определить скорости и ускорения точки при сложном движении.
План занятия:
1. **Определение относительного, переносного и абсолютного движений;**
2. **Определение скорости и ускорения точки.**

Рассмотрим сложное движение точки М, перемещающейся по отношению к подвижной системе отсчета OXYZ, которая в свою очередь как-то движется относительно другой системы отсчета $O_1X_1Y_1Z_1$ условно названной нами неподвижной.

Движение, совершаемое точкой М по отношению к подвижным осям координат, называется относительным движением. Скорость движения точки М по отношению к осям OXYZ называется относительной скоростью, а ускорение точки в этом движении – относительным ускорением.

Движение, совершаемое подвижной системой отсчета OXYZ и всеми неизменно связанными с ней точками пространства по отношению к неподвижной системе $O_1X_1Y_1Z_1$ является для точки М переносным движением.

Скорость точки, неизменно связанной с подвижными осями OXYZ, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка М, называется переносной скоростью точки М в этот момент времени, а ускорение этой точки - переносным ускорением.

Движение, совершаемое точкой М по отношению к неподвижной системе отсчета $O_1X_1Y_1Z_1$, называется абсолютным или сложным. Скорость - абсолютной скоростью, а ускорение - абсолютным ускорением.

При сложном движении абсолютная скорость точки $\bar{v}_a$ равна геометрической сумме переносной $\bar{v}_e$ и относительной $\bar{v}_r$ скоростей:

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r \,. \tag{45}$$

Сложение ускорений. Абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений: относительного, характеризующего изменение относительной скорости точки в относительном движении, переносного, характеризующего изменение переносной скорости точки в переносном движении, и кориолисова, характеризующего изменении относительной скорости точки в переносном движении и переносной скорости точки в относительном движении:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_c \,. \tag{46}$$

Лекция 9

Тема: Динамика точки.
Цель занятия: Изложить законы и задачи динамики.
План занятия:

1. **Законы динамики;**
2. **Задачи динамики;**
3. **Теорема об изменении количества движения.**

Динамикой называется раздел механики, в котором изучаются законы движения материальных тел под действием сил.

Введем законы динамики.

Первый закон: изолирования от внешних воздействий материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока приложенные силы не заставят ее изменить это состояние.

Второй закон: произведение массы точки на ускорение, которое она получает под действием данной силы, равно по модулю этой силе, а направление ускорения совпадает с направление силы:

$$m\bar{a} = \bar{F} \quad . \tag{47}$$

Третий закон устанавливает характер механического взаимодействия между материальными телами. Для двух материальных точек он гласит: две материальные точки действуют друг от друга с силами, равными по модулю и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.

Задачи динамики материальной точки. Для материальной точки задачами динамики являются следующие: 1) зная закон движения точки, определить действующую на нее силу; 2) зная действующие на точку силы, определить закон движения точки (вторая или основная задача динамики).

Дифференциальные уравнения движения точки и их интегрирование.

Дифференциальные уравнения криволинейного движения точки в проекциях на оси прямоугольной системы координат имеют вид:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad m\ddot{y} = F_y \;, \; m\ddot{z} = F_z .$$

Общие теоремы динамики точки.

Количеством движения точки называется векторная величина $m\bar{v}$ равная произведению массы точки на вектор ее скорости.

Уравнение, выражающее основной закон динамики, можно представить в виде

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F} .$$

Это уравнение перепишем в виде ($m = const$):

$$d(m\bar{v}) = \bar{F}dt. \tag{48}$$

Это уравнение выражает теорему об изменении количества движения точки в дифференциальной форме. Правая часть этого уравнения называется элементарным импульсом.

Теорема. Дифференциал количества движения точки равен элементарному импульсу.

Теперь выведем эту же теорему в интегральной форме. Для этого проинтегрируем обе части уравнения (48):

$$\int_{v_0}^{v} d(m\bar{v}) = \int_{t_0}^{t} \bar{F}dt.$$

Выражение в правой части называется импульсом силы и обозначается $\bar{S}$. Тогда последнее уравнение перепишется в виде:

$$m\bar{v} - m\bar{v}_0 = \bar{S}. \tag{49}$$

Это уравнение выражает теорему об изменении количества движения точки в интегральной форме.

Теорема. Изменение количества движения точки за некоторый промежуток времени равно геометрической сумме импульсов всех действующих на точку сил за тот же промежуток времени.

Лекция 10

Тема: Теоремы об изменении кинетической энергии и кинетического момента точки.
Цель занятия: Дать определение теорем об изменении кинетической энергии и кинетического момента точки.
План занятия:

1. **Теорема об изменении кинетической энергии;**
2. **Теорема об изменении кинетического момента.**

Определение. Кинетической энергией (или живой силой) точки называется скалярная величина $mv^2/2$ равная половине произведения массы точки на квадрат ее скорости:

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

Запишем основное уравнение динамики:

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}\ .$$

Умножим обе части этого уравнения на $d\bar{r}$:

$$m\frac{d\bar{v}}{dt}d\bar{r} = \bar{F}d\bar{r}\ . \tag{50}$$

Преобразуем левую часть этого уравнения

$$m\frac{d\bar{v}}{dt}d\bar{r} = m\bar{v}d\bar{v} = d(\frac{mv^2}{2}).$$

Тогда уравнение (50) запишется в виде

$$d(\frac{mv^2}{2}) = \bar{F}d\bar{r}.$$

Проинтегрируем это уравнение:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A\ \ ,$$

где

$$A = \int_{M_0}^{M} \bar{F}d\bar{r}\ \ .$$

Тогда окончательно получим

$$T_1 - T_0 = A\ \ . \tag{51}$$

Теорема (об изменении кинетической энергии точки). Изменение кинетической энергии точки при некотором ее перемещении равно алгебраической сумме всех действующих на точку сил на том же перемещении.

Теперь выведем теорему об изменении момента количества движения точки. Момент вектора $m\bar{v}$ относительно данного центра О или оси Z называется соответственно моментом количества движения или кинетическим моментом точки относительно этого центра (оси).

Запишем основное уравнение динамики:

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}\ .$$

Умножим обе части этого уравнения векторно на $\bar{r}$:

$$\bar{r}\times m\frac{d\bar{v}}{dt}=\bar{r}\times\bar{F}\ . \qquad (52)$$

Преобразуем левую часть этого уравнения:

$$\frac{d}{dt}\left(\bar{r}\times m\bar{v}\right)=\frac{d\bar{r}}{dt}\times m\bar{v}+\bar{r}\times m\frac{d\bar{v}}{dt}=\bar{v}\times m\bar{v}+\bar{r}\times m\frac{d\bar{v}}{dt}=\bar{r}\times m\frac{d\bar{v}}{dt}\ .$$

Тогда равенство (52) запишется в виде

$$\frac{d\bar{K}_0}{dt}=\bar{M}_0\ , \qquad (53)$$

где $\bar{K}_0=\bar{r}\times m\bar{v}$, $\bar{M}_0=\bar{r}\times\bar{F}$.

Теорема (об изменении кинетического момента точки). Производная по времени от кинетического момента точки, взятого относительно какого-нибудь неподвижного центра, равна моменту действующей на точку силы относительно того же центра.

Лекция 11

Тема: Прямолинейные колебания точки.
Цель занятия: Определить уравнения колебаний точки.
План занятия:

1. **Уравнения свободных колебаний;**
2. **Уравнения вынужденных колебаний.**

Учение о колебаниях составляет основу ряда областей физики и техники. Хотя колебания, рассматриваемые в различных областях, например в механике, радиотехнике, акустике и др., отличаются друг от друга по своей физической природе, основные законы этих колебаний во всех случаях остаются одними и теми же. Поэтому изучение механических колебаний является важным не только по той причине, что такие колебания очень часто имеют место в технике, но и вследствие того, что результаты, полученные при изучении механических колебаний, могут быть использованы для изучения и уяснения колебательных явлений в других областях.

Начнем с изучения свободных колебаний точки без учета сил сопротивления. Рассмотрим точку М, движущуюся прямолинейно под действием одной только восстанавливающей силы $\bar{F}$, направленной к неподвижному центру О и пропорциональной расстоянию от этого центра. Проекция силы $\bar{F}$ на ось Ох будет равна

$$F_x = -cx.$$

Составим дифференциальное уравнение движения точки М

$$m\ddot{x} = -cx.$$

Деля обе части на m и вводя обозначение

$$\frac{c}{m} = k^2,$$

получим дифференциальные уравнения свободных колебаний без учета сил сопротивления

$$\ddot{x} + k^2 x = 0. \qquad (54)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$x = a\sin(kt + \alpha),$$

где a - амплитуда колебаний, k - частота колебаний, α -начальная фаза колебаний.

Дифференциальное уравнение свободных колебаний при сопротивлении, пропорциональном скорости $\overline{R} = -\mu\overline{v}$, имеет вид

$$\ddot{x} + 2b\,\dot{x} + k^2 x = 0, \qquad (55)$$

где

$$\frac{c}{m} = k^2, \quad \frac{\mu}{m} = 2b.$$

Решение этого уравнение имеет вид

$$x = ae^{-bt}\sin(k_1 t + \alpha).$$

Амплитуда затухающих равна

$$A = ae^{-bt}.$$

Период затухающих колебаний равен

$$T_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - b^2}}. \qquad (56)$$

Рассмотрим движение точки, на которую, кроме восстанавливающей силы $\overline{F}$, действует только возмущающая сила $\overline{P} = \overline{P}_0 \sin pt$. Дифференциальные уравнения вынужденных колебаний при отсутствии сопротивления имеют вид

$$\ddot{x} + k^2 x = P_0 \sin pt. \tag{57}$$

Решение этого уравнения известно:

$$x = a \sin(kt + \alpha) + \frac{P_0}{k^2 - p^2} \sin pt.$$

В случае, когда $p = k$, т.е. когда частота возмущающей силы равна частоте собственных колебаний, имеет место так называемое явление *резонанса.*

Лекция 12.

Тема:Механическая система материальных точек.
Цель занятия: Дать основные понятия динамики системы.
План занятия:

1. **Определение центра масс;**
2. **Количество движения системы.**

Механической системой материальных точек или тел называется такая их совокупность, в которой положение или движение каждой точки (или тела) зависит от положения и движения всех остальных. Массой M механической системы называется сумма масс всех точек, входящих в систему:

$$M = \sum m_i \ . \tag{58}$$

Центр масс системы определяется формулой:

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M}, \tag{59}$$

т.е. это точка с декартовыми координатами

$$x_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M}, \quad y_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M}, \quad z_c = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{M}. \tag{60}$$

В этих формулах $\bar{r}$, x_k, y_k, z_k – соответственно радиус вектор и координаты k-й материальной точки.

Внешние и внутренние силы. Внешними называются силы, действующие на точки системы со стороны точек или тел, не входящих в состав данной системы. Внутренними называются силы, действующие на точки системы со стороны других точек или тел этой же системы. Будем обозначать внешние силы символом $\bar{F}^e$, а внутренние - $\bar{F}^i$.

Рассмотрим систему, состоящую из n материальных точек. С помощью основного закона динамики запишем дифференциальные уравнения движения системы

$$m_k \frac{d^2 \bar{r}_k}{dt^2} = \bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i \ , \quad (k = 1, n) \ , \tag{61}$$

или, в проекциях на неподвижные оси координат:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_k &= F_{kx}^e + F_{kx}^i \ , \\ m\ddot{y}_k &= F_{ky}^e + F_{ky}^i \ , \\ m\ddot{z}_k &= F_{kz}^e + F_{kz}^i \ , \qquad (k = 1, n). \end{aligned} \tag{62}$$

Количество движения механической системы. Напомним, что количеством движения материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы точки на ее скорость, т.е. вектор $m\bar{v}$. Количеством движения механической системы называется вектор $\overline{Q}$, равный сумме количеств движения точек, входящих в систему:

$$\bar{Q} = \sum_k m_k \bar{v}_k \tag{63}$$

Вектор количества движения $\overline{Q}$ может быть задан своими проекциями:

$$Q_x = \sum m_k v_{kx} \ , \quad Q_y = \sum m_k v_{ky} \ , \quad Q_z = \sum m_k v_{kz} \ . \tag{64}$$

Теоремы об изменении количества движения механической системы.

Теорема 1. Производная по времени от вектора количества движения системы материальных точек равна главному вектору всех внешних сил:

$$\frac{d\overline{Q}}{dt} = \bar{F}^e . \tag{65}$$

Проинтегрировав это уравнение получим следующую теорему.

Теорема 2. Изменение количества движения механической системы за некоторый промежуток времени равно главному вектору импульсов всех внешних сил, приложенных к системе, за тот же промежуток времени:

$$\overline{Q}_1 - \overline{Q}_0 = \int_{t_0}^{t_1} \overline{F}^e dt\,. \qquad (66)$$

Теорема о движении центра масс.

Теорема. Центр масс механической системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы и к которой приложены все внешние силы, действующие на систему:

$$M\frac{d^2\overline{r}_c}{dt^2} = \sum \overline{F}_k^e\,. \qquad (67)$$

Лекция 13

Тема: Момент количества движения механической системы.
Цель занятия: Определить теоремы об изменении момента количества движения и кинетической энергии.
План занятия:

1. **Теорема об изменении момента количеств движения системы (теорема моментов);**
2. **Теорема об изменении кинетической энергии системы.**

Момент количества движения $\overline{K}_0$ одной материальной точки определяется равенством $\overline{K}_0 = \overline{r} \times m\overline{v}$. Главным моментом количеств движения $\overline{K}_0$ механической системы относительно центра О называется сумма моментов количеств движения всех материальных точек, входящих в систему, относительно того же центра:

$$\overline{K}_0 = \sum \overline{r}_k \times m_k \overline{v}_k\,. \qquad (68)$$

Момент количеств движения $\overline{K}_0$ может быть задан своими проекциями

$$K_x = \sum m_k (y_k \dot{z}_k - z_k \dot{y}_k),$$

$$K_y = \sum m_k (z_k \dot{x}_k - x_k \dot{z}_k), \qquad (69)$$

$$K_z = \sum m_k (x_k \dot{y}_k - y_k \dot{x}_k).$$

Теорема об изменении момента количеств движения механической системы. Производная по времени от главного момента количеств движения системы относительно некоторого неподвижного центра, равна сумме моментов всех внешних сил системы относительно того же центра:

$$\frac{d\overline{K}_0}{dt} = \overline{M}_0^e. \tag{70}$$

Внутренние силы непосредственно не влияют на изменение момента количество движения механической системы.

Если главный момент всех внешних сил относительно некоторого неподвижного центра равен нулю, то момент количеств движения механической системы относительно того же центра не изменяется модулю и направлению.

Действительно, если $\overline{M}_0 = 0$, то равенство (70) принимает вид

$$\frac{d\overline{K}_0}{dt} = 0 \qquad \text{или} \qquad \overline{K}_0 = const\ . \tag{71}$$

Определение. Кинетической энергией системы называется скалярная величина, равная арифметической сумме кинетических энергий всех точек системы

$$T = \sum \frac{m_k v_k^2}{2}.$$

Найдем формулы для вычисления кинетической энергии тела в разных случаях движения.

1) Кинетическая энергия твердого тела, движущегося поступательно

$$T_{пост} = \frac{1}{2} M V_c^2, \tag{72}$$

т.е. кинетическая энергия тела при поступательном движении равна половине произведения массы тела на квадрат скорости центра масс.

2) Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси

$$T_{вр} = \frac{1}{2} I_z \omega^2, \tag{73}$$

т.е. кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна половине произведения момента инерции тела относительно оси вращения на квадрат угловой скорости тела.

3) Кинетическая энергия тела в общем случае движения

$$T = \frac{1}{2} M V_c^2 + \frac{1}{2} I_{cp} \omega^2, \tag{74}$$

т.е. кинетическая энергия тела в общем случае движения равна кинетической энергии поступательного движения со скоростью центра масс, сложенной с кинетической энергией вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс.

Теорема (об изменении кинетической энергии механической системы).

Изменение кинетической энергии системы при некотором ее перемещении равно сумме работ на этом перемещении всех приложенных к системе внешних и внутренних сил.

$$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i \;. \tag{75}$$

Лекция 14

Тема: Момент инерции тела.
Цель занятия: Определение моментов инерций тел.
План занятия:

1. **Теорема Гюйгенса;**
2. **Моменты инерции тела.**

Положение центра масс характеризует распределение масс системы не полностью. Поэтому в механике вводится еще одна характеристика распределения масс – момент инерции. *Моментом инерции* тела (системы) относительно данной оси Oz (или осевым моментом инерции) называется скалярная величина, равная сумме произведений масс всех точек тела на квадратах их расстояний от этой оси

$$J_z = \sum m_k h_k^2 \;. \tag{76}$$

Из определения следует, что момент инерции тела относительно любой оси является величиной положительной и не равной нулю.

Осевой момент инерции играет при вращательном движении тела

Радиусом инерции тела относительно оси Oz называется линейная величина, ρ_i определяемая равенством

$$J_z = M \rho_i^{\,2}, \tag{77}$$

где M- масса тела.

Теорема Гюйгенса: момент инерции тела относительно данной оси равен моменту инерции относительно оси, ей паралельной, проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы всего тела на квадрат расстояния между осями

$$J_{Oz} = J_{Oz'} + Md^2 , \tag{78}$$

где d -расстояние между осями Oz и Oz'.

Момент инерции тела относительно оси также не характеризует распределение масс системы полностью. Поэтому в механике в качестве характеристик, учитывающих асимметрию в распределении масс , вводят еще так называемые центробежные моменты инерции. Если через точку О провести координатные оси Oxyz, то по отношению к этим осям центробежными моментами инерции называются величины

$$J_{xy} = \sum m_k x_k y_k \ , \ J_{yz} = \sum m_k y_k z_k \ , \ J_{zx} = \sum m_k z_k x_k \ , \tag{79}$$

где m_k массы точек, x_k, y_k, z_k – их координаты.

Ось Oz, для которой центробежные моменты инерции J_{xz}, J_{yz}, содержащие в своих индексах наименования этой оси, равны нулю, называется главной осью инерции тела для точки О.

Из изложенного следует, что если тело имеет ось симметрии, то эта ось является главной осью инерции тела для любой своей точки.

Если тело имеет плоскость симметрии, то любая ось, перпендикулярная к этой плоскости, будет главной осью инерции тела для точки О, в которой ось пересекает плоскость.

Моменты инерции тела относительно главных осей инерции называются главными моментами инерции тела.

Главные оси инерции, построенные для центра масс тела, называются главными центральными осями инерции тела.

Известно, что через любую точку какого угодно тела можно провести по крайней мере три такие взаимно перпендикулярные оси, которые будут главными осями инерции тела для этой точки.

Лекция 15

Тема: Принцип Даламбера. Принцип возможных перемещений. Уравнения Лагранжа.

Цель занятия: Определить уравнения Лагранжа.

План занятия:

1. **Принцип Даламбера.**
2. **Принцип возможных перемещений.**
3. **Уравнения Лагранжа.**

Уравнения движения или условия равновесия механической системы можно получить, положив в основу вместо законов Ньютона другие общие положения, называемые принципами механики. Рассмотрим один из общих принципов механики, называемый принципом Даламбера.

Пусть дана система, состоящая из n материальных точек. Выделим какую-нибудь из точек системы с массой m_k. Под действием приложенных к ней внешних и внутренних сил точка получает по отношению к инерциальной системе отсчета некоторое ускорение $\overline{w}_k$.

Введем в рассмотрение величину

$$\overline{F}_k^i = -m_k \overline{w}_k \ ,$$

имеющую размерность силы. Векторную величину, равную по модулю произведению массы точки на ее ускорение и направленную противоположно этому ускорению, называют силой инерции.

Тогда оказывается, что движение точки обладает следующим общим свойством: если в каждый момент времени к фактически действующим на точку силам $\overline{F}_k^e$ и $\overline{F}_k^i$ прибавить силу инерции $\overline{F}_k^u$, то полученная система сил будет уравновешенной, т.е. будет

$$\overline{F}_k^e + \overline{F}_k^i + \overline{F}_k^u = 0 .$$

Это положение выражает принцип Даламбера для одной материальной точки.

Повторяя проделанные выше рассуждения по отношению к каждой из точек системы, придем к следующему результату, выражающему принцип Даламбера для системы: если в любой момент времени к каждой из точек системы, кроме фактически действующих на нее внешних и внутренних сил, приложить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесиии и к ней можно будет применять все уравнения статики.

Определение. Возможным перемещением механической системы будем называть любую совокупность элементарных перемещений точек этой системы, из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Число независимых между собой возможных перемещений механической системы называется числом степеней свободы этой системы.

Идеальными называются связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещений системы равна нулю, т.е.

$$\sum \delta \mathrm{A}_k^r = 0 \ . \tag{80}$$

Принцип возможных перемещений: для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее активных сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю:

$$\sum \left(F_{kx}^a \delta x_k + F_{ky}^a \delta y_k + F_{kz}^a \delta z_k \right) = 0 \ . \tag{81}$$

Общее уравнение динамики имеет вид

$$\sum \delta \mathrm{A}_k^a + \sum \delta \mathrm{A}_k^u = 0 . \tag{82}$$

Отсюда следует, что при движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и всех сил инерции на любом возможном перемещении системы будет равна нулю.

Определение. Независимые между собой параметры любой размерности, число которых равно числу степеней свободы системы и которые однозначно определяют ее положение, называют обобщенными координатами системы и обозначают буквой q.

Выражения полной элементарной работы всех действующих на систему сил в обобщенных координатах определяется равенством

$$\sum \delta \mathrm{A}_k = Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + ... + Q_n \delta q_n \ . \tag{83}$$

Из этого равенства видно, что обобщенные силы - это величины, равные коэффициентам при приращениях обобщенных координат в выражении полной элементарной работы действующих на систему сил.

Дифференциальные уравнения движения системы в обобщенных координатах (уравнения Лагранжа) имеют вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1 \ ,$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = Q_2 \ , \tag{84}$$

. . . .

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_n} = Q_n \ .$$

Уравнения Лагранжа дают единый и притом достаточно простой метод решения задач динамики. Важное преимущество этих уравнений состоит в том, что их вид и число не зависит от количества тел (или точек), входящих в рассматриваемую систему и от того как эти тела движутся. Число уравнений Лагранжа определяется только числом степеней свободы системы.

Основная литература

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики М, 1976, ч. 1,2
2. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики М. 1990
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М. 1986
4. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике, М. 1986.

Дополнительная литература

5. Гернет М. М. Курс теоретической механики, М.1981
6. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, М. 1976
7. Бать М.И., Джаналидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах, М. 1983,ч. 1,2.

Перечень вопросов

1. Основные понятия статики
2. Аксиомы статики
3. Связи. Реакции связей.
4. Сложение двух сходящихся сил.
5. Многоугольник сил
6. Условие равновесия трех непараллельных сил.
7. Теорема о равновесии трех непараллельных
8. Аналитический способ определения равнодействующей системы сходящихся сил
9. Уравнения равновесия сил
10. Пара сил.
11. Момент пары сил
12. Теоремы о парах сил лежащих в одной плоскости
13. Момент силы относительно точки
14. Приведение силы относительно точки
15. Приведение плоской системы сил
16. Уравнения равновесия системы сил, произвольно расположенных на плоскости
17. Уравнения равновесия параллельных сил
18. Сцепление и трение скольжение.
19. Трение качения
20. Векторный момент пары сил
21. Теоремы о парах сил в пространстве
22. Момент силы относительно точки как векторное произведение
23. Момент силы относительно оси
24. Зависимость между моментами силы относительно
25. Аналитические выражения моментов силы относительно координатных осей
26. Главные моменты системы сил, произвольно расположенные в пространстве
27. Уравнения равновесия сил, произвольно расположенных в пространстве
28. Центр тяжести твердого тела
29. Центр тяжести плоской фигуры
30. Статический момент площади плоской фигуры относительно оси
31. Центр тяжести линии
32. Теоремы для определения положения центра тяжести
33. Способ отрицательных площадей
34. Введение в кинематику
35. Естественный способ задания движения точки
36. Определение скорости точки при задании ее движения естественным способом
37. Естественные координатные оси
38. Вектор кривизны
39. Определение ускорения точки при задании ее движения естественным способом

40. Векторный способ задания движения точки
41. Определение скорости точки при задании ее движения векторным способом
42. Вектор скорости точки.
43. Определение ускорения точки при задании ее движения векторным способом
44. Вектор ускорения точки
45. Координатный способ задания движения точки
46. Уравнения движения точки в декартовых координатах
47. Определение скорости точки при задании ее движения координатным способом
48. Проекции скорости точки на неподвижные оси декартовых координат
49. Определение ускорения точки при задании ее движения координатным способом
50. Проекции ускорения точки на неподвижные оси декартовых координат
51. Поступательное движение твердого тела
52. Вращательное движение твердого тела
53. Уравнения вращательного движения
54. Угловая скорость и угловое ускорение тела
55. Скорости и ускорения точек твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси
56. Разложение движения плоской фигуры на поступательное движение вместе с полюсом и вращение вокруг полюса
57. Уравнения движения плоской фигуры
58. Теорема о скоростях точек плоской фигуры
59. План скоростей
60. Мгновенный центр скоростей
61. Теорема об ускорениях точек плоской фигуры
62. Мгновенный центр ускорения
63. Эйлеровы углы
64. Уравнения сферического движения твердого тела
65. Теорема о перемещении твердого тела, имеющего одну неподвижную точку
66. Угловая скорость тела
67. Угловое ускорение тела
68. Скорости и ускорения точек твердого тела при сферическом движении
69. Разложение движения свободного твердого тела на поступательное движение с полюсом сферическое движение вокруг полюса
70. Уравнения движения свободного твердого тела
71. Уравнения движения свободного твердого тела
72. Теорема о скоростях точек свободного тела
73. Теорема об ускорениях точек свободного твердого тела
74. Относительное, переносное и абсолютное движение точки
75. Теорема о сложении ускорении (Теорема Кориолиса)
76. Предмет динамики
77. Основные законы механики

78. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых координатах
79. Естественные уравнения движения материальной точки. Две основные задачи динамики точки
80. Виды колебательных движении материальной точки
81. Свободные колебания материальной точки
82. Затухающие колебания материальной точки
83. Вынужденные колебания материальной точки
84. Явление биений
85. Явление резонанса
86. Влияние сопротивления движению на вынужденные колебания
87. Дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки
88. Принцип относительности классической механики
89. Инерциальные системы отсчета
90. Случай относительного покоя
91. Импульс силы и его проекции на координатные оси
92. Импульс равнодействующей
93. Теорема об изменении количества движения материальной точки
94. Моменты количества движения материальной точки относительно центра и относительно оси.
95. Теорема об изменении момента количества движения материальной точки
96. Работа силы как скалярные произведение
97. Теоремы о работе силы
98. Элементарная работа
99. Работа силы на конечном пути
100. Работа силы тяжести, силы упругости и силы трения
101. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки
102. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки в относительном движении.
103. Силы, действующие на точки механической системы
104. Центр масс системы материальных точек и его координаты
105. Твердое тело. Моменты инерции твердого тела
106. Радиус Инерции
107. Теорема о моментах инерции твердого тела относительно параллельных осей
108. Вычисление моментов инерции однородных тел относительно осей, проходящих через их центры тяжести и являющихся осями симметрии
109. Формула для вычисления момента инерции твердого тела относительно любой оси, проходящей через начала координат
110. Центробежные моменты инерции
111. Вычисление моментов инерции твердого тела относительно произвольных осей
112. Общие теоремы динамики механической системы

113. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Теорема о движении центра масс механической системы
114. Теорема об изменении количества движения механической системы
115. Кинетической момент механической системы относительно центра и оси.
116. Теорема об изменении кинетического момента механической системы
117. Работа сил, приложенных к твердому телу
118. Сопротивление качению
119. Кинетическая энергия твердого тела
120. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы
121. Механический коэффициент полезного действия машины
122. Силовое поле
123. Потенциальное силовое поле и силовая энергия
124. Примеры силовых полей
125. Закон сохранения механической энергии
126. Явление удара
127. Действие ударной силы на материальную точку
128. Теорема об изменении количества движения механической системы при ударе
129. Теорема об изменении кинетического момента механической системы при ударе
130. Принцип Даламбера для материальной точки
131. Принцип Даламбера для несвободной механической системы
132. Определение динамических реакции подшипн6иков при вращения твердого тела вокруг неподвижной оси
133. Обобщенные координаты и число степеней свободы
134. Возможные перемещения механической системы
135. Идеальные связи
136. Принцип возможных перемещении
137. Принцип возможных перемещении в случае движения системы
138. Общее уравне6ние динамики
139. Обобщенные силы
140. Выражение обобщенных сил через проекции сил на неподвижные оси декартовых координат
141. Общее уравнение динамики в обобщенных силах
142. Условия равновесия сил
143. Дифференциальное уравнение движения механической системы в обобщенных координатах
144. Уравнения Лагранжа второго рода.

Оглавление

Науразбаев М.А.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
Краткий конспект лекций
для технических специальностей

Заказ № 749
Тираж 50 экз.

Редакционно-издательский отдел
Актюбинского государственного университета им. К. Жубанова
(г. Актобе., ул. Бр.Жубановых, 263)