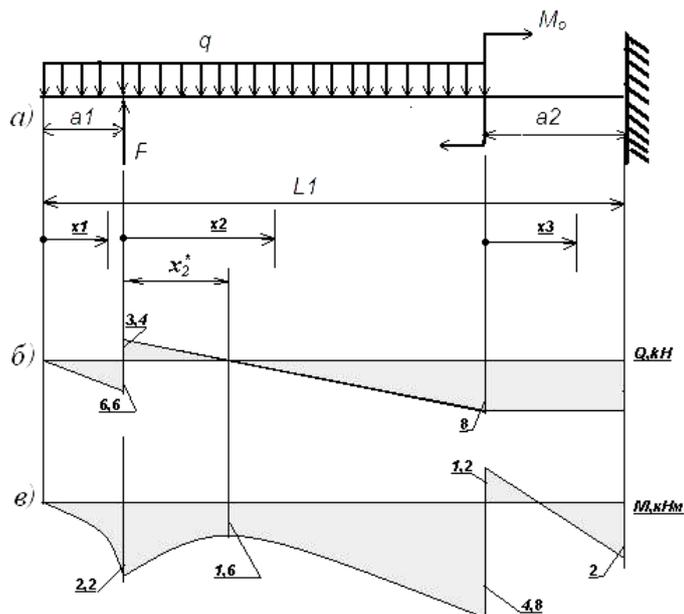


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И
НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

АЛМАТИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ
МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие.
(Задания и примеры выполнения расчетно-
графических работ)



УДК 621.01. (075.8)
ББК 30.12я73
Т33

К.У. Карымсаков, Э.М. Мажиева., С.Н. Тойбаев - Теоретическая и прикладная механика. /Учебно - методическое пособие - Алматы: АТУ, 2007. – 96 с. Ил. 18, табл. 9, библиогр. -19 назв.

ISBN 9965-756-57-0

Дисциплина «Теоретическая и прикладная механика» является обязательным предметом для студентов высших учебных заведений. Приводятся задания к расчетно-графическим работам, методические указания к их выполнению, примеры выполнения работ. Дан список рекомендуемой литературы.

ББК 30.12я73

Печатается по плану издательской деятельности 2007 года
Алматинского Технологического Университета

Рецензенты: Махметова Н.М., докт. техн. наук, профессор
Ержанов Н.М., канд. техн. наук

$T \frac{2004030000}{00(05) - 07}$

ISBN 9965-756-57-0

С К.У.Карымсаков, Э.М. Мажиева, С.Н. Тойбаев,
Алматинский Технологический Университет

Содержание

1 Общие требования и указания к выполнению расчетно-графических работ	4
2 Задачи, входящие в расчетно-графические работы, указания к их выполнению и примеры	5
I. Теоретическая механика	5
Задача 1. Равновесие плоской системы сил	5
Задача 2. Равновесие пространственной системы сил	8
Задача 3. Кинематика точки	11
II. Сопротивление материалов	17
Задача 1. Расчет на прочность при растяжении-сжатии	16
Задача 2. Расчет на прочность и жесткость при кручении	19
Задача 3. Расчет на прочность при изгибе (проверочный расчет)	24
Задача 4. Расчет на прочность при изгибе (проектный расчет)	28
Задача 5. Расчет на прочность при совместном действии изгиба и кручения	32
Задача 6. Расчет сжатых стержней на устойчивость	36
III. Теория механизмов и машин	41
1. Кинетостатический анализ рычажного механизма	41
2. Пример. Исследование шестизвенного механизма	48
2.1 Структурный анализ	49
2.2 Кинематический анализ	51
2.3 Динамический анализ	61
IV. Детали машин	71
1. Задания. Расчет типов передач	
1.1 Задание 1.	
1.2 Задание 2.	
1.3 Задание 3.	72
1.4 Задание 4.	
1.5 Задание 5.	73
1.6 Задание 6.	74
1.7 Задание 7.	
1.8 Задание 8.	75
1.9 Задание 9.	76
1.10 Задание 10.	77
2. Примеры расчета и проектирования приводов	78
2.1 Проектирование привода с одноступенчатым цилиндрическим косозубым редуктором и цепной передачей из стали повышенной твердости	
2.2 Проектирование привода с одноступенчатым коническим прямозубым редуктором и цепной передачей	84
2.3 Проектирование одноступенчатого червячного редуктора	91
3. Список литературы	96

1 Общие требования и указания к выполнению расчетно-графических работ (РГР).

Тематика расчетно-графических работ относится к разделам курса «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин» и «Детали машин».

Условия задач приведены в десяти схемах и десяти вариантах.

Студент, для выполнения РГР, должен взять по последней цифре шифра зачетной книжки номер схемы, который показан римскими цифрами на соответствующем рисунке, а вариант с цифровыми данными - из соответствующей таблицы по предпоследней цифре шифра. Например, зачетная книжка имеет шифр 96472, студент для каждой задачи выбирает схему *II* и цифровые данные - соответствующие варианту 7. Если последняя цифра шифра нуль, то следует взять схему *X*, а если предпоследняя цифра нуль, то данные из таблицы нужно взять по варианту 10.

К защите принимаются РГР, сброшюрованные каждая в отдельности, состоящие из титульного листа, расчетной и графической частей с приведенным в конце списком использованной литературы. Текст должен быть только с одной стороны на белой бумаге формата *A4*.

Вся работа может быть выполнена с помощью компьютерных средств. Процедура защиты РГР предусматривает 2-3 дополнительных вопроса студенту по теме выполненного задания или решение подобной задачи.

2. Задачи, входящие в расчетно-графические работы, указания к их выполнению и примеры.

I. Теоретическая механика

Задача 1. Равновесие плоской системы сил

Жесткая рама (рисунок 1) закреплена в точке A шарнирно, а в точке B прикреплена или к невесомому стержню BB_1 , или к шарнирной опоре на катках; стержень прикреплен к раме и к неподвижной опоре шарнирами.

На раму действуют пара сил с моментом $M = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице 1 (например, в условиях варианта 2 на раму действуют сила $F_1 = 10 \text{ Н}$, приложенная в точке K под углом 30° к горизонтальной оси и сила $F_4 = 40 \text{ Н}$, приложенная в точке H под углом 60° к горизонтальной оси).

Требуется определить реакции связей в точках A и B , вызываемые заданными нагрузками. При расчетах принять $l = 0,5 \text{ м}$.

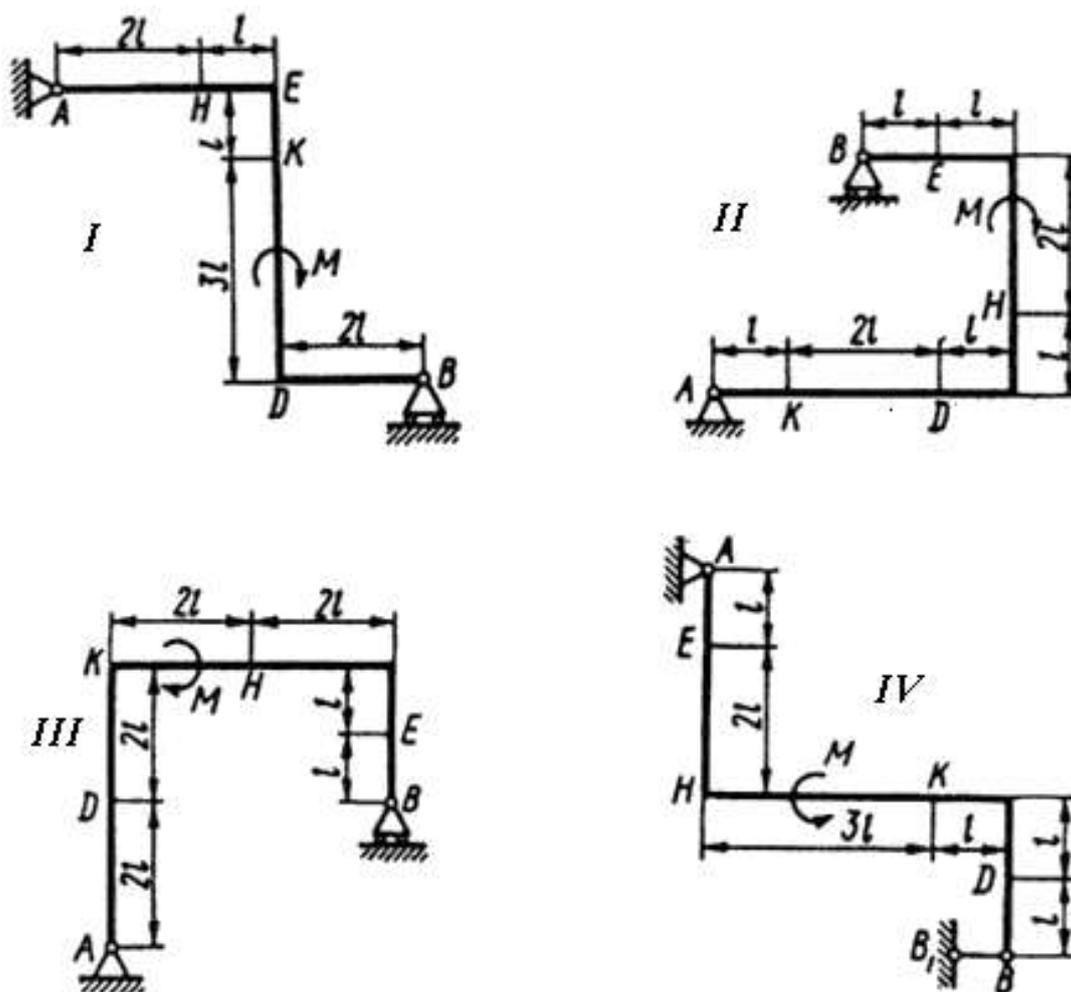
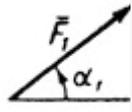
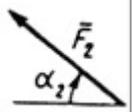
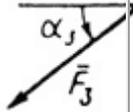
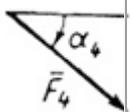


Рисунок 1 – Схемы к задаче 1

Таблица 1

Сила								
	$F_1=10\text{H}$		$F_2=20\text{H}$		$F_3=30\text{H}$		$F_4=40\text{H}$	
Номер условия	Точка прилож.		Точка прилож.		Точка прилож.		Точка прилож.	
1	–	–	D	60	E	45	–	–
2	K	30	–	–	–	–	H	60
3	–	–	H	45	K	30	–	–
4	D	60	–	–	–	–	E	30
5	–	–	K	30	E	60	–	–
6	H	60	–	–	D	30	–	–
7	–	–	E	30	–	–	K	45
8	D	45	–	–	H	60	–	–
9	–	–	H	60	–	–	D	30
10	E	30	–	–	–	–	K	60

Пример 1. Жесткая пластина $ABCD$ (рисунок 2) имеет в точке A неподвижную шарнирную опору, а в точке B – подвижную шарнирную опору на катках. Все действующие нагрузки и размеры показаны на рисунке.

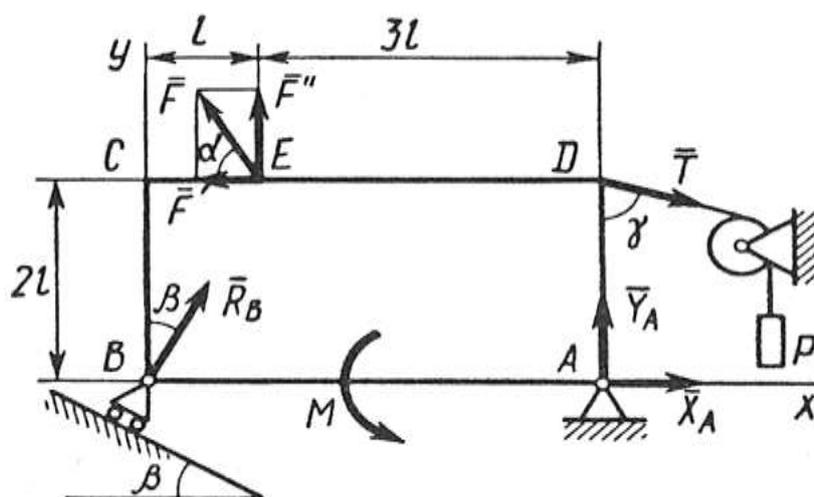


Рисунок 2 - Схема к примеру 1

Дано: $F=25\text{ кН}$, $\alpha=60^\circ$, $P=18\text{ кН}$, $\gamma=75^\circ$, $M=50\text{ кН}\cdot\text{м}$, $\beta=30^\circ$, $l=0,5\text{ м}$.

Определить: реакции в точках A и B , вызываемые действующими нагрузками.

Решение.

Рассмотрим равновесие пластины. Проведем координатные оси x и y и изобразим действующие на пластину силы: силу \bar{F} , пару сил с моментом M , натяжение троса \bar{T} (по модулю $T = P$) и реакции связей $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{R}_B$ (реакцию неподвижной шарнирной опоры A изображаем двумя ее составляющими; реакция шарнирной опоры на катках направлена перпендикулярно опорной плоскости).

Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия. При вычислении момента силы \bar{F} относительно точки A воспользуемся теоремой Вариньона, т.е. разложим силу \bar{F} на составляющие \bar{F}' , \bar{F}'' ($F' = F \cos \alpha$; $F'' = F \sin \alpha$) и учтем, что $M_A(\bar{F}) = M_A(\bar{F}') + M_A(\bar{F}'')$.

Получим

$$\sum F_{kx} = 0, \quad X_A + R_B \sin \beta - F \cos \alpha + T \sin \gamma = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Y_A + R_B \cos \beta + F \sin \alpha - T \cos \gamma = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0, \quad M - R_B \cos \beta \cdot 4l + F \cos \alpha \cdot 2l - F \sin \alpha \cdot 3l - T \sin \gamma \cdot 2l = 0. \quad (3)$$

Подставив в эти уравнения числовые значения заданных величин, решаем их и определяем искомые реакции.

Ответ: $X_A = -8,5 \text{ кН}$; $Y_A = -23,3 \text{ кН}$; $R_B = -8,5 \text{ кН}$. Знаки (-) указывают, что реакции \bar{X}_A, \bar{Y}_A и R_B направлены в сторону противоположную направлениям, показанным на рисунке 2. Для проверки правильности решения следует воспользоваться каким-либо другим уравнением равновесия, например, в виде суммы моментов всех сил относительно точки E или D .

Задача 2. Равновесие пространственной системы сил

Однородная прямоугольная плита весом $P = 5 \text{ кН}$ со сторонами $AB = 3l$, $BC = 2l$ закреплена в точке A сферическим шарниром, а в точке B цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (рисунок 3). На плиту действует пара сил с моментом $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$, лежащая в плоскости плиты, и две силы.

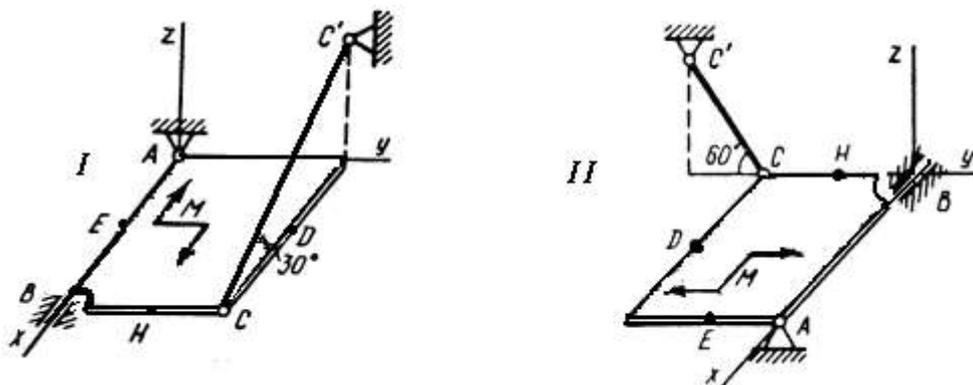
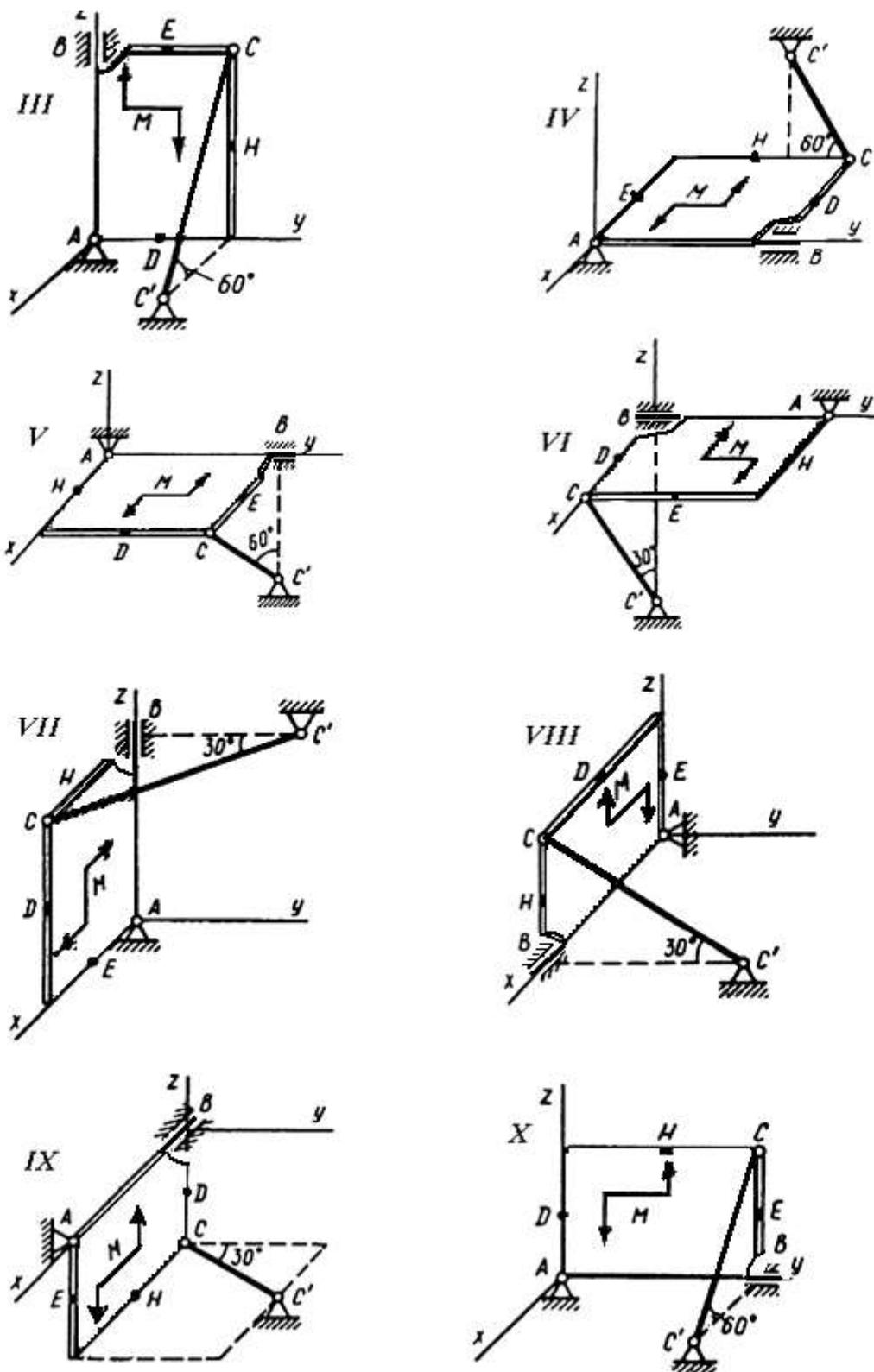


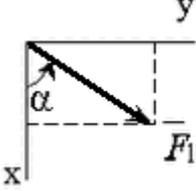
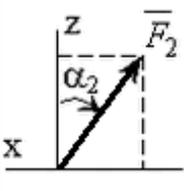
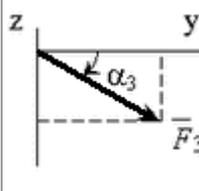
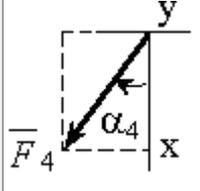
Рисунок 3 – Схемы к задаче 2



Продолжение рисунка 3 – Схемы к задаче 2

Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в таблице 2; при этом силы \vec{F}_1 и \vec{F}_4 лежат в плоскостях, параллельных плоскости xu , сила \vec{F}_2 - в плоскости, параллельной плоскости xz , сила \vec{F}_3 - в плоскости, параллельной плоскости yz . Точки приложения сил (D , E , H) находятся в серединах сторон плиты.

Таблица 2

Сила								
	$F_1 = 4\text{кН}$	$F_2 = 6\text{кН}$	$F_3 = 8\text{кН}$	$F_4 = 10\text{кН}$				
Номер условия	Точка прилож.	α_1°	Точка прилож.	α_2°	Точка прилож.	α_3°	Точка прилож.	α_4°
1	D	60	—	—	E	0	—	—
2	90	D	30	—	—	—	—	—
3	—	—	E	60	—	—	D	90
4	—	—	—	—	H	60	H	0
5	E	0	—	—	H	60	—	—
6	—	—	D	60	H	0	—	—
7	—	—	H	30	—	—	D	0
8	E	30	H	90	—	—	—	—
9	—	—	—	—	D	0	E	60
10	—	—	E	90	D	30	—	—

Определить реакции связей в точках A , B и C .

При расчетах принять $l = 0,8\text{ м}$.

Указания. В этой задаче рассматривается равновесие тел под действием пространственной системы сил. При ее решении нужно учесть, что реакция сферического шарнира (или подпятника) имеет три составляющие, а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) – две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При вычислении моментов силы \vec{F} также разложим ее на составляющие \vec{F}' и \vec{F}'' , параллельные координатным осям; тогда, по теореме Вариньона, $m_x(\vec{F}) = m_x(\vec{F}') + m_x(\vec{F}'')$ и т.д.

Пример 2. Вертикальная прямоугольная плита весом P (рисунок 4) закреплена сферическим шарниром в точке A , цилиндрическим (подшипником) в точке B и невесомым стержнем DD' , лежащим в плоскости, параллельной плоскости yz . На плиту действуют сила \vec{F}_1 (в плоскости xz), сила \vec{F}_2 (параллельная оси y) и пара сил с моментом M (в плоскости плиты).

Дано: $P=5 \text{ кН}$; $M=3 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $F_1=6 \text{ кН}$; $F_2=7,5 \text{ кН}$; $\alpha=30^\circ$; $AB=1 \text{ м}$; $BC=2 \text{ м}$; $CE=0,5AB$; $BK=0,5BC$.

Определить: реакции опор A , B и стержня DD' .

Решение:

а) рассмотрим равновесие плиты. На плиту действуют заданные силы \bar{P} , \bar{F}_1 , \bar{F}_2 и пара сил с моментом M , а также реакции связей. Реакцию сферического шарнира разложим на три составляющие \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{Z}_A , цилиндрического (подшипника) – на две составляющие \bar{Y}_B , \bar{Z}_B (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию \bar{N} стержня направим вдоль стержня, предполагая, что он растянут;

б) для определения шести неизвестных реакций составляем шесть уравнений равновесия для действующей на плиту пространственной системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0; X_A + F_1 \cos \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A + Y_B + F_2 - N \cos 75^\circ = 0, \quad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0; Z_A + Z_B - P - N \sin 75^\circ + F_1 \sin \alpha = 0, \quad (3)$$

$$\sum m_x(\bar{F}_k) = 0; -F_2 \cdot BK + N \cos 75^\circ \cdot BC = 0, \quad (4)$$

$$\sum m_y(\bar{F}_k) = 0; P \frac{AB}{2} + F_1 \cos \alpha \cdot BC - F_1 \sin \alpha \frac{AB}{2} - Z_A \cdot AB + N \sin 75^\circ \cdot AB + M = 0; \quad (5)$$

$$\sum m_z(\bar{F}_k) = 0; Y_A \cdot AB - N \cos 75^\circ \cdot AB = 0. \quad (6)$$

Для определения момента силы \bar{F}_1 относительно оси y разлагаем \bar{F}_1 на составляющие \bar{F}'_1 и \bar{F}''_1 , параллельные осям x и z ($F'_1 = F_1 \cos \alpha$; $F''_1 = F_1 \sin \alpha$) и применяем теорему Вариньона. Аналогично можно поступить при определении моментов реакции \bar{N} относительно оси x .

Подставив в составленные уравнения числовые значения всех заданных величин и решив затем эти уравнения, найдем, чему равны искомые реакции.

Ответ: $X_A = -5,2 \text{ кН}$; $Y_A = -3,8 \text{ кН}$; $Z_A = 28,4 \text{ кН}$; $Y_B = -7,5 \text{ кН}$; $Z_B = -12,4 \text{ кН}$; $N = 14,5 \text{ кН}$. Знаки (-) указывают, что реакции \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{Y}_B и \bar{Z}_B направлены в сторону противоположную направлениям, показанным на рисунке 4.

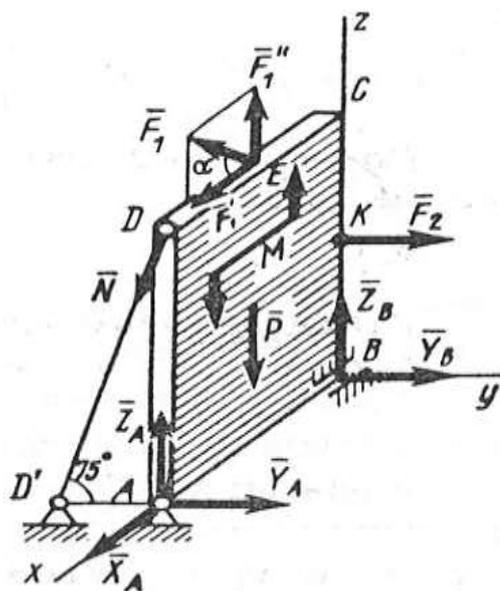
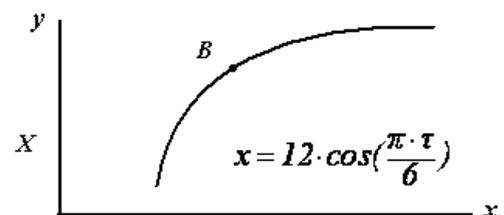
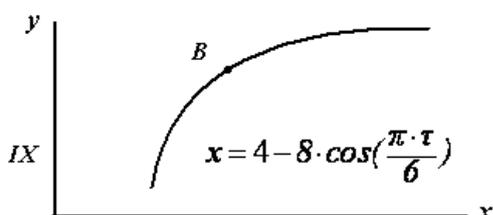
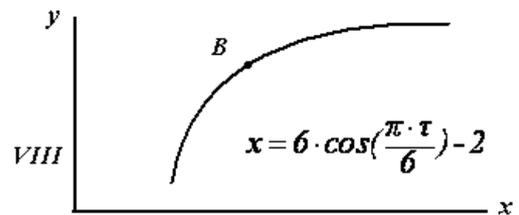
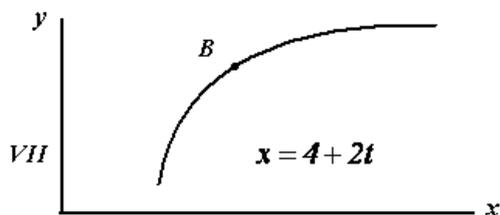
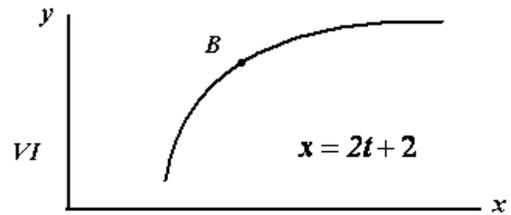
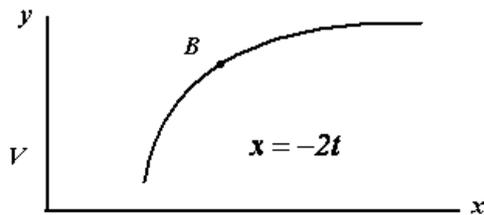
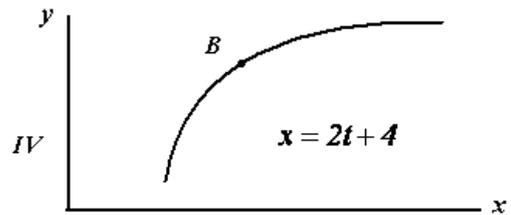
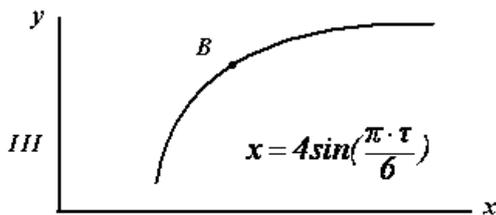
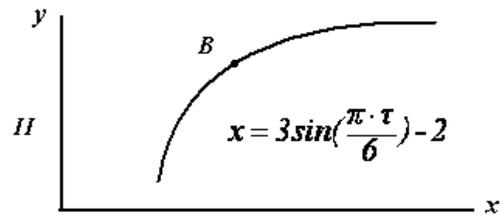
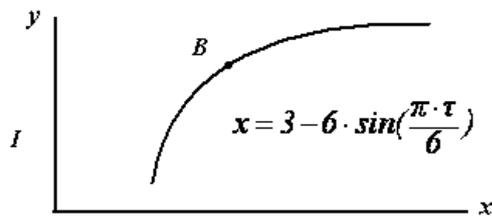


Рисунок 4 – Схема к примеру 2

Задача 3. Кинематика точки

Точка B движется в плоскости xOy (траектория точки показана на рисунке 5 условно). Закон движения точки задан уравнениями: $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, а t - в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t = 1$ с определить скорость и ускорение точки, а также касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории. Вычертить в масштабе траекторию точки, показать ее начальное положение и положение в заданный момент времени, показать на рисунке полные скорость и ускорение точки, их проекции на координатные оси, касательное и нормальное ускорения точки.



Зависимость $x = f_1(t)$ указана непосредственно на рисунке 5, а зависимость $y = f_2(t)$ дана в таблице 3 (для схем I - III во втором столбце, для схем IV - VII в третьем столбце, для схем VIII - X в четвертом столбце).

Указания. Задача 2 относится к теме «Кинематика точки» и решается с помощью формул, определяющих скорость и ускорение точки в декартовых координатах, а также формул, определяющих нормальное и касательное ускорения точки.

Таблица 3

Вариант	I – III	IV – VII	VIII - X
1	$4 - 9 \cos(\pi \frac{t}{6})$	$t^2 - 2$	$- 4 \cos(\pi \frac{t}{3})$
2	$2 - 3 \cos(\pi \frac{t}{3})$	$8 \cos(\pi \frac{t}{4})$	$10 \sin(\pi \frac{t}{6})$
3	$4 - 6 \cos^2(\pi \frac{t}{6})$	$4 + 2 t^2$	$12 \sin^2(\pi \frac{t}{6})$
4	$12 \cos(\pi \frac{t}{6})$	$2 (t + 1)^2$	$2 - 4 \sin(\pi \frac{t}{6})$
5	$9 \cos(\pi \frac{t}{3}) + 5$	$2 + 2 \sin(\pi \frac{t}{4})$	$12 \cos(\pi \frac{t}{3}) + 13$
6	$- 10 \cos(\pi \frac{t}{6})$	$3 t^2 - 2$	$3 \sin(\pi \frac{t}{6})$
7	$8 \cos(\pi \frac{t}{6}) - 3$	$(t + 1)^3$	$16 \sin^2(\pi \frac{t}{6}) - 14$
8	$- 9 \cos^2(\pi \frac{t}{6})$	$3 - 4 \cos(\pi \frac{t}{4})$	$6 \cos(\pi \frac{t}{3})$
9	$6 \cos(\pi \frac{t}{3}) - 4$	$2 t^3$	$4 - 9 \sin(\pi \frac{t}{6})$
10	$2 - 2 \cos(\pi \frac{t}{6})$	$2 \sin(\pi \frac{t}{4})$	$8 \cos(\pi \frac{t}{3}) + 6$

Пример 3. Даны уравнения движения точки в плоскости $xу$:

$$x = 3 - 6 \sin(\pi \frac{t}{6}), \quad y = 8 \cos(\pi \frac{t}{6}) - 3,$$

где x, y даны в сантиметрах, t - в секундах.

Выполнить решение по условиям задачи 3.

Решение.

Для определения траектории точки исключим время t из заданных уравнений движения. Используем формулу

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

Из заданных уравнений движения выражаем соответствующие функции

$$\sin\left(\pi\frac{t}{6}\right) = \frac{3-x}{6}; \quad \cos\left(\pi\frac{t}{6}\right) = \frac{y+3}{8}.$$

Подставляя эти выражения, получаем

$$\left(\frac{y+3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3-x}{6}\right)^2 = 1.$$

Это уравнение эллипса.

Траектория точки показана на рисунке б а; в начальный момент времени $t = 0$ точка находится в положении M_0 , а когда $t = 1$ с – в положении M .

Скорость точки найдем по ее проекциям на координатные оси

$$V_x = \frac{dx}{dt} = -6 \frac{\pi}{6} \cos\left(\pi\frac{t}{6}\right) = -\pi \cos\left(\pi\frac{t}{6}\right),$$
$$V_y = \frac{dy}{dt} = -8 \frac{\pi}{6} \sin\left(\pi\frac{t}{6}\right) = -\frac{4}{3} \pi \sin\left(\pi\frac{t}{6}\right),$$
$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

При $t = 1$ с

$$V_x = -\pi \cos\left(\pi\frac{1}{6}\right) = -2,72 \text{ см/с},$$

$$V_y = -\frac{4}{3} \pi \sin\left(\pi\frac{1}{6}\right) = -2,09 \text{ см/с},$$

$$V = \sqrt{(-2,72)^2 + (-2,09)^2} = 3,43 \text{ см/с}.$$

Аналогично найдем ускорение точки

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \pi \frac{\pi}{6} \sin\left(\pi\frac{t}{6}\right) = \frac{1}{6} \pi^2 \sin\left(\pi\frac{t}{6}\right),$$
$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{4}{3} \pi \frac{\pi}{6} \cos\left(\pi\frac{t}{6}\right) = -\frac{2}{9} \pi^2 \cos\left(\pi\frac{t}{6}\right),$$
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

При $t = 1$ с

$$a_x = \frac{1}{6} \pi^2 \sin\left(\pi\frac{1}{6}\right) = 0,822 \text{ см/с}^2,$$

$$a_y = -\frac{2}{9} \pi^2 \cos\left(\pi \frac{1}{6}\right) = -1,90 \text{ см/с}^2,$$

$$a = \sqrt{0,822^2 + (-1,9)^2} = 2,07 \text{ см/с}^2.$$

Касательное ускорение найдем, дифференцируя по времени равенство

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2.$$

Получаем

$$2V \frac{dV}{dt} = 2V_x \frac{dV_x}{dt} + 2V_y \frac{dV_y}{dt}.$$

Отсюда

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y}{V}.$$

Подставив в полученное выражение числовые значения соответствующих величин при $t = 1 \text{ с}$, найдем

$$a_\tau = 0,506 \text{ см/с}^2.$$

Нормальное ускорение точки находим, как

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{2,07^2 - 0,506^2} = 2,00 \text{ см/с}^2.$$

Для определения радиуса кривизны траектории воспользуемся формулой

$$a_n = \frac{V^2}{\rho},$$

откуда

$$\rho = \frac{V^2}{a_n} = \frac{3,43^2}{2,0} = 5,87 \text{ см}.$$

Ответ: при $t = 1 \text{ с}$: $V = 3,43 \text{ см/с}$; $a = 2,07 \text{ см/с}^2$; $a_n = 2,0 \text{ см/с}^2$;
 $a_\tau = 0,506 \text{ см/с}^2$; $\rho = 5,87 \text{ см}$.

На рисунке б б показаны скорости и ускорения точки в положении М.

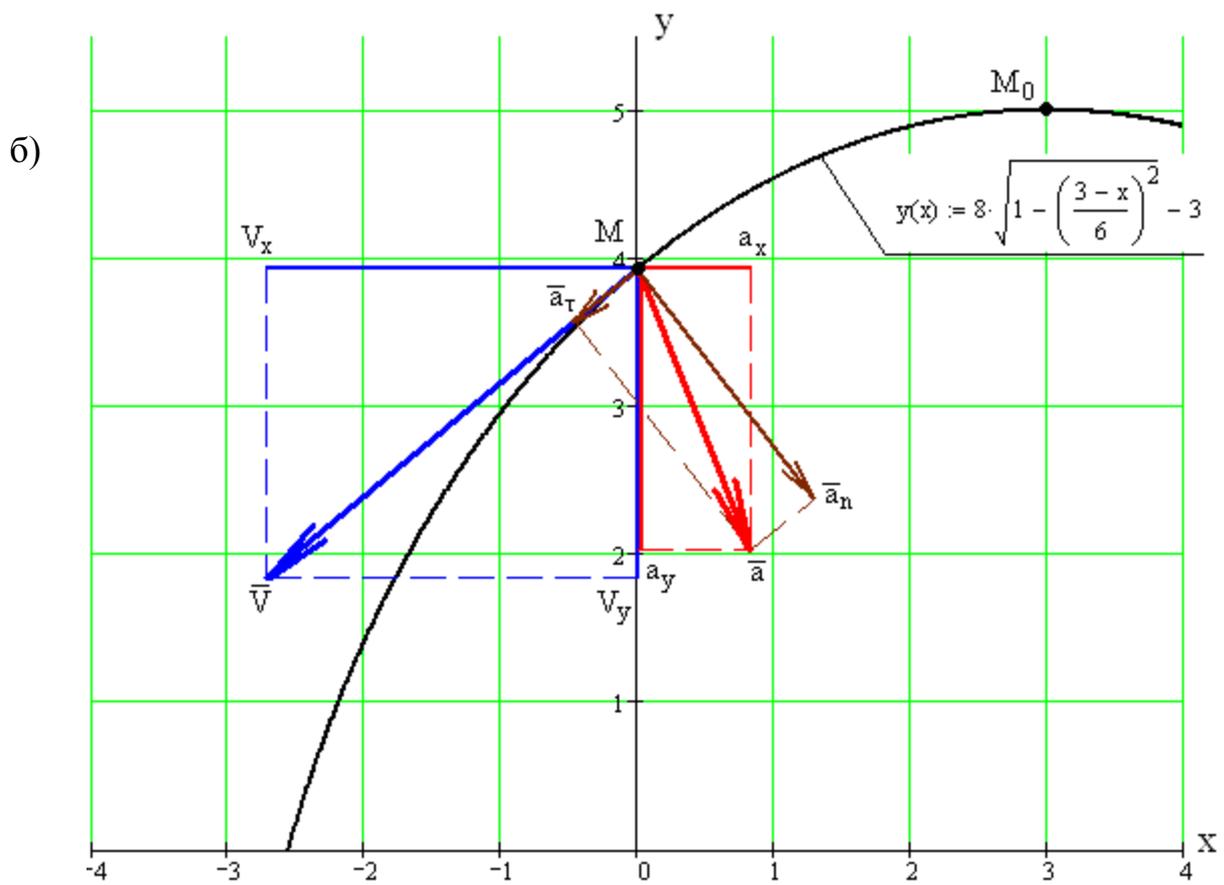
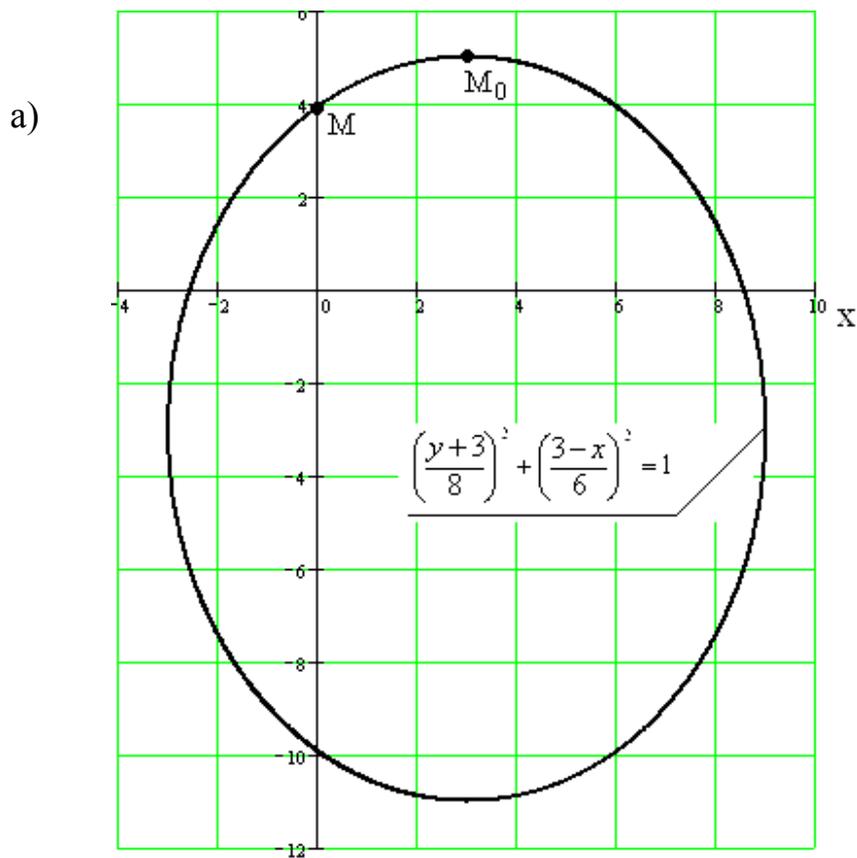


Рисунок 6 – К примеру 3

II. Сопротивление материалов

Задача 4. Расчет на прочность при растяжении-сжатии

Для заданной схемы (рисунок 7- на схемах везде F заменить на P) проверить прочность стержней, работающих на растяжение и (или) сжатие, приняв допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$ и на сжатие $[\sigma_c] = 120 \text{ МПа}$. Данные взять из таблицы 4.

Указания. Задача 4 является задачей проверочного расчета на прочность при растяжении-сжатии. Для этого следует определить расчетные напряжения, сравнить с допускаемым и проверить выполнение условия прочности для элементов конструкции. Расчетные значения напряжений в стержнях определяются через значения продольных усилий, для нахождения которых составляются уравнения равновесия.

Таблица 4

Вариант	$P_1, \text{ кН}$	$P_2, \text{ кН}$	$\alpha, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	Сечения стержней	
							1	2
1	15	45	25	60	1,2	0,8	2 уг 40×3	Ø10
2	20	50	30	65	1,0	0,7	2 уг 40×4	Ø11
3	25	55	35	70	0,8	0,6	2 уг 40×5	Ø12
4	30	60	40	75	0,9	0,5	2 уг 45×3	Ø14
5	35	40	45	55	1,1	0,4	2 уг 45×4	Ø16
6	40	35	50	45	0,7	0,7	2 уг 45×5	Ø18
7	45	30	55	40	0,6	0,4	2 уг 50×3	Ø20
8	50	25	60	35	0,5	0,7	2 уг 50×4	Ø20
9	55	20	65	40	0,4	0,8	2 уг 36×3	Ø12
10	60	15	70	45	0,8	0,5	2 уг 32×3	Ø10

Примечания.

Обозначение 2угNN×K означает, что стержень составлен из двух равнобоких уголков с шириной и толщиной полки, указанных после знака уг; знак Ø означает, что стержень имеет круглое поперечное сечение с диаметром, указанным после этого знака.

На некоторых схемах рисунка 7 отдельные параметры, указанные в таблице 3 отсутствуют; в таких случаях численные значения этих величин не следует принимать во внимание.

Для схем, где имеется два стержня, работающих на растяжение (сжатие), расчет следует выполнить для обоих стержней.

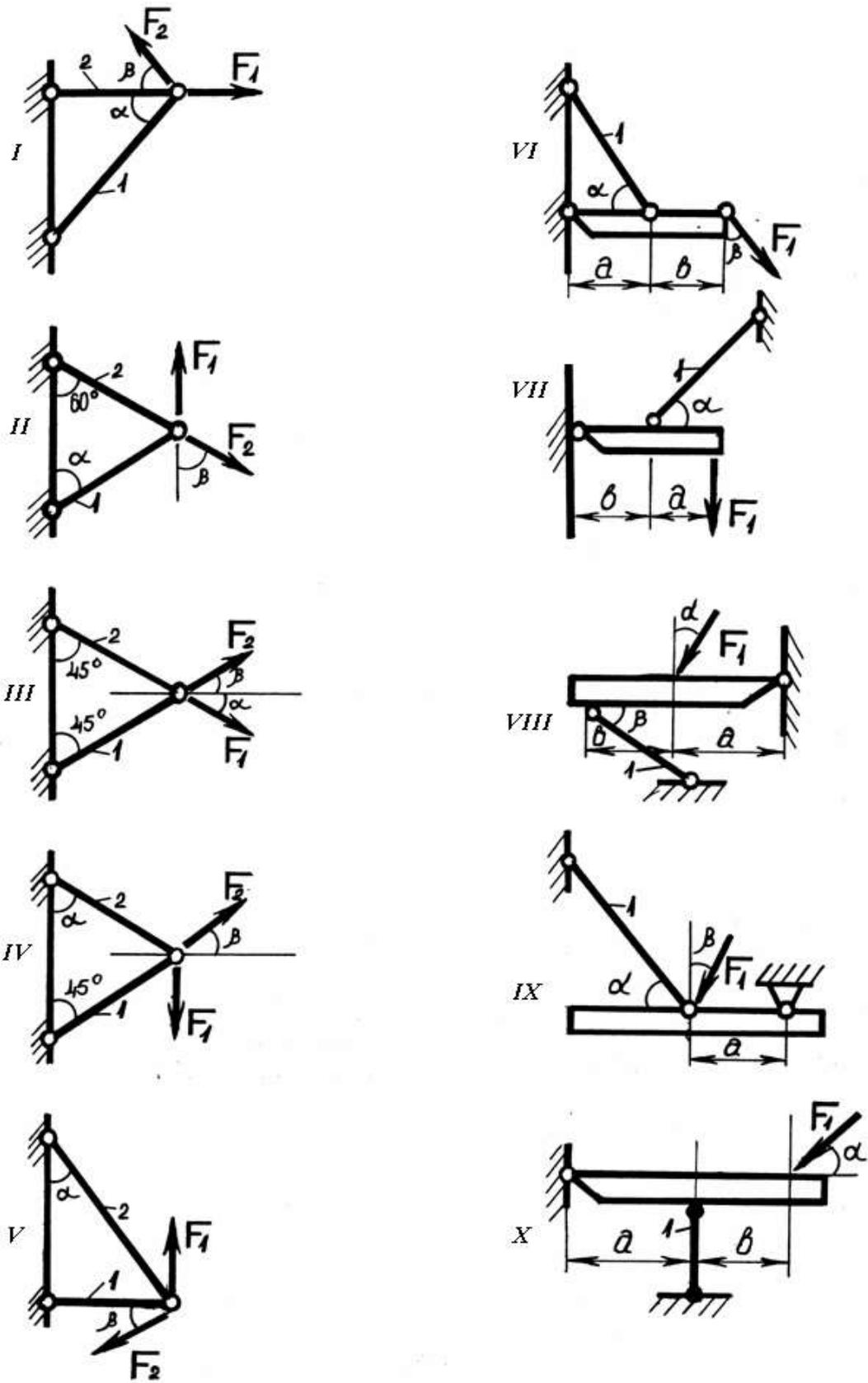


Рисунок 7 – Схемы к задаче 4

Пример 4. Для заданной схемы (рисунок 8а- « F » заменить на « P ») проверить прочность стержня 1, работающего на растяжение или сжатие, приняв допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p]=160 \text{ Мпа}$ и на сжатие $[\sigma_c]=120 \text{ МПа}$. Дано: $P = 25 \text{ кН}$, $\alpha = 70^\circ$, $a = 0,9 \text{ м}$, $b = 0,7 \text{ м}$, сечение стержня - 2 уголка 45×3 .

Условие прочности при растяжении-сжатии имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma],$$

где σ – расчетное напряжение в поперечном сечении стержня;

N – продольная (нормальная) сила;

F – площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$ –допускаемое напряжение (на растяжение или сжатие соответственно тому, что испытывает стержень).

Определим продольную силу в стержне 1. Отбросим мысленно шарнирную опору в точке B , заменив ее действие двумя реакциями H_A и V_A , а также разрежем стержень 1, заменив действие отброшенной части силой N (рисунок 8 б). Получим произвольную плоскую систему сил. Три неизвестные силы H_A , V_A и N могут быть определены из трех уравнений равновесия. Но в рассматриваемой задаче значения реакций H_A и V_A не нужны, так как по условию требуется определить силу N в стержне 1. Поэтому, если запишем уравнение равновесия в виде $\sum M_A = 0$, то реакции H_A и V_A в него не войдут.

Получим

$$N \cdot a - P \cdot (a+b) \cdot \sin \alpha = 0,$$

откуда

$N = (P \cdot (a+b) \cdot \sin \alpha) / a = 30 \cdot (0,9+0,7) \cdot \sin 70^\circ / 0,9 = 50,1 \text{ кН}$ (стержень 1 сжат).

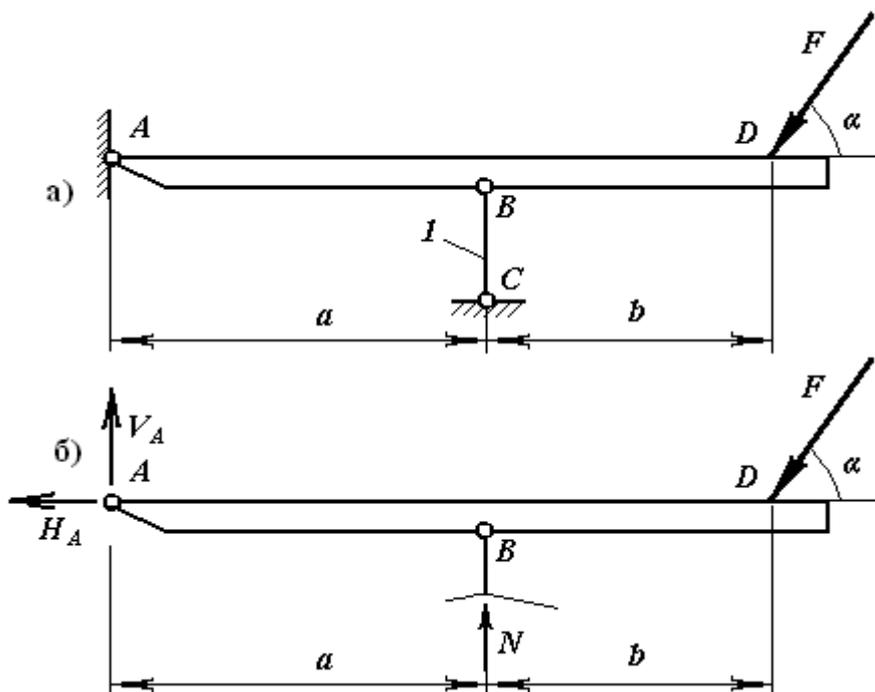


Рисунок 8 – К примеру 4

Так как стержень 1 представляет собой 2 спаренных уголка 45×3, то его площадь сечения равна удвоенному значению площади одного уголка. Из таблицы прокатных профилей находим $F_{yz} = 2,65 \text{ см}^2$, тогда площадь поперечного сечения стержня 1 будет равна: $F=2F_{yz}=530 \text{ мм}^2$.

Определим нормальное напряжение в поперечном сечении стержня 1 и сравним его с допускаемым напряжением на сжатие

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{50,1 \cdot 10}{530} = 94,5 \text{ МПа} < [\sigma_c] = 120 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется для стержня 1 и для конструкции в целом.

Задача 5 – Расчет на прочность и жесткость при кручении

К стальному валу приложены четыре скручивающих момента (рисунок 9, таблица 5). Требуется: построить эпюру крутящих моментов; при заданном значении допускаемого напряжения при кручении $[\tau]$ определить диаметры вала d и d_1 из расчета на прочность; построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине бруса; вычислить угол закручивания конечного сечения вала при найденных размерах.

Таблица 5

Номер условия	Расстояния (м)			Моменты (кН·м)				[τ] (МПа)
	a	b	c	M_1	M_2	M_3	M_4	
1	1,1	1,5	1,2	0,8	1,1	0,5	0,6	85
2	1,2	0,8	1,5	1,2	0,7	0,4	0,6	90
3	1,3	1,0	0,5	1,3	1,0	0,6	0,8	100
4	1,4	0,6	0,8	1,0	1,4	1,0	1,1	110
5	1,5	0,7	0,5	0,9	1,5	1,2	0,7	120
6	0,6	1,0	1,2	1,2	1,6	1,4	1,0	60
7	0,7	1,2	1,0	1,0	0,7	1,7	0,9	65
8	0,8	1,1	0,6	0,6	0,8	1,2	1,0	70
9	0,9	1,3	1,0	0,7	0,9	1,2	1,0	75
10	1,0	1,4	0,8	0,9	1,0	1,4	0,6	80

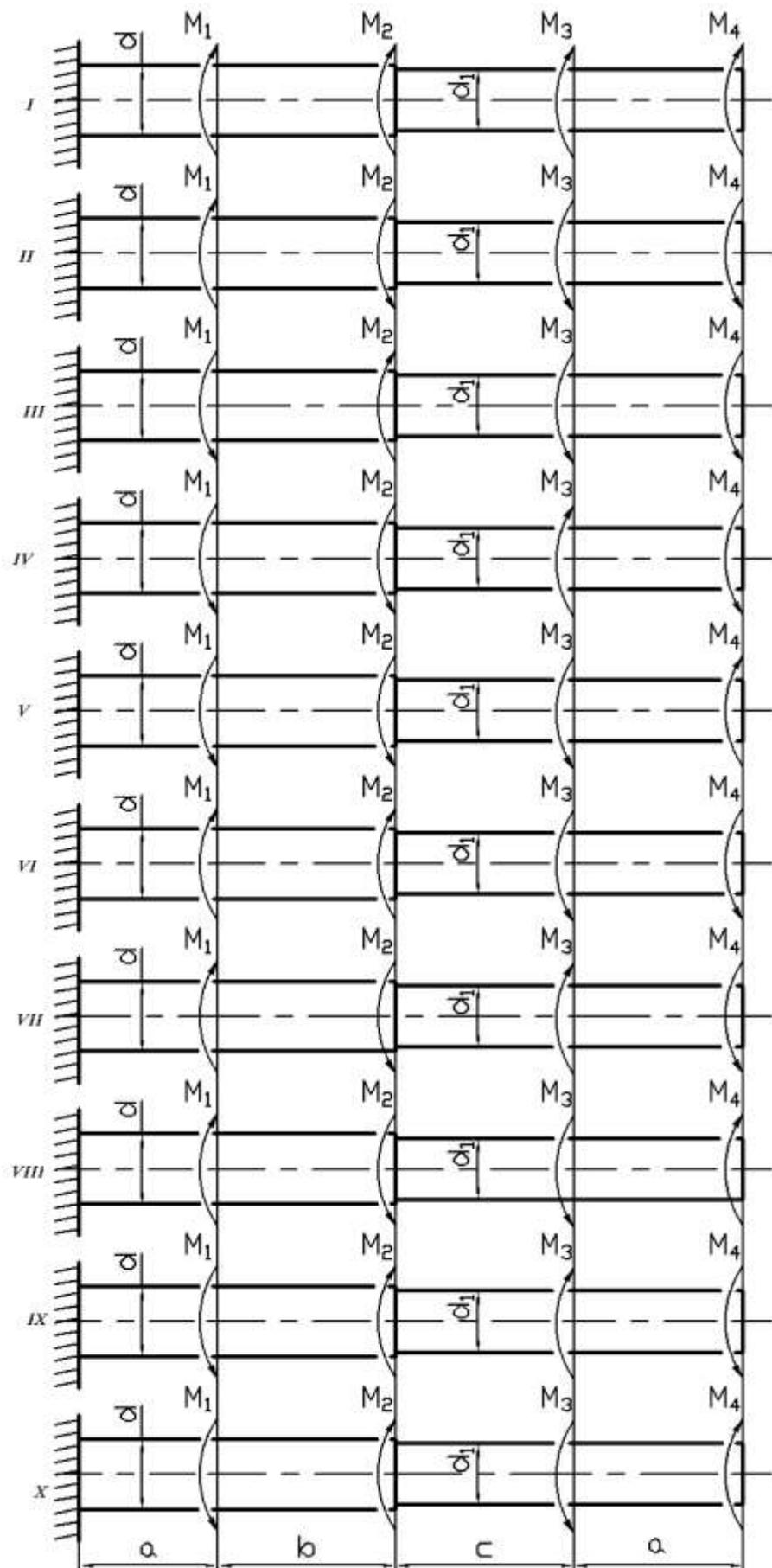


Рисунок 9 – Схемы к задаче 5

Указания. Задача 5 является задачей проектного расчета на прочность при кручении. Для решения задачи необходимо найти методом сечения крутящие моменты M ; построить их эпюру, а затем из условия прочности вычислить геометрическую характеристику – это полярный момент сопротивления сечения W_p . По формуле полярного момента найти значения диаметров вала. После того, как диаметры вала на двух участках определены, нужно построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине бруса, причем на эпюре можно откладывать их абсолютные значения, так как для изотропного материала знак касательных напряжений можно не учитывать.

Последний пункт задания – определение угла закручивания концевое сечения вала - относится к расчетам на жесткость; здесь по найденным диаметрам надо подсчитать значения полярных моментов инерции J_p , а затем воспользоваться формулой для определения угла закручивания.

Пример 5. Решить по приведенным выше условиям задачу для схемы, показанной на рисунке 10 а, приняв $a = 1,1$ м; $b = 1,5$ м; $c = 1,2$ м; $[\tau] = 85$ МПа; $M_1 = 0,8$ кН·м; $M_2 = 1,1$ кН·м; $M_3 = 0,5$ кН·м; $M_4 = 0,6$ кН·м.

Решение. Определяем величину крутящих моментов T , начиная от незакрепленного (свободного) конца вала. Для этого, следуя принятому правилу знаков для крутящих моментов и используя метод сечения, находим крутящие моменты по формуле: $T = \sum M_k$ для каждого участка отдельно

Тогда (рисунок 10 б)

$$\begin{aligned} T_4 &= M_4 = 0,6 \text{ кН}\cdot\text{м}, \\ T_3 &= M_3 + M_4 = 1,1 \text{ кН}\cdot\text{м}, \\ T_2 &= M_2 + M_3 + M_4 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}, \\ T_1 &= M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Теперь по заданному значению допускаемого напряжения при кручении $[\tau]$ определим диаметры вала d и d_1 из расчета на прочность.

Найдём диаметр d , общий для I-го и II-го участков вала. Из условия прочности при кручении следует, что полярный момент сопротивления сечения W_p должен отвечать условию

$$W_p \geq \frac{|T|_{\max}}{[\tau]} = \frac{3 \cdot 10^6}{85} = 35,3 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Так как для круглого сечения

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2d^3, \text{ то } d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}} \geq \sqrt[3]{\frac{35,3 \cdot 10^3}{0,2}} = 56,1 \text{ мм}.$$

Аналогично найдём диаметр d_1 , общий для III-го и IV-го участков вала.

$$W_p^1 \geq \frac{|T|_{\max 2}}{[\tau]} = \frac{1,1 \cdot 10^6}{85} = 12,94 \cdot 10^3 \text{ мм}^3,$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{W_p^1}{0,2}} \geq \sqrt[3]{\frac{12,94 \cdot 10^3}{0,2}} = 40,1 \text{ мм}.$$

Окончательно примем значения диаметров вала из ряда предпочтительных чисел $d=56 \text{ мм}$ и $d_1=40 \text{ мм}$. Очевидно, что при этом будет некоторая перегрузка по напряжениям, но к ней вернемся ниже.

Чтобы построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{\max} по длине бруса, необходимо пересчитать значения полярных моментов сопротивления для окончательно принятых диаметров.

Найдем

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = 34481 \text{ мм}^3, \quad W_p^1 = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = 12566 \text{ мм}^3.$$

Тогда τ_{\max} по участкам определится, как

$$\text{I: } \tau_{\max 1} = \frac{T_1}{W_p} = \frac{3 \cdot 10^6}{34481} = 87,0 \text{ МПа};$$

$$\text{II: } \tau_{\max 2} = \frac{T_2}{W_p} = 63,8 \text{ МПа};$$

$$\text{III: } \tau_{\max 3} = \frac{T_3}{W_{p1}} = 87,54 \text{ МПа};$$

$$\text{IV: } \tau_{\max 4} = \frac{T_4}{W_{p1}} = 47,75 \text{ МПа}.$$

Как видим, перегрузка имеет место на III-м участке и составляет

$$\Delta\tau = \frac{\tau_{\max} - [\tau]}{[\tau]} = \frac{87,54 - 85}{85} = 3\%, \text{ что можно считать приемлемым.}$$

Эпюра τ_{\max} приведена на рисунке 10 в.

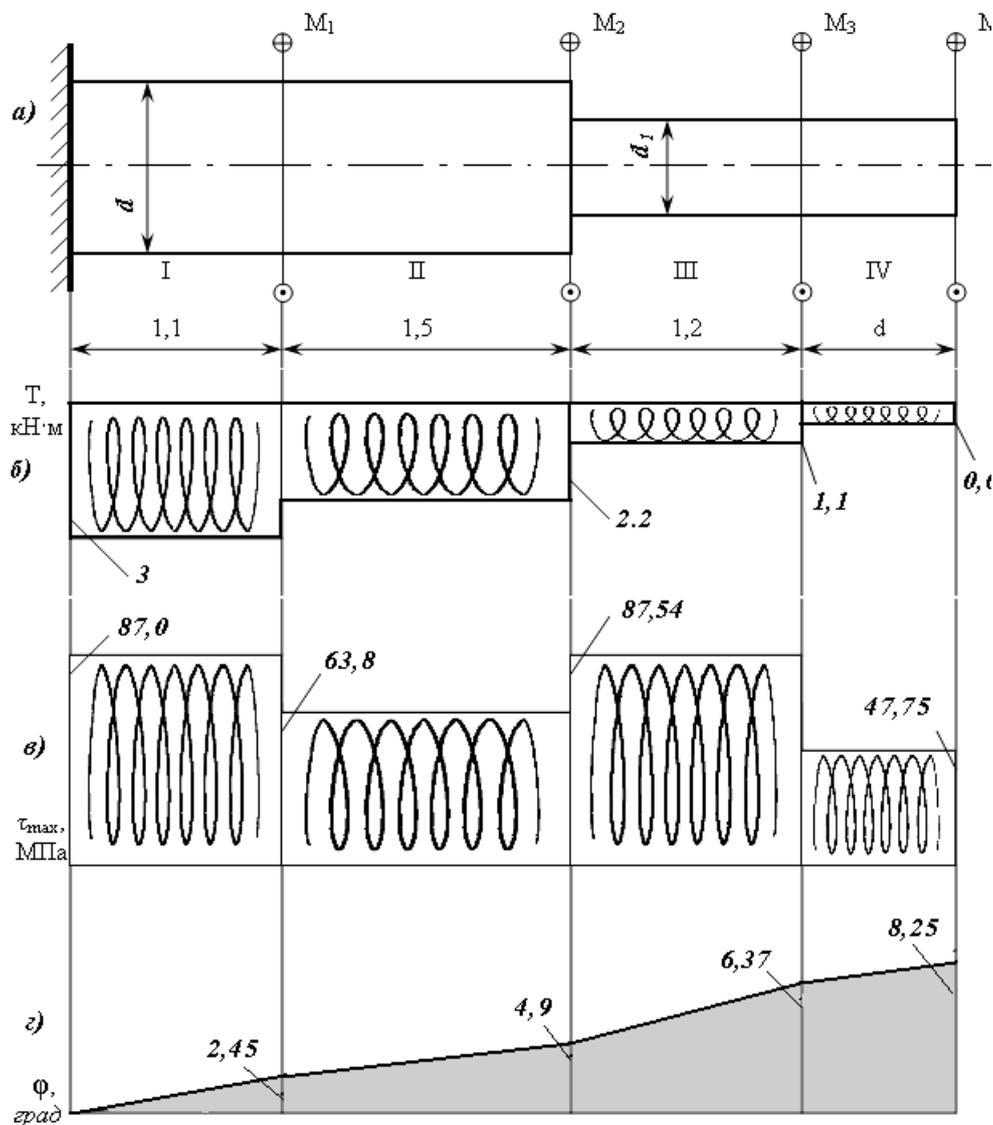


Рисунок 10 – К примеру 5

Вычислим угол закручивания концевое (правое) сечения вала, учитывая, что крайнее левое сечение закреплено. Для этого предварительно определим значения полярных моментов инерции J_p и J_p^1 , входящих в формулы для углов закручивания. Получим

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 9,655 \cdot 10^5 \text{ мм}^4, \quad J_p^1 = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} = 2,51 \cdot 10^5 \text{ мм}^4.$$

Зная модуль сдвига для стали $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, найдем углы закручивания граничных сечений вала

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i, \text{ где } \varphi_i = \frac{T_i \cdot l}{G \cdot J_p} + \varphi_{i-1} \text{ и учитывая, что } \varphi = \alpha_{\text{пр}} - \alpha_{\text{лев}}; \alpha_{\text{лев}} = 0.$$

Просчитаем все φ :

$$\varphi_1 = \frac{180 \cdot T_1 \cdot a}{\pi \cdot G \cdot J_p} = \frac{180 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1,1}{\pi \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 9,655 \cdot 10^{-7}} = 2,45^\circ,$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{180 \cdot T_2 \cdot b}{\pi \cdot G \cdot J_p} = 4,9^\circ,$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{180 \cdot T_3 \cdot c}{\pi \cdot G \cdot J_{p1}} = 6,37^\circ,$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + \frac{180 \cdot T_4 \cdot a}{\pi \cdot G \cdot J_{p1}} = 8,25^\circ.$$

На рисунке 10г показана эпюра углов закручивания вала. Угол закручивания в заделке $\alpha_{\text{лев}} = 0$ и он возрастает от участка к участку по кусочно-линейному закону. По условиям задачи требуется определить только угол закручивания концевое сечения, однако эпюра помогает более наглядно представить, какие деформации испытывают сечения вала при кручении. В рассматриваемом случае крутящий момент на всех участках имеет один знак, поэтому значение угла закручивания везде возрастает – все сечения закручиваются по часовой стрелке, если смотреть со стороны правого торца вала. Если знак крутящих моментов будет разным на участках, то и знак угла закручивания на различных участках будет соответственно разным.

Задача 6. Проверочный расчет на прочность при изгибе

Для заданной схемы балки (рисунок 11) требуется: а) написать для каждого участка выражения для поперечной силы Q и изгибающего момента M в общем виде; б) построить эпюры Q и M ; в) для заданного сечения балки в виде стандартного прокатного двутавра или швеллера проверить условие прочности, приняв для стали Ст.3 допустимое напряжение $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Данные взять из таблицы 6.

Указания. Эта задача относится к теме «Изгиб». Так как рассматривается балка на двух опорах, то с помощью уравнений статики надо определить опорные реакции и проверить их правильность. При построении эпюр также следует контролировать их правильность, используя дифференциальные зависимости Журавского между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. В частности, следует помнить, что изгибающий момент имеет экстремальное значение в сечении, где поперечная сила проходит через нулевое значение.

Опасным сечением для балки, изготовленной из материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, с точки зрения прочности, является то сечение, где максимален по абсолютной величине изгибающий момент.

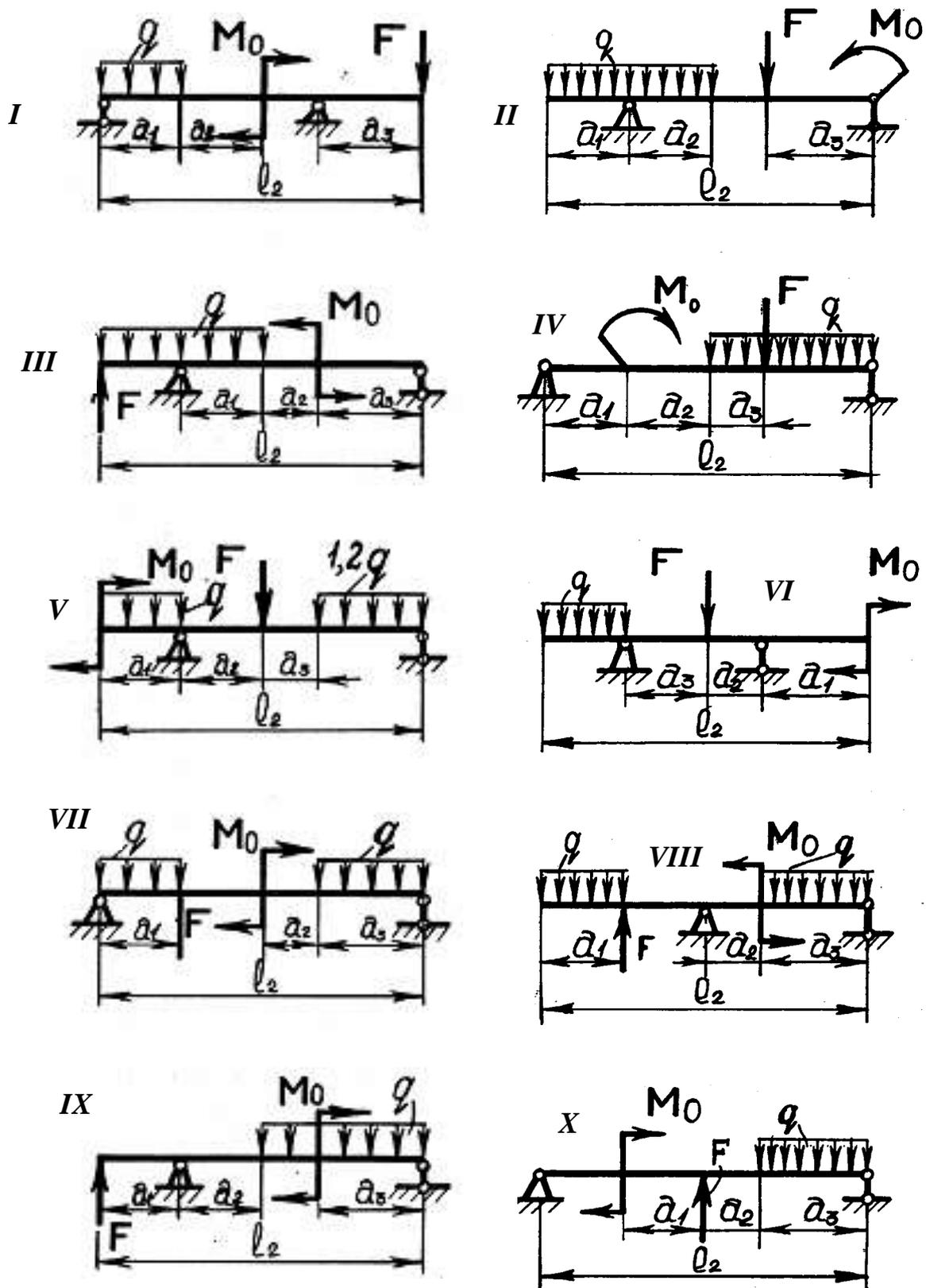


Рисунок 11 – Схемы к задаче 6

Таблица 6

Вариант	Значения величин							
	l_2 , м	A_1/a	a_2/a	a_3/a	F , кН	M , кН·м	q , кН/м	Тип и номер профиля
1	10	2,0	0,8	1,6	5	14	20	двутавр №20
2	9	2,2	1,0	1,8	6	12	18	швеллер №12
3	8	2,4	1,2	2,0	7	10	16	двутавр №22
4	7	2,6	1,4	2,2	8	8	14	швеллер №20
5	6	2,8	1,6	2,4	9	7	12	двутавр №24
6	5	3,0	1,8	2,6	10	6	10	швеллер №27
7	4	3,2	2,0	1,4	11	5	8	двутавр №27
8	3	1,0	2,2	1,2	12	4	6	швеллер №24
9	11	1,6	2,4	1,0	14	16	5	двутавр №20
10	12	1,5	2,6	0,8	16	18	4	швеллер №18

Примечание - В расчетах принять длину балки $l_2=10a$.

Расчетным путем определить максимальные нормальные напряжения в опасном сечении, а значения моментов сопротивления W_x взять из таблиц сортамента для стандартных прокатных профилей. Затем расчетное напряжение необходимо сопоставить с допускаемым напряжением и после этого вычислить недогрузку или перегрузку балки в процентах. Перегрузку более 4% следует считать недопустимой.

Пример 6. Для схемы, изображенной на рисунке 12 а, выполнить решение по условиям задачи 6.

Дано: $F=7$ кН; $M_0=10$ кН·м; $q=9$ кН/м; $l=14$ м; $a=3,8$ м; $b=5$ м; $c=2,2$ м; сечение балки – двутавр №24.

Решение. Определяем опорные реакции R_A и R_B (рисунок 12 б) из уравнений равновесия

$$\sum M_A = R_B(l - c) - M_0 - F(l - b - c) - q \cdot a \frac{a}{2} = 0,$$

$$\sum M_B = -R_A(l - c) + q \cdot a(l - c - \frac{a}{2}) + F \cdot b - M_0 = 0.$$

Получаем

$$R_B = \frac{M_0 + F(l - b - c) + q \cdot a \cdot \frac{a}{2}}{l - c} = 10,4 \text{ кН},$$

$$R_A = \frac{-M_0 + F \cdot b + q \cdot a \cdot (l - c - \frac{a}{2})}{l - c} = 30,8 \text{ кН}.$$

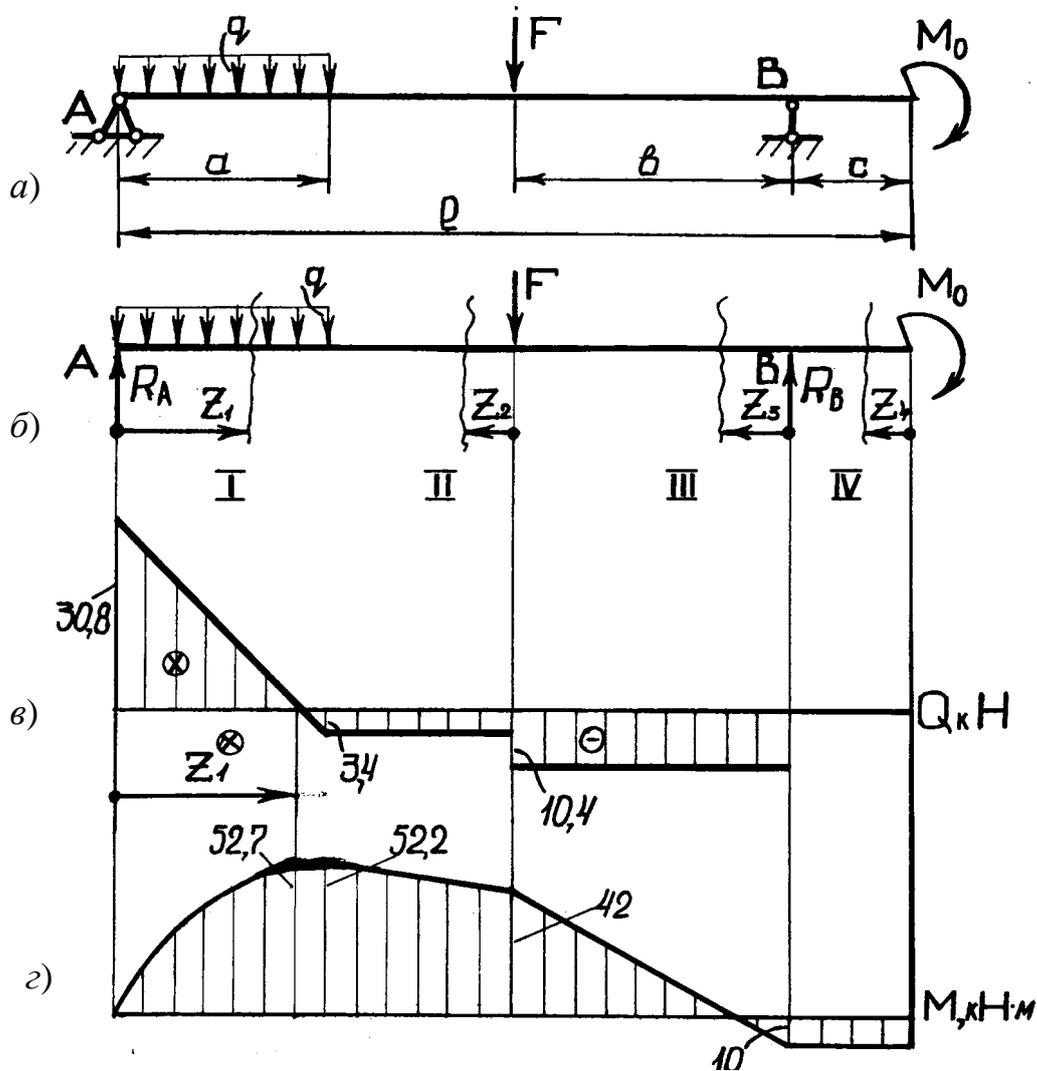


Рисунок 12 – К примеру 6

Проверяем правильность найденных значений сил реакций – составим уравнение моментов относительно точки, где приложена сила F :

$$\sum M_F = R_B b - R_A [l - (b + c)] + q \cdot a [l - \frac{1}{2} a - (b + c)] - M_0 \equiv 0;$$

Реакции определены верно.

Запишем уравнения для поперечной силы Q и изгибающего момента M на участках I – IV и построим эпюры.

I участок ($0 \leq z_1 \leq a$):

$$Q = R_A - q \cdot z_1;$$

при $z_1 = 0$ $Q = R_A = 30,8 \text{ кН};$
при $z_1 = a = 3,8 \text{ м}$ $Q = R_A - q \cdot a = -3,4 \text{ кН}.$

$$M = R_A \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2}; \quad \text{при } z_1 = 0 \quad M = 0;$$

$$\text{при } z_1 = a = 3,8 \text{ м} \quad M = 52 \text{ кН м.}$$

Так как эпюра Q на участке I пересекает свою ось, т.е. в этом сечении поперечная сила $Q=0$, то в соответствующем сечении на эпюре M имеет место максимальное значение. Чтобы найти его, определим значение координаты z_1^{\otimes} , при котором $Q = 0$:

$$Q = R_A - q \cdot z_1^{\otimes} = 0; \quad z_1^{\otimes} = \frac{R_A}{q} = \frac{30,8}{9} = 3,42 \text{ м.}$$

Тогда

$$M_{\max} = R_A \cdot z_1^{\otimes} - q \frac{(z_1^{\otimes})^2}{2} = 52,7 \text{ кН м.}$$

IV участок ($0 \leq z_4 \leq c$):

$$Q = 0;$$

$$M = -M_0 = -10 \text{ кН м.}$$

III участок ($0 \leq z_3 \leq b$):

$$Q = -R_B = -10,4 \text{ кН};$$

$$M = -M_0 + R_B \cdot z_3; \quad \text{при } z_3 = 0 \quad M = -M_0 = -10 \text{ кН м};$$

$$\text{при } z_3 = b = 5 \text{ м} \quad M = -M_0 + R_B b = 42 \text{ кН м};$$

II участок ($0 \leq z_2 \leq (l - a - b - c)$):

$$Q = -R_B + F = -3,4 \text{ кН};$$

$$M = -M_0 + R_B \cdot (z_2 + b) - F \cdot z_2; \quad \text{при } z_2 = 0 \quad M = -42 \text{ кН м};$$

$$\text{при } z_2 = 3 \text{ м} \quad M = 52 \text{ кН м.}$$

Эпюры Q и M приведены на рисунке 12 в, г.

Условие прочности при изгибе для балки постоянного сечения имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{|M|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Из таблицы сортамента прокатной стали для двутавра № 24 находим осевой момент сопротивления $W_x = 289 \text{ см}^3$. При этом максимальное напряжение в опасном сечении

$$\sigma_{\max} = \frac{52,7 \cdot 10^6}{289 \cdot 10^3} = 182,4 \text{ МПа} > [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Перегрузка составляет

$$\Delta\sigma = \frac{182,4 - 160}{160} 100 = 14\%,$$

что считается недопустимым. В рассматриваемом случае наиболее подходящим был бы двутавр №24а, для которого $\sigma_{\max} = 166,2 \text{ МПа}$, и перегрузка составляет 3,9%.

Задача 7. Проектный расчет на прочность при изгибе

Для заданной схемы балки (рисунок 13) требуется: а) написать выражения для поперечной силы Q и изгибающего момента M для каждого участка в общем виде; б) построить эпюры Q и M ; в) из условия прочности определить диаметр деревянной балки круглого сечения, приняв допускаемое напряжение $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$. Данные взять из таблицы 7.

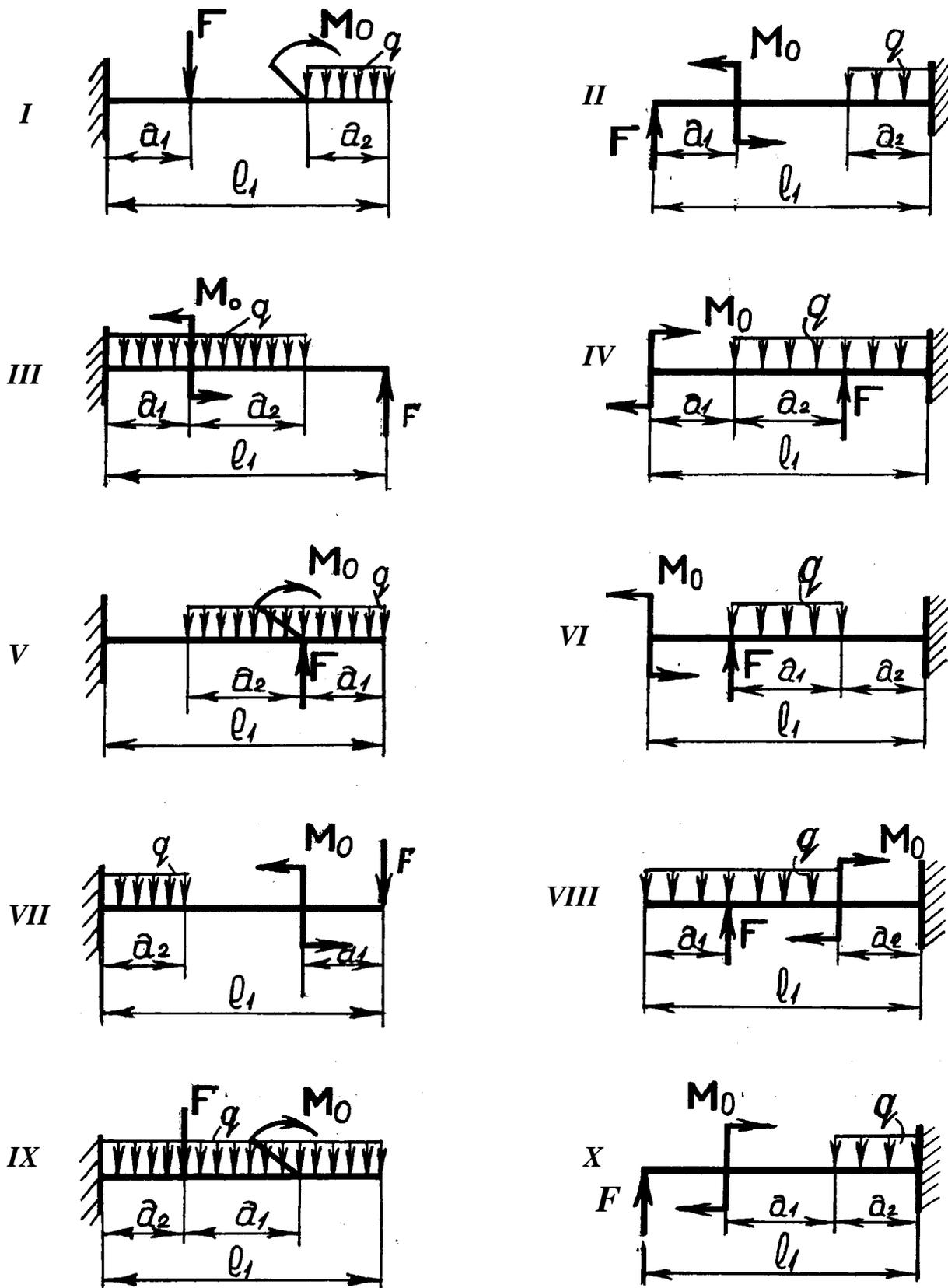


Рисунок 13 – Схемы к задаче 7

Указания. Эта задача, как и предыдущая, относится к теме «Изгиб». Здесь рассматривается консольная балка, поэтому определение опорных реакций в заделке необязательно - можно сразу составлять выражения для поперечных сил Q и изгибающих моментов M , начиная от свободного (назакрепленного) конца балки. При построении эпюр следует пользоваться теми же правилами, о которых было сказано в указаниях к предыдущей задаче.

Так как задача представляет собой проектный расчет, то для подбора сечения балки следует из условия прочности выразить геометрический фактор – осевой момент сопротивления сечения W_x . Далее, воспользовавшись формулой момента сопротивления для круглого сечения, по найденному значению W_x определяем диаметр деревянной балки.

Таблица 7

Вариант	Значения величин					
	$l_1, м$	a_1/a	a_2/a	$F, кН$	$M, кН·м$	$q, кН/м$
1	1,2	2,0	0,8	3	14	10
2	1,4	2,2	1,0	6	8	12
3	1,6	2,4	1,2	8	10	14
4	1,8	2,6	1,4	4	6	12
5	2,0	2,8	1,6	8	7	14
6	2,2	3,0	1,8	6	6	8
7	2,4	3,2	2,0	12	7	9
8	2,6	1,0	2,2	10	6	4
9	2,8	1,6	2,4	10	12	6
10	3,0	1,5	2,6	11	8	12
Примечание – Длину балки l_1 принять равной $10a$						

Пример 7. Для заданной схемы балки (рисунок 14 а) выполнить решение по условиям задачи 7.

Дано: $l_1=2,2 м$; $a_1/a=3$; $a_2/a=1,8$; $F=10 кН$; $M=6 кН·м$; $q=10 кН/м$.

Решение. Находим $a = l_1/10 = 0,22 м$; $a_1 = 3a = 0,66 м$; $a_2 = 1,8a = 0,396 м$.

Применим метод сечений для построения эпюр Q и M .

$$\text{Участок I: } 0 \leq x_1 \leq 3a, \quad Q = -q \cdot x_1, \quad M = -0,5 \cdot q \cdot x_1^2;$$

$$\text{при } x_1=0 \quad Q=0, M=0;$$

$$\text{при } x_1=3a \quad Q = -3qa = -6,6 кН, \quad M = -4,5qa^2 = -2,2 кН \cdot м..$$

$$\text{Участок II: } 0 \leq x_2 \leq (l_1 - a - a_2) = 5,2a = 1,144 м,$$

$$Q = F - q \cdot (x_2 + 3a) \quad M = Fx_2 - 0,5q \cdot (x_2 + 3a)^2;$$

$$\text{при } x_2=0 \quad Q = F - 3qa = 3,4 кН, \quad M = -2,2 кН \cdot м;$$

$$\text{при } x_2 = 3a \quad Q = F - 8,2qa = -8 \text{ кН},$$

$$M = F5,2a - 33,62qa^2 = -4,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На этом участке имеет место экстремум на эпюре M . Найдем его следующим образом:

$$Q = F - q(x_2^* + 3a) = 0, \quad \text{откуда } x_2^* = F/q - 3a = 0,34 \text{ м}.$$

$$\text{При } x_2^* = 0,34 \text{ м} \quad M_{\max} = F \cdot 0,34 - 0,5 \cdot q \cdot l^2 = -1,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок III: $0 \leq x_3 \leq a_2 = 1,8a$,

$$Q = F - 8,2qa = -8 \text{ кН},$$

$$M = M_0 + F \cdot (x_3 + 5,2a) + 0,5qx_3^2 -$$

$$- 0,5q \cdot (x_3 + 8,2a)^2;$$

$$\text{при } x_3 = 0 \quad M = M_0 + F5,2a - 33,62qa^2 = 1,2 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$\text{при } x_3 = 1,8a; \quad M = M_0 + F7a + 1,62qa^2 - 50qa^2 = -2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

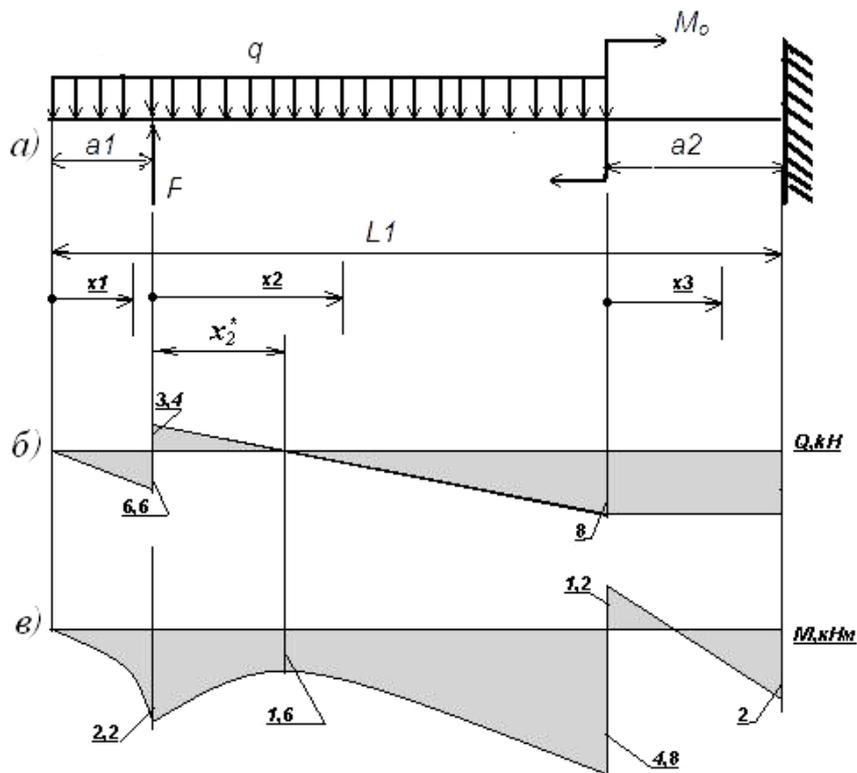


Рисунок 14 – К примеру 7

Эпюры Q и M показаны на рисунке 14 б, в.

Из условия прочности при изгибе балки постоянного поперечного сечения выражаем осевой момент сопротивления сечения

$$W_x \geq \frac{|M|_{\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{4,8 \cdot 10^6}{10} = 4,8 \cdot 10^5 \text{ мм}^3.$$

В то же время осевой момент можно вычислить, как $W_x = \pi d^3 / 32$. Отсюда найдём

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4,8 \cdot 10^5}{\pi}} = 169,7 \text{ мм.}$$

Окончательно принимаем значение диаметра балки равным 170 мм.

Задача 8. Расчет на прочность при совместном действии изгиба и кручения

Шкив диаметром D_1 и ветвями ремня, направленными вертикально, вращается с угловой скоростью ω и передает мощность P (рисунок 15). Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и ветви ремня, направленные горизонтально; каждый из шкивов передает мощность $P/2$.

Требуется: а) определить моменты M_1 и M_2 , приложенные к шкивам; б) построить эпюру крутящего момента T ; в) определить окружные усилия F_{t1} и F_{t2} на шкивах; г) определить давления на вал F_1 и F_2 , принимая их равными трем окружным усилиям; д) определить опорные реакции от действия вертикальной силы F_1 и построить эпюру изгибающего момента в вертикальной плоскости $M_{вер}$; е) определить опорные реакции от действия горизонтальных сил F_2 и построить эпюру изгибающего момента в горизонтальной плоскости $M_{гор}$; ж) построить эпюру суммарного изгибающего момента $M_{изг}$; к) найти опасное сечение и определить по третьей теории прочности значение максимального расчетного момента; и) определить из расчета на прочность диаметр вала при $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$. Данные взять из таблицы 8.

Таблица 8

Вариант	$P, \text{ кВт}$	$\omega, \text{ рад/с}$	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$D_1, \text{ м}$	$D_2, \text{ м}$
1	10	10	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
2	15	7.5	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
3	20	8	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3
4	25	16	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4
5	30	30	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
6	36	18	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
7	40	25	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
8	44	40	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
9	50	50	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
10	60	50	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Указания. Задача относится к теме «Совместное действие изгиба и кручения». По условиям задачи требуется определить из расчета на прочность диаметр вала, для чего следует воспользоваться условием прочности при совместном действии изгиба и кручения, которое в случае круглого поперечного сечения по форме совпадает с условием прочности при изгибе. Входящий в это условие расчетный момент определяется с учетом изгибающего и крутящего моментов.

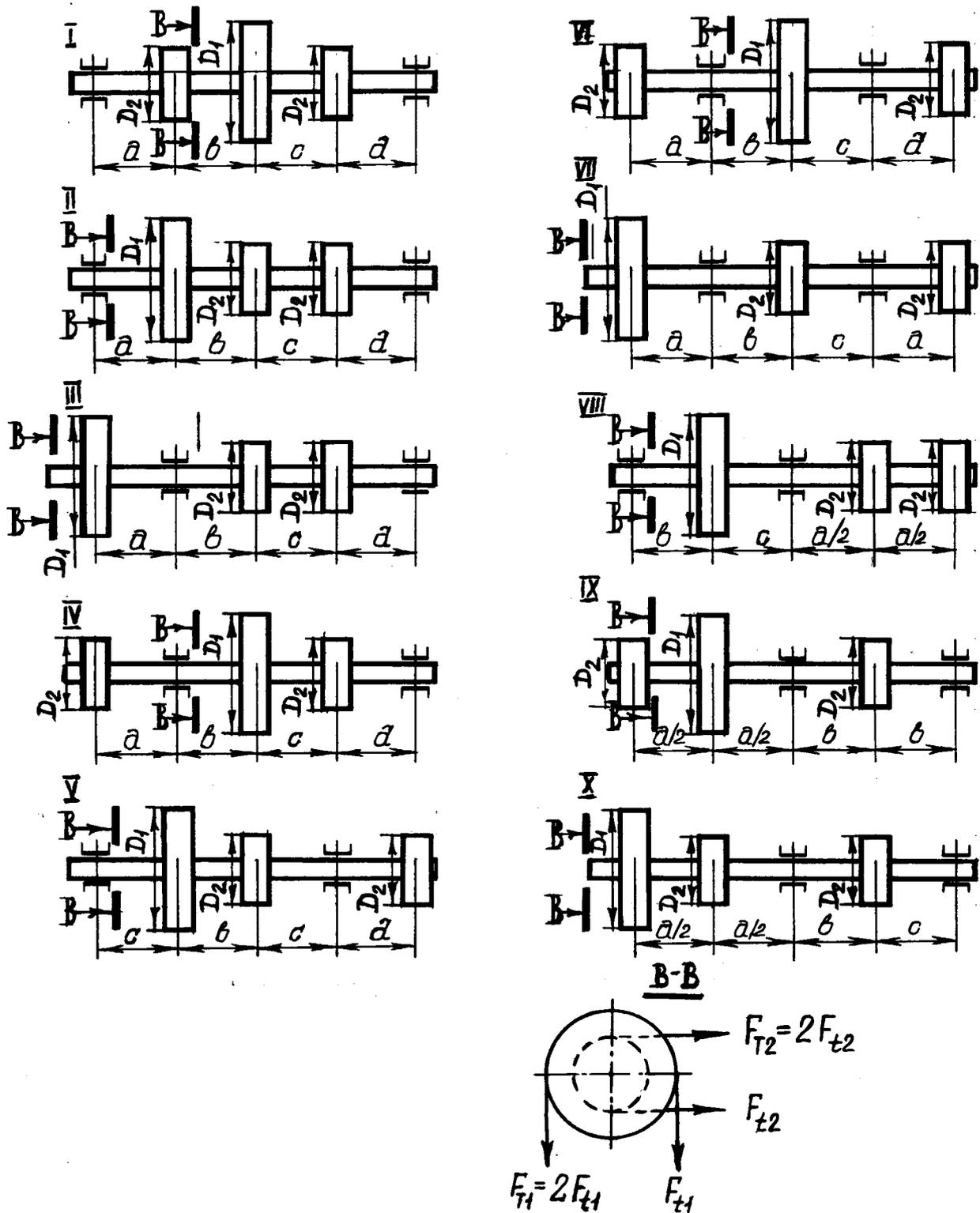


Рисунок 15 – Схемы к задаче 8

Пример 8. Решить задачу 8 при следующих числовых данных:
 $P = 80 \text{ кВт}$; $\omega = 80 \text{ кВт}$; $a = b = c = d = 1 \text{ м}$; $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$. Схема показана на рисунке 16 а.

Решение. Определяем моменты на шкивах

$$M_1 = \frac{P}{\omega} = \frac{80}{80} = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}, \quad M_2 = \frac{M_1}{2} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строим эпюру крутящего момента, приведенную на рисунке 16 б.

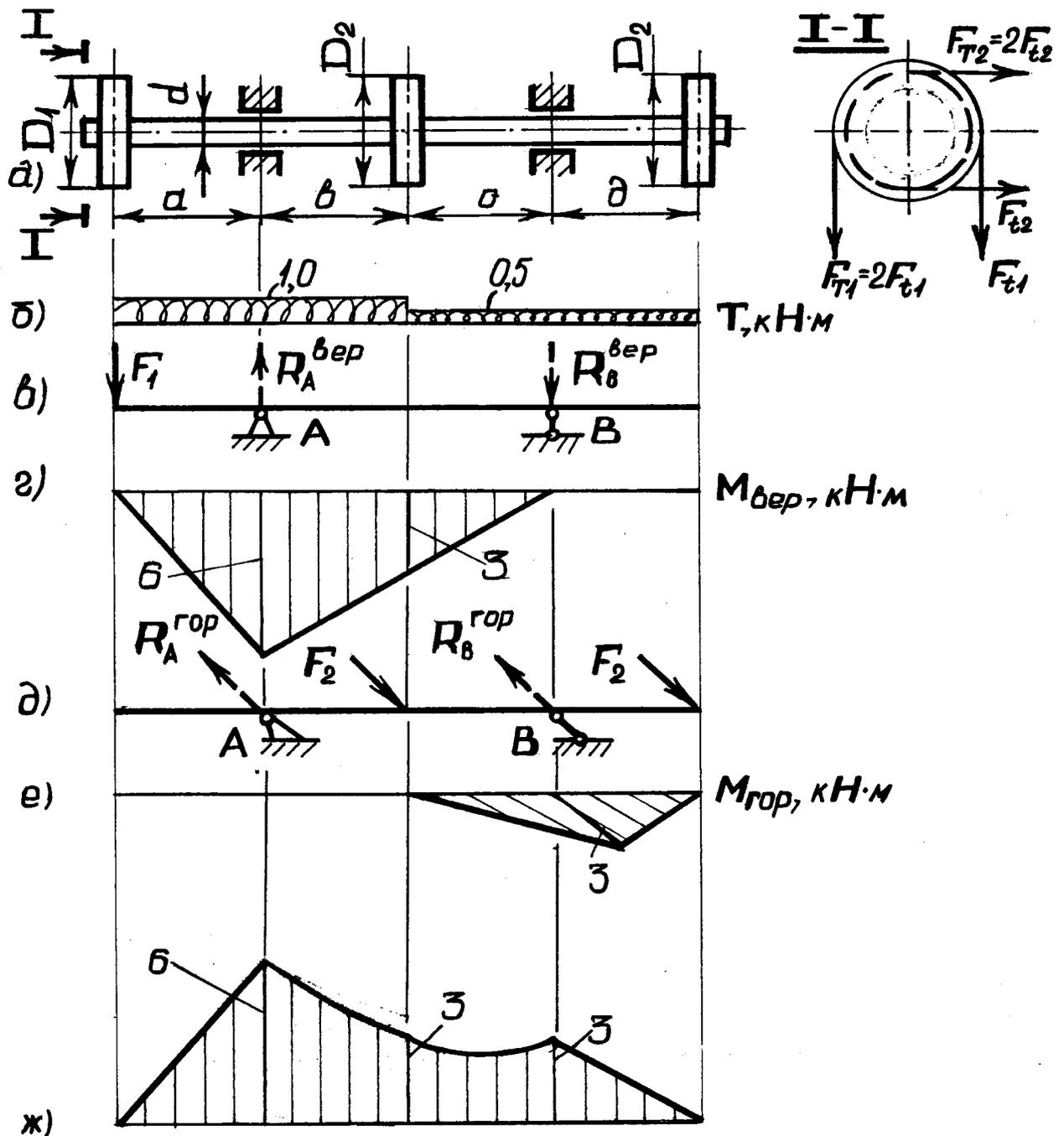


Рисунок 16 – К примеру 8

Определяем окружные усилия на шкивах

$$F_{t1} = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2 \text{ кН}, \quad F_{t2} = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,5}{1} = 1 \text{ кН}.$$

Находим силы давления шкивов на вал

$$F_1 = 3F_{t1} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ кН}, \quad F_2 = 3F_{t2} = 3 \cdot 1 = 3 \text{ кН}.$$

Опорные реакции в вертикальной плоскости (рисунок 16 в) определяем, исходя из уравнений равновесия

$$\begin{aligned} \sum M_A &= F_1 \cdot a - R_B^{ep} \cdot (b + c) = 0, \\ \sum M_B &= F_1 \cdot (a + b + c) - R_A^{ep} \cdot (b + c) = 0. \end{aligned}$$

Получаем

$$\begin{aligned} R_B^{ep} &= F_1 \frac{a}{b + c} = 3 \text{ кН}, \\ R_A^{ep} &= F_1 \frac{a + b + c}{b + c} = 9 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Эпюра $M_{вер}$ приведена на рисунке 16 з.

Опорные реакции в вертикальной плоскости (рисунок 16 д) определяем, исходя из уравнений равновесия

$$\begin{aligned} \sum M_A &= F_2 \cdot (a + b + c) - R_B^{zop} \cdot (b + c) + F_2 \cdot b = 0, \\ \sum M_B &= F_2 \cdot a - F_2 \cdot c + R_A^{zop} \cdot (b + c) = 0. \end{aligned}$$

Получаем

$$\begin{aligned} R_B^{zop} &= F_2 \frac{2b + c + a}{b + c} = 6 \text{ кН}, \\ R_A^{zop} &= F_2 \frac{a - c}{b + c} = 0. \end{aligned}$$

Эпюра M_{zop} приведена на рисунке 16 е.

Эпюру суммарного изгибающего момента строим (рисунок 16 ж), определяя его по формуле

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_{вер}^2 + M_{zop}^2}.$$

В рассматриваемом случае очевидно, что опасным сечением является сечение А; максимальный расчетный момент здесь

$$M_{\max}^{расч} = \sqrt{M_{\Sigma}^2 + T^2} = \sqrt{6^2 + 1^2} = 6,08 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Из условия прочности

$$\sigma_{экв} = \frac{M_{\max}^{расч}}{W_x} \leq [\sigma]$$

найдем осевой момент сопротивления

$$W_x \geq \frac{M_{\max}^{расч}}{[\sigma]} = \frac{6,08 \cdot 10^3}{200} = 3,04 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Так как для круглого сечения

$$W_x \approx 0,1 \cdot d^3,$$

$$\text{то } d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} \geq \sqrt[3]{\frac{3,65 \cdot 10^{-5}}{0,1}} = 7,15 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 71,5 \text{ мм.}$$

Округляя, окончательно имеем $d = 72 \text{ мм}$.

Задача 9. Расчет сжатых стержней на устойчивость

Стержень (материал – сталь Ст.3) длиной l сжимается силой F (рисунок 17). Требуется: а) из расчета на устойчивость по коэффициенту снижения основного допускаемого напряжения определить размеры поперечного сечения стержня, приняв $[\sigma] = 160 \text{ Мпа}$; б) определить значения критической силы $F_{кр}$ и коэффициента запаса устойчивости n_y . Данные взять из таблицы 9.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F, \text{ кН}$	100	150	200	250	300	400	500	600	700	800
$l, \text{ м}$	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4

Указания. Задача 9 является задачей на тему «Продольный изгиб» (или «Расчет сжатых стержней на устойчивость»). Поскольку рассматриваемая задача является задачей проектного расчета, то из условия устойчивости следует выразить геометрическую характеристику поперечного сечения. Но поскольку коэффициент снижения основного допускаемого напряжения в свою очередь зависит от размеров и формы поперечного сечения, то приходится, задаваясь его значениями, искать решение с помощью последовательных приближений.

Пример 9. Подобрать из условия устойчивости диаметр стойки круглого поперечного сечения, нагруженной, как показано на рисунке 18 а. Определить значения критической силы $F_{кр}$ и коэффициента запаса устойчивости n_y .

Дано: $F = 30 \text{ кН}$; $l = 2,4 \text{ м}$; $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ (материал стойки – сталь Ст.3).

Решение. Условие устойчивости для сжатых стержней имеет вид

$$F = \varphi \cdot [\sigma] \cdot A,$$

где φ - коэффициент снижения основного допускаемого напряжения;

$[\sigma]$ - основное допускаемое напряжение на сжатие;

A – площадь поперечного сечения стержня.

Первое приближение. Зададимся значением $\varphi_1 = 0,5$. Тогда из условия устойчивости

$$A = \frac{F}{\varphi \cdot [\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^{-6}} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Так как поперечное сечение стержня представляет собой круг, то его площадь

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4};$$

отсюда

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,75 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 2,19 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

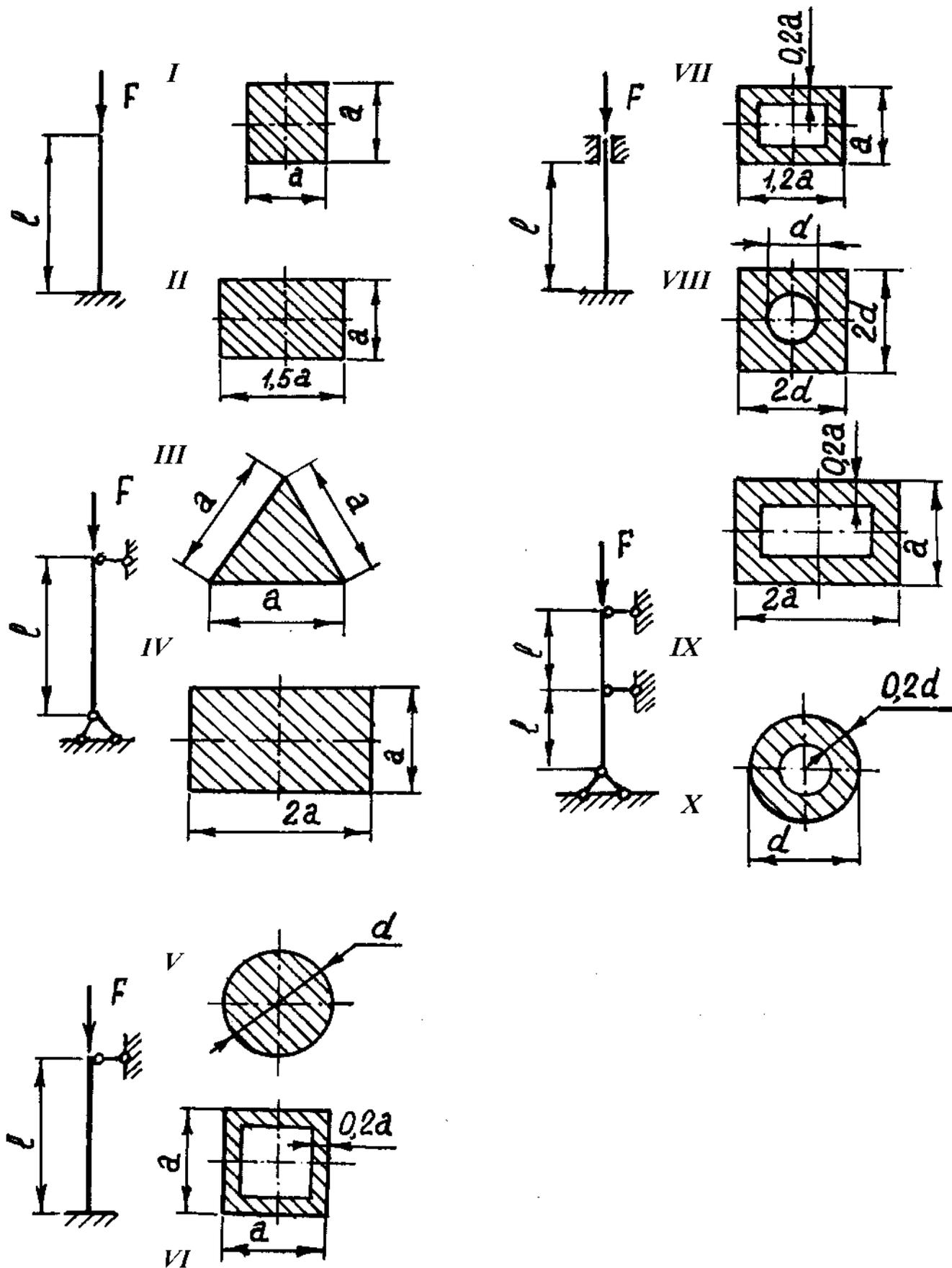


Рисунок 17 – Схемы к задаче 9

Радиус инерции поперечного сечения

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}},$$

где I_{\min} - минимальный осевой момент инерции сечения.

Для круга

$$I_{\min} = I_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64},$$

так что

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{\frac{\pi \cdot d^4}{64}}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}} = \frac{d}{4}.$$

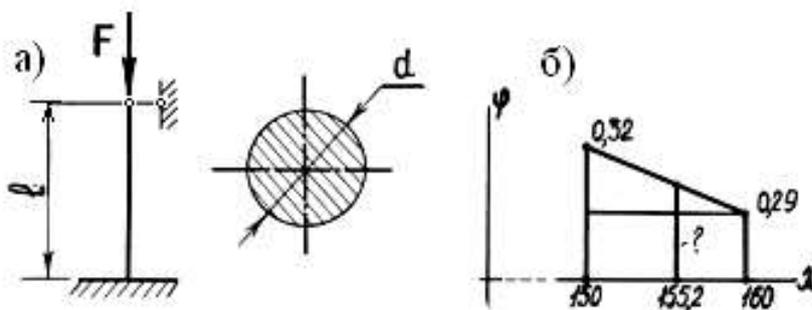


Рисунок 18 – К примеру 9

Подставляя числовые значения, получаем

$$i_{\min} = \frac{2,19 \cdot 10^{-2}}{4} = 0,548 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}},$$

где μ - коэффициент приведения длины стержня, зависящий от способа его закрепления.

Для стержня с жесткой заделкой на одном конце и шарнирным закреплением на другом, коэффициент приведения $\mu=0,7$ и гибкость стержня λ будет равен

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 2,4}{0,548 \cdot 10^{-2}} = 219.$$

По таблице 10 находим, что для значений гибкости, больших 200, значения φ не приводятся. Следовательно, нужно задаться другим (существенно меньшим) значением φ и повторить расчет.

Таблица 10

Гибкость $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i}$	Коэффициент φ для различных материалов				
	Сталь Ст 2,3,4	Сталь Ст. 5	Сталь СПК	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,36	0,30	—	0,22
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

Второе приближение. Зададимся значением $\varphi_2 = 0,25$ и повторим расчет.

Тогда

$$A = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{0,25 \cdot 160 \cdot 10^{-6}} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 3,09 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$i_{\min} = \frac{3,09 \cdot 10^{-2}}{4} = 0,773 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 2,4}{0,773 \cdot 10^{-2}} = 155,2.$$

По таблице 10 для стали Ст.3 имеем

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 150 & \quad \varphi = 0,32, \\ \text{при } \lambda = 160 & \quad \varphi = 0,29. \end{aligned}$$

Находим с помощью линейной интерполяции (рисунок 18 б) значение φ при $\lambda = 155,2$:

$$\bar{\varphi}_2 = 0,29 + \frac{0,32 - 0,29}{160 - 150} (160 - 155,2) = 0,304.$$

Очевидно, что значение φ должно лежать между φ_2 и $\bar{\varphi}_2$.

Третье приближение. Зададимся значением

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \bar{\varphi}_2}{2} = \frac{0,25 + 0,304}{2} = 0,277.$$

Тогда

$$A = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{0,277 \cdot 160 \cdot 10^{-6}} = 6,77 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 6,77 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 2,94 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$i_{\min} = \frac{2,94 \cdot 10^{-2}}{4} = 0,734 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 2,4}{0,734 \cdot 10^{-2}} = 163,5.$$

Из таблицы 10 имеем

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 160 & \quad \varphi = 0,29, \\ \text{при } \lambda = 170 & \quad \varphi = 0,26. \end{aligned}$$

Находим с помощью линейной интерполяции значение φ при $\lambda = 163,5$

$$\bar{\varphi}_3 = 0,26 + \frac{0,29 - 0,26}{170 - 160} (170 - 163,5) = 0,279.$$

Как видно, значения φ_3 и $\bar{\varphi}_3$ близки. Проверим, достигнута ли сходимость расчета, для чего сопоставим расчетные напряжения сжатия σ с допускаемым напряжением по условию устойчивости $[\sigma_y]$.

Имеем

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{6,77 \cdot 10^{-2}} = 44,3 \text{ МПа},$$

$$[\sigma_y] = \varphi \cdot [\sigma] = 0,279 \cdot 160 = 44,7 \text{ МПа}.$$

Недогрузка составляет

$$\Delta\sigma = \frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} 100 = \frac{44,7 - 44,3}{44,7} 100 = 0,89\% ,$$

что вполне приемлемо.

Так как в рассматриваемом случае $\lambda = 163,5 > \lambda_{\text{пред}}$, значение которого для стали Ст.3 равно 100, критическую силу определяем по формуле Эйлера (в противном случае следовало бы воспользоваться эмпирической формулой Ясинского)

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{min}}}{(\mu \cdot l^2)} \quad \text{или} \quad F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} A.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{163,5^2} 6,77 \cdot 10^{-4} = 0,0488 \text{ MN} = 48,8 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости определяем, как

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F} = \frac{48,8}{30} = 1,63.$$

III. Теория механизмов и машин

1. Кинетостатический анализ рычажного механизма

Студент выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а варианты в таблице – по последней.

Задачи к контрольным заданиям

Для заданного механизма:

1. Построить план положения механизма для φ ведущего звена.
2. Для данного положения механизма построить план скоростей.
3. Для данного положения механизма построить план ускорений.

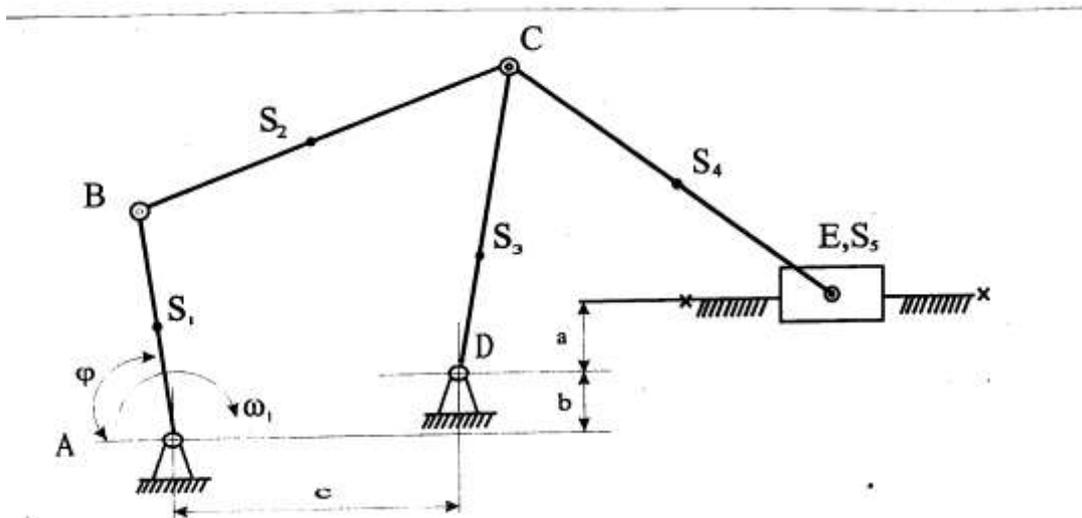


Рисунок 1

Таблица 1

Величин	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
$l_{BC}, \text{м}$	1.3	1.5	1.2	1.2	1.6	1.3	1.4	1.2	1.4	1.3
$l_{CD}, \text{м}$	0.8	1.4	0.9	0.9	1.0	0.8	0.7	0.9	1.0	1.0
$l_{CE}, \text{м}$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.3	1.4	1.3	1.2
$a, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2
$b, \text{м}$	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1
$c, \text{м}$	1.2	1.1	1.1	1.2	1.5	1.2	1.1	1.1	1.1	1.4
$\omega_1, 1/\text{сек}$	30	28	27	24	22	20	24	22	25	27
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/6	1/8	1/10	1/7	1/5	1/9	1/8	1/7	1/6	1/8
$P, \text{кН}$	2.8	3.0	2.6	2.7	2.9	2.5	2.4	2.3	2.0	2.1

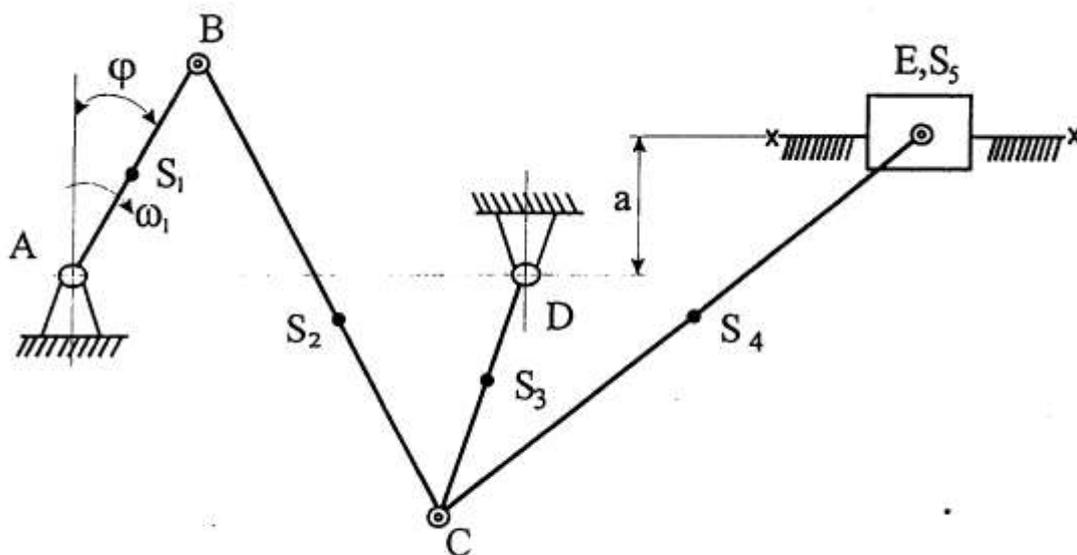


Рисунок 2

Таблица 2

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
$l_{BC}, \text{м}$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
$l_{CD}, \text{м}$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.8	0.7	0.7	0.6	0.5
$l_{AD}, \text{м}$	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.6	1.5	1.6	1.5	1.4
$l_{CE}, \text{м}$	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.8	1.7	1.7	1.6	1.5
$a, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1
$\omega_1, 1/\text{сек}$	22	24	26	27	28	30	25	28	27	25
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/5	1/6	1/7	1/8	1/10	1/10	1/8	1/7	1/6	1/5
$P, \text{кН}$	3.0	2.8	2.6	2.4	2.2	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8

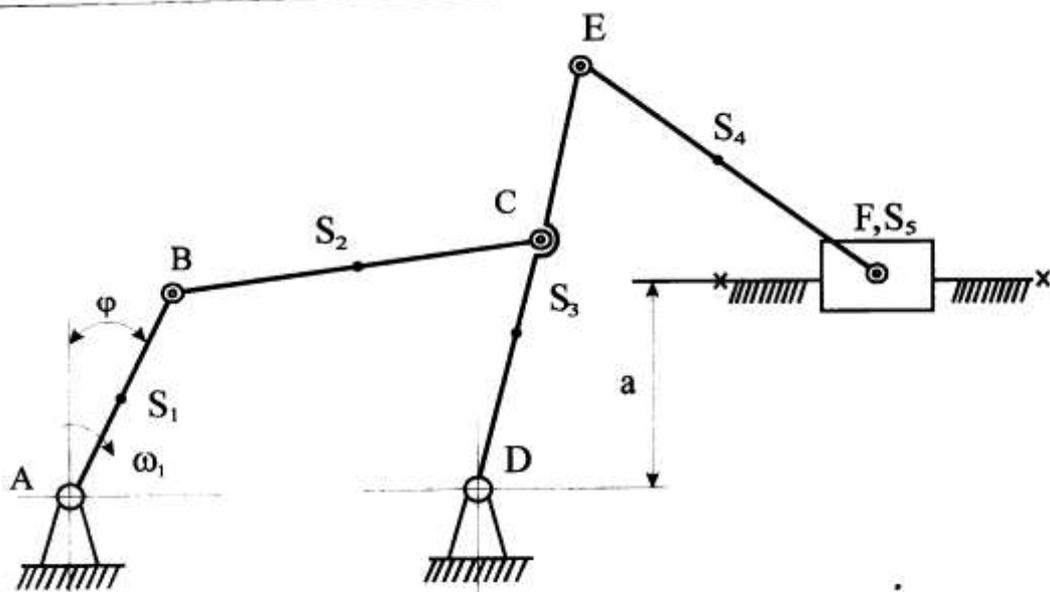


Рисунок 3

Таблица 3

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.50	0.45	0.40
$l_{BC}, \text{м}$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2
$l_{CD}, \text{м}$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
$l_{AD}, \text{м}$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1
$l_{CE}, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2
$l_{EF}, \text{м}$	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4
$a, \text{м}$	0.6	0.7	0.8	0.9	0.9	0.8	0.8	0.7	0.6	0.5
$\omega_1, 1/\text{сек}$	20	22	24	25	26	27	28	30	28	26
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/10	1/12	1/8	1/7	1/8	1/9	1/10	1/12	1/8	1/10
$P, \text{кН}$	2.0	2.2	2.4	2.5	2.6	2.5	2.4	2.2	2.0	1.8

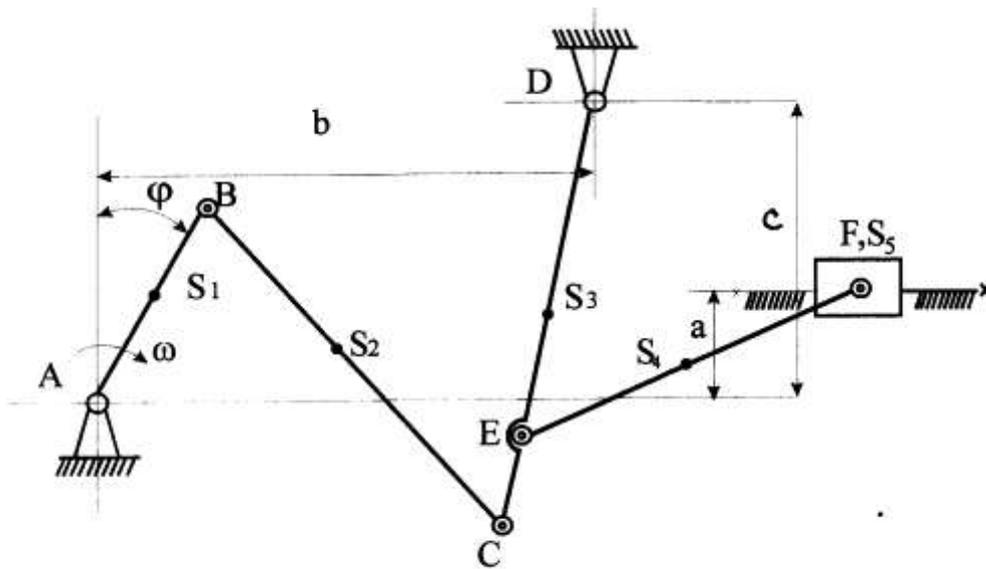


Рисунок 4

Таблица 4

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	.40	0.45	0.50	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
$l_{BC}, \text{м}$	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.3	1.2	1.1
$l_{CD}, \text{м}$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.5	1.4	1.3
$l_{CE}, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1
$l_{EF}, \text{м}$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4
a, м	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1
b, м	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.4	1.5	1.7	1.6	1.5
c, м	0.6	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	0.9	0.8	0.8	0.7
$\omega_1, 1/\text{сек}$	25	26	27	28	30	30	28	25	24	22
$\phi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/10	1/8	1/7	1/6	1/5	1/6	1/7	1/8	1/8	1/10
P, кН	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.0	1.8	1.6	1.4

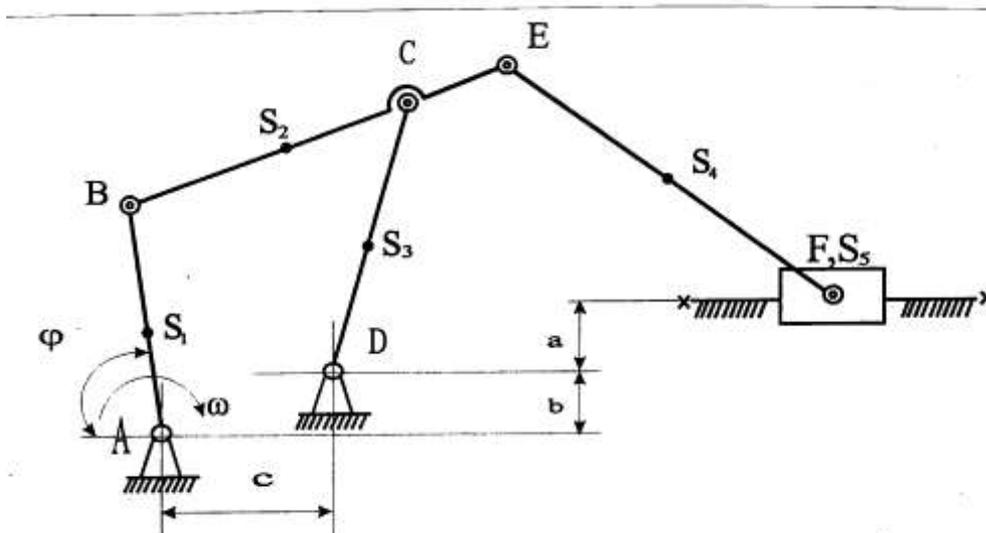


Рисунок 5

Таблица 5

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_{AB}, \text{м}$	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$I_{BC}, \text{м}$	1.2	1.1	1.3	1.3	1.3	1.5	1.45	1.5	1.6	1.6
$I_{CD}, \text{м}$	0.9	0.7	0.5	0.6	1.1	1.2	1.0	1.0	0.7	0.8
$I_{CE}, \text{м}$	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2
$I_{EF}, \text{м}$	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.7	1.4	1.5	1.6	1.7
$a, \text{м}$	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2
$b, \text{м}$	0.2	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1
$c, \text{м}$	1.1	1.3	1.4	1.3	1.4	1.4	1.2	1.3	1.1	1.5
$\omega_1, 1/\text{сек}$	28	30	27	26	25	26	27	28	30	25
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	300
δ	1/10	1/8	1/6	1/5	1/7	1/6	1/8	1/9	1/10	1/5
$P, \text{кН}$	1.6	1.8	2.0	2.1	1.9	1.7	2.1	2.3	2.4	2.7

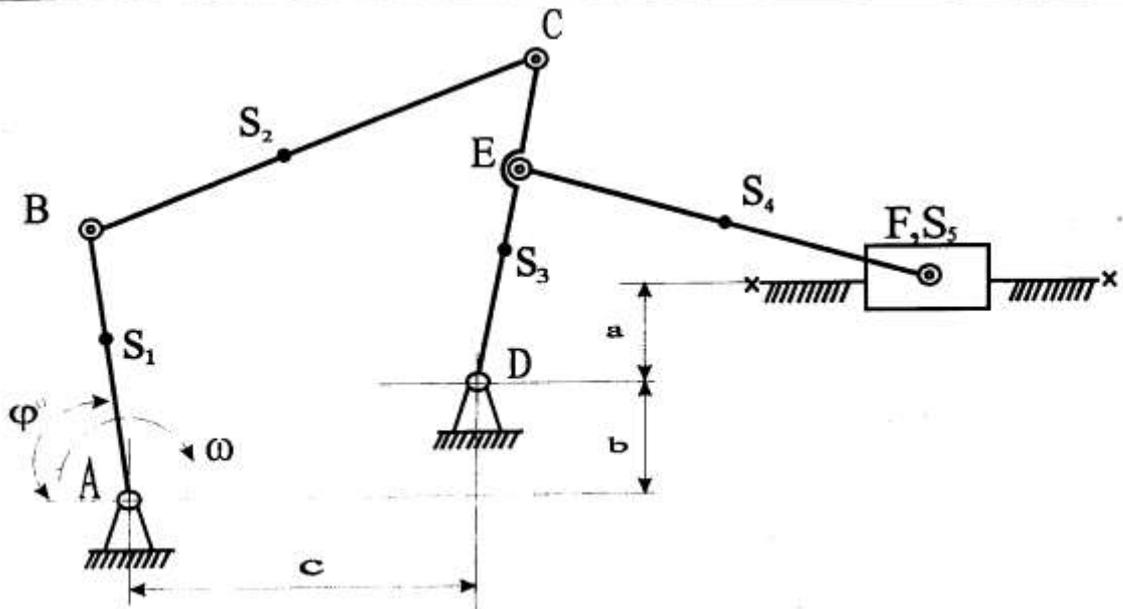


Рисунок 6

Таблица 6

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
$I_{BC}, \text{м}$	1.6	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.2	1.4	1.6	1.5
$I_{CD}, \text{м}$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.8	0.9	0.9	1.2	1.0
$I_{CE}, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1
$I_{EF}, \text{м}$	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2
$a, \text{м}$	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2
$b, \text{м}$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2
$c, \text{м}$	1.5	1.2	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.4	1.2	1.3
$\omega_1, 1/\text{сек}$	20	22	24	25	27	28	30	28	27	26
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	300
δ	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/9	1/8	1/7	1/5
$P, \text{кН}$	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	1.8	1.6	1.4	1.2	1.5

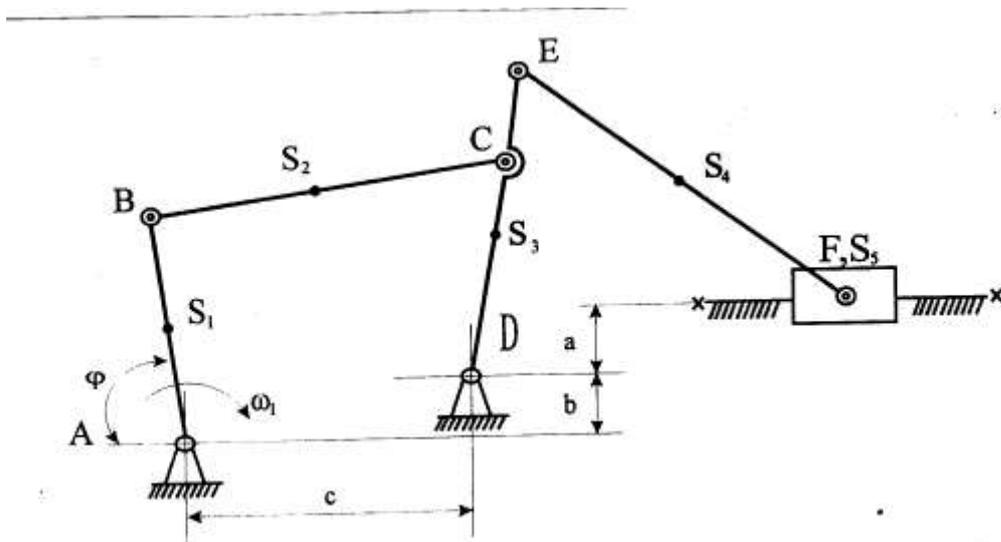


Рисунок 7

Таблица 7

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_{AB}, \text{м}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
$I_{BC}, \text{м}$	1.3	1.3	1.3	1.2	1.3	1.2	1.3	1.5	1.3	1.5
$I_{CD}, \text{м}$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
$I_{CE}, \text{м}$	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1
$I_{EF}, \text{м}$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.69	1.5	1.4	1.3
a, м	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2	0.2	0.1
b, м	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2	0.1
c, м	1.3	1.3	1.4	1.3	1.3	1.2	1.3	1.3	1.3	1.3
$\omega_1, 1/\text{сек}$	22	24	25	27	28	30	28	26	24	25
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	300
δ	1/10	1/8	1/6	1/8	1/6	1/5	1/8	1/10	1/8	1/6
P, кН	2.0	1.8	1.6	1.5	1.3	1.5	1.7	1.9	2.0	2.1

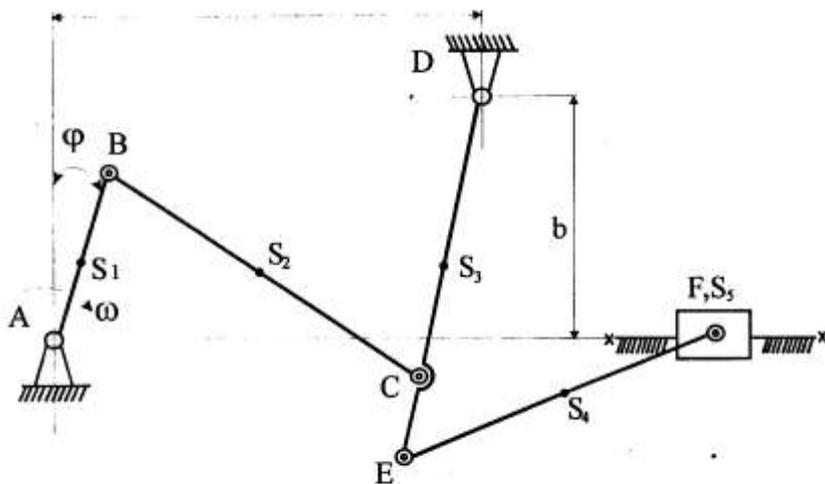


Рисунок 8

Таблица 8

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$l_{BC}, \text{м}$	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
$l_{CD}, \text{м}$	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.8	0.9	1.0	1.1	1.1
$l_{CE}, \text{м}$	0.2	0.2	0.3	0.3	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3
$l_{EF}, \text{м}$	1.9	1.8	1.7	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4	1.5	1.6
$a, \text{м}$	1.1	1.2	1.1	1.0	0.9	0.9	1.0	1.1	1.2	1.2
$b, \text{м}$	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.5	0.6	0.7	0.7	0.6
$\omega_1, 1/\text{сек}$	28	30	28	27	26	25	24	22	20	24
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/6	1/7	1/8	1/10	1/10	1/8	1/7	1/6	1/5	1/10
$P, \text{кН}$	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	2.8	3.0	2.6	2.4	2.0

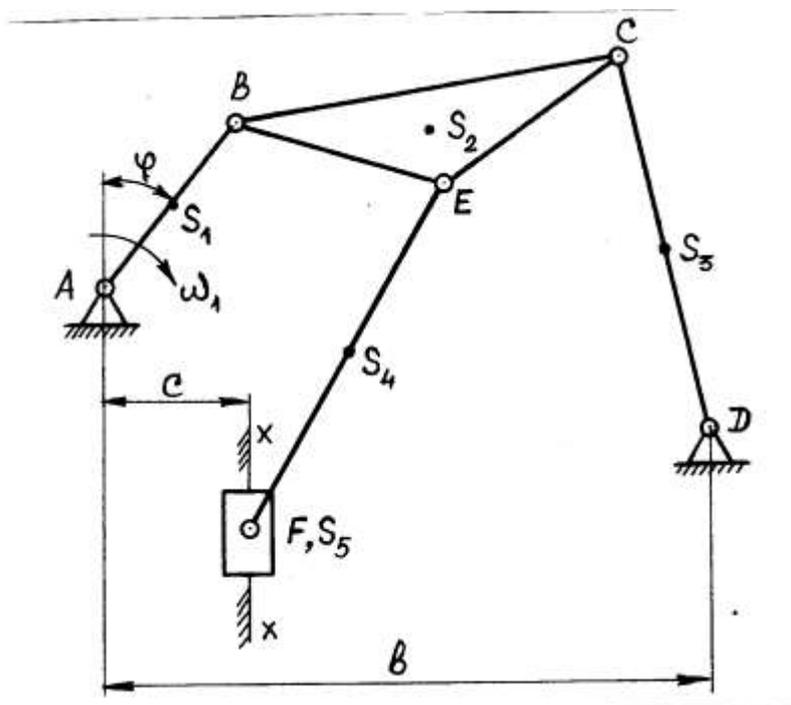


Рисунок 9

Таблица 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_{AB}	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,60	0,55	0,50	0,45	0,45
$l_{BC}, \text{м}$	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3
$l_{CD}, \text{м}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,3	1,2
$l_{BE} = l_{EF}, \text{м}$	0,9	0,9	0,9	1,0	1,2	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8
$l_{EF}, \text{м}$	1,6	1,8	2,0	1,8	1,8	1,7	1,5	1,6	1,7	1,7
$a, \text{м}$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2
$b, \text{м}$	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6
$c, \text{м}$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,5
$\omega_1, 1/\text{с}$	20	22	24	27	30	30	28	26	25	22
φ^0	30	60	30	60	120	150	210	120	150	330
δ	1/10	1/12	1/8	1/7	1/8	1/9	1/10	1/12	1/15	1/10
$P, \text{кН}$	2,0	2,2	2,4	2,5	2,6	2,5	2,4	2,2	2,0	1,8

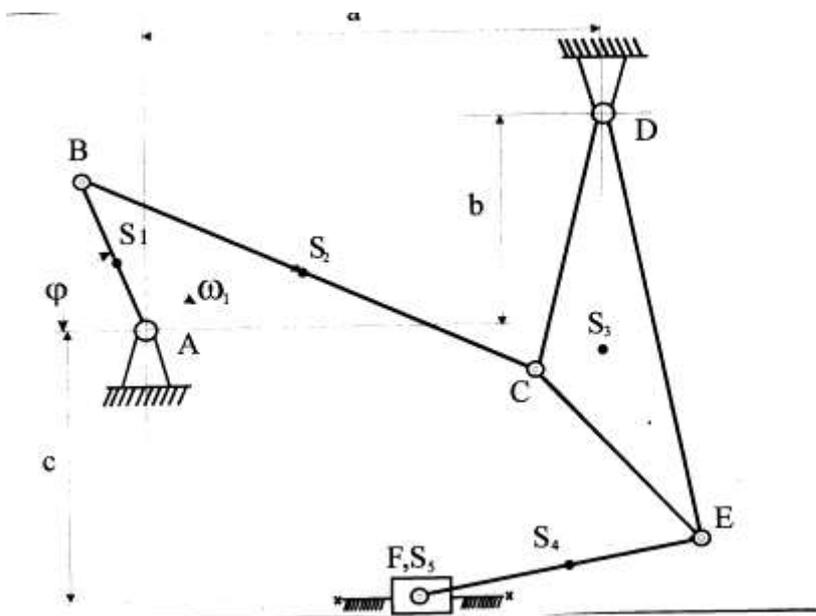


Рисунок 10

Таблица 10

Величины	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.35	0.60	0.50
$l_{BC}, \text{м}$	0.8	0.9	1.0	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
$l_{CD} = l_{CE}, \text{м}$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.1	0.9
$l_{DE}, \text{м}$	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.5	1.6	1.5
$l_{FE}, \text{м}$	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.1	1.2	1.9	1.9	1.4
$a, \text{м}$	0.9	1.0	1.0	1.0	0.9	1.0	0.9	1.0	1.1	1.0
$b, \text{м}$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.8	0.9	0.9	0.8
$c, \text{м}$	0.4	0.3	0.4	0.6	0.7	0.5	0.6	0.5	0.8	0.7
$\omega_1, 1/\text{сек}$	24	25	26	28	30	27	28	27	26	25
$\varphi, ^\circ$	30	60	30	60	120	150	120	150	210	330
δ	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/8	1/7	1/6	1/5
$P, \text{кН}$	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1	1.9	1.7	1.5	1.3	1.1

2. Пример. Исследование шестизвенного механизма

Приводится методика выполнения курсового проекта на примере исследования шестизвенного механизма (рис.1),

который имеет следующие данные:
 $\omega_1 = 15 \text{ c}^{-1}$, $\varphi_1 = 15^\circ$, $l_{OA} = 0,05 \text{ м}$, $l_{AB} = 0,096 \text{ м}$, $l_{AC} = 0,028 \text{ м}$, $l_{CM} = 0,18 \text{ м}$,
 $l_{BC} = l_{OU} = l_{BU} = 0,1 \text{ м}$, $l_{DU} = 0,06 \text{ м}$.

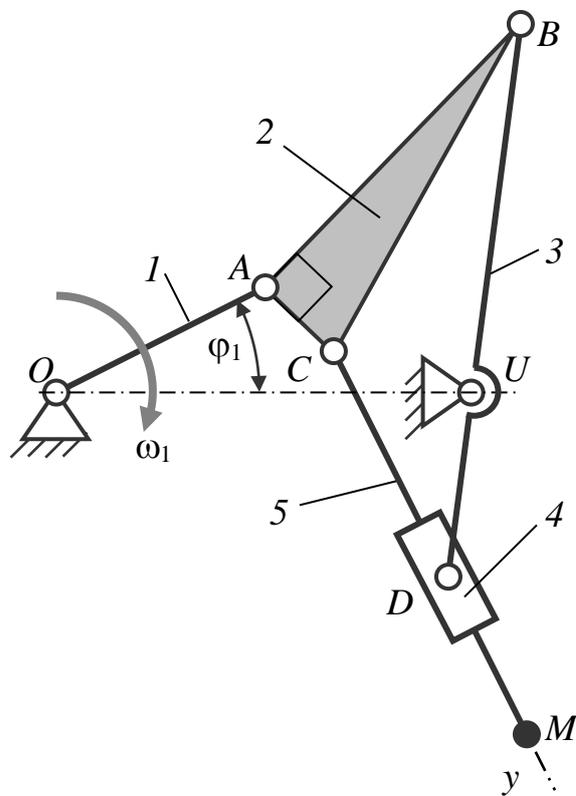


Рисунок 1

2.1 Структурный анализ механизма

Задачей структурного анализа является определение класса механизма на основе классификации, разработанной профессором Ассуром, и развитой впоследствии академиком Артоболевским, идея которой состоит в том, что любой плоский шарнирно-рычажный механизм может быть образован путём присоединения к ведущему звену (или звеньям) групп нулевой подвижности. Таким образом, механизм можно представить состоящим из ведущего звена (или нескольких ведущих звеньев) и указанных групп звеньев, получивших название групп Ассура. Количество ведущих звеньев механизма определяется степенью подвижности w , вычисляемой по формуле Чебышёва,

$$w = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5,$$

где n – число подвижных звеньев;

p_5 – число низших кинематических пар.

Шарнирно-рычажные механизмы характеризуются наличием только низших кинематических пар. К этой категории относится и исследуемый механизм. Определяем степень его подвижности

$$w = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Полученное значение $w = 1$ показывает, что в рассматриваемом механизме одно ведущее звено, которым является кривошип. Остальные звенья составляют группы Ассура. Простейшей группой Ассура является комбинация из двух звеньев (диад Сильвестра) и трёх кинематических пар, получивших название двухповодковой группы.

Расчленение механизма на структурные группы осуществляется методом попыток. Отсоединяя двухповодковую группу, проверяем степень подвижности оставшегося механизма. Если она не изменяется, то отсоединение произведено верно. При неудавшихся попытках следует пытаться расчленить механизм на группы более высокого порядка, например, трёхповодковые (триады), состоящие из четырёх звеньев и шести кинематических пар и т.д.

Рассматриваемый механизм состоит из одного ведущего звена и двух двухповодковых групп (рис. 2) и принадлежит к механизмам второго класса.

Расчленение механизма на группы Ассура в значительной мере облегчит дальнейшее проведение кинематического исследования механизма.

$k = 6$ – общее количество звеньев,

$n = 5$ – количество подвижных звеньев,

$p_5 = 7$ – количество кинематических пар 5-го класса.

$O(6,1)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$A(1,2)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$B(2,3)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$C(2,5)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$U(6,3)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$D_1(3,4)$ – кинематическая пара 5-го класса (вращательная);

$D_2(4,5)$ – кинематическая пара 5-го класса (поступательная).

Расчленение механизма на группы Ассура

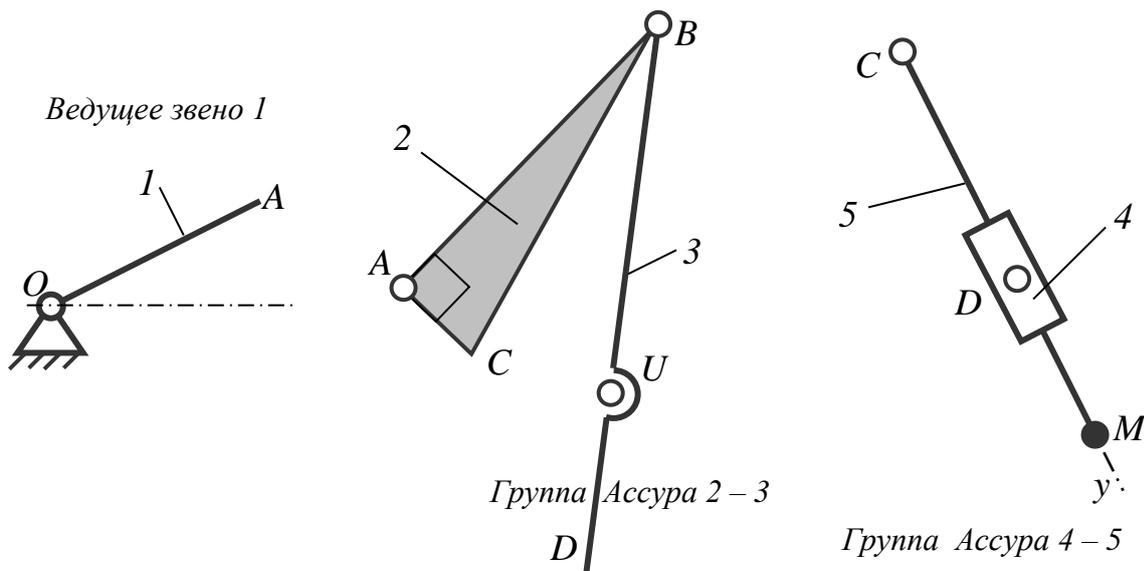


Рисунок 2

Механизм образован присоединением к начальному механизму двух групп Ассур 2-го класса: группы 1-го вида, состоящей из звеньев 2 и 3, и группы 3-го вида, состоящей из звеньев 4 и 5. Точка звена 5, совпадающая в рассматриваемом положении с точкой D , обозначим через D_5 . Формула строения механизма: $I_{(1)} \rightarrow 2_{(2,3)} \rightarrow 2_{(4,5)}$.

Из формулы строения механизма видно, что наивысший класс присоединённой группы – второй, поэтому данный механизм при ведущем звене 1 следует отнести ко второму классу (по классификации У.А. Джолдасбекова, Казахстан).

2.2 Кинематический анализ механизма

При кинематическом анализе механизмов рассматриваются следующие основные вопросы:

построение планов механизма и траекторий, которые описывают отдельные точки, расположенные на его звеньях;

определение скоростей и ускорений точек, расположенных на звеньях механизма, и угловых скоростей и ускорений отдельных звеньев.

Все перечисленные вопросы могут быть решены аналитическим, экспериментальным или графическим методами.

Экспериментальный метод может быть применён только при наличии соответствующей лаборатории. Аналитический метод удобен только при анализе простых механизмов, так как аналитическое решение сложных механизмов сводится к очень большому числу уравнений и оказывается трудно выполнимым. В теории механизмов и машин разработаны графоаналитические методы, позволяющие быстро решать вопросы кинематического исследования с достаточной для практических расчётов точностью. При кинематическом исследовании за исходные данные принимают: 1) размеры звеньев механизма и его кинематическую схему и 2) закон движения начального звена.

2.2.1 Масштабы, применяемые в теории механизмов и машин

При выполнении графических построений на чертеже приходится изображать в масштабе длины звеньев, скорости и ускорения отдельных точек, силы и многие другие величины. Хотя понятие масштаба совершенно элементарно, но, как показала практика расчётов, большинство ошибок при графических построениях связано с ним. Поэтому, применяя графический и графоаналитический методы исследования механизмов, следует весьма тщательно подсчитывать масштабы.

В курсе теории механизмов и машин принято понимать под масштабом той или иной величины отношение этой величины к отрезку, который её изображает на чертеже.

Допустим, что какая-либо физическая величина N изображена на чертеже отрезком, имеющим длину X миллиметров, тогда масштабом μ (или масштабным коэффициентом) будет называться отношение: $\mu = \frac{N}{X}$. Из этой

формулы следует, что масштаб всегда величина именованная, показывающая, сколько истинных величин содержится в одном миллиметре чертежа. В теории механизмов и машин, как и в других областях науки и техники, обязательно используется **Международная система единиц (СИ от SI – System International)**. Длина выражается в метрах (m), масса – в килограммах (kg), сила и вес – в ньютонах (N), время – в секундах (s). Причём, в механике единицы длины, массы и времени являются основными, а единица силы и веса – производные системы СИ, имеющая собственное наименование. Собственные наименования имеют также работа и энергия, которые выражаются в джоулях (J), мощность – в ваттах (W), давление – в паскалях (Pa). **Ньютон есть сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 м/с² в направлении силы.**

Масштабы для планов положений, скоростей и ускорений подбирают так, чтобы планы получились достаточно точными и лучше использовалось поле чертежа. Масштаб обычно снабжается индексом, который указывает к какой величине относится масштаб.

Размерности масштабов для кинематических величин таковы: масштаб длины – $\mu_l \left[\frac{m}{mm} \right]$, скоростей – $\mu_v \left[\frac{m \cdot s^{-1}}{mm} \right]$, ускорений – $\mu_a \left[\frac{m \cdot s^{-2}}{mm} \right]$. Значение масштаба всегда указывается на чертеже рядом с построением тех величин, для которых он принят.

2.2.2 Построение планов положения механизма

Планом положения механизма называется графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующее выбранному моменту времени. Так как во время движения механизма взаимное расположение звеньев всё время меняется, то для того, чтобы наглядно проследить за его движением, строят целый ряд последовательных планов положения механизма. Такое построение особенно удобно по отношению к механизмам с периодическим движением, у которых период равен времени одного оборота кривошипа. Последовательные планы положения механизма соответствуют в точности стробоскопическому эффекту его движения. Для подобных механизмов строят не менее 12 планов положения механизма.

Построение планов положения механизма имеет своей целью:

- использование его для дальнейших кинематических исследований;
- предохранение от ошибок при выборе размеров звеньев, так как размеры иногда могут быть выбраны такими, что механизм может заклинить;
- получение габаритов машины, так как можно говорить о габаритах машины только имея взаимное расположение звеньев для целого периода её движения.

Для построения планов положения механизма должны быть заданы:

- кинематическая схема механизма;
- размеры звеньев;
- закон движения ведущего или начального звена.

В перманентном движении данного механизма ведущее звено движется с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 15 \text{ с}^{-1}$. Строим 12 (18 или 24) планов положения механизма и шатунную кривую, описываемой точкой M .

Для подсчёта масштабного коэффициента длин μ_l длиной звена OA на чертеже задаёмся произвольно. Длину отрезка (OA) , изображающего на чертеже размер ведущего звена, принимаем равной 50 мм. Тогда масштабный коэффициент длин схемы механизма будет

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{(OA)} = \frac{0.05}{50} = 0.001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

и по нему из таблицы исходных данных длины всех звеньев и расстояния между точками переводим в миллиметры:

$$\begin{aligned} (AB) &= \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0.096}{0.001} = 96 \text{ мм}; & (BU) &= \frac{l_{BU}}{\mu_l} = \frac{0.1}{0.001} = 100 \text{ мм}; \\ (OU) &= \frac{l_{OU}}{\mu_l} = \frac{0.1}{0.001} = 100 \text{ мм}; & (AC) &= \frac{l_{AC}}{\mu_l} = \frac{0.028}{0.001} = 28 \text{ мм}; \\ (BC) &= \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0.1}{0.001} = 100 \text{ мм}; & (DU) &= \frac{l_{DU}}{\mu_l} = \frac{0.06}{0.001} = 60 \text{ мм}; \\ (CM) &= \frac{l_{CM}}{\mu_l} = \frac{0.18}{0.001} = 180 \text{ мм}; & \varphi_1 &= 15^\circ \end{aligned}$$

При построении плана положения механизма пользуемся методом засечек. Вначале отмечаем на чертеже положение неподвижных точек O и U . По заданному начальному углу φ_1 строится положение ведущего звена и определяем положение точки A . На этом чертеже строится план положения групп Ассура. Положение точки B определяем методом засечек проводя дуги окружностей с центрами в точках A и U . Пересечение этих дуг даст точку B . Положение точки C находим на пересечении дуг окружностей с центрами в точках A и B и радиусами равными (AC) и (BC) соответственно. Так как, судя по заданным сторонам, треугольник ABC прямоугольный, то можно положение точки C найти другим путём: провести от точки A линию, перпендикулярную построенной стороне (AB) и на этом направлении отложить отрезок (AC) . При этом обход контура треугольника должен быть таким же, как в заданной исходной схеме. Далее, на продолжении линии \overline{BU} по длине отрезка (DU) получим точку D . Через точки C и D проводим направление \overline{Cy} и, откладывая на нём отрезок (CM) , получаем точку M .

2.2.3 Построение плана скоростей

Для данного положения механизма определяются скорости точек графическим методом (рис. 3). Вначале определяем скорость точки A , принадлежащей ведущему звену, которое вращается равномерно с постоянной угловой скоростью ω_1 . Скорость этой точки по модулю равна

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 15 \cdot 0.05 = 0.75 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

и направлена перпендикулярно оси звена OA в сторону вращения. Отложим от произвольной точки p , называемой полюсом плана скоростей, отрезок (pa) . Длину отрезка (pa) выбираем равной (OA) . $(pa) = (OA) = 50$ мм. Вычисляем масштабный коэффициент скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{(pa)} = \frac{\omega_1 \cdot l_{OA}}{(pa)} = \frac{\omega_1 \cdot (OA) \cdot \mu_l}{(pa)} = \omega_1 \cdot \mu_l = 15 \cdot 0.001 = 0.015 \frac{м \cdot с^{-1}}{мм}.$$

Строим план скоростей для группы звеньев 2 и 3. Определяем скорость точки B по следующим двум векторным уравнениям:

$$1) \quad \bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad \bar{v}_{BA} \perp \overline{BA};$$

$$2) \quad \bar{v}_B = \bar{v}_U + \bar{v}_{BU}, \quad \bar{v}_{BU} \perp \overline{BU},$$

где \bar{v}_A – скорость точки A , которая известна; \bar{v}_{BA} – скорость точки B при вращении звена BA вокруг оси шарнира A , по модулю равная $v_{BA} = \omega_2 \cdot l_{BA}$ (ω_2 – угловая скорость звена BA , которая пока нам неизвестна) и направленная перпендикулярно линии \overline{BA} ; \bar{v}_U – скорость точки U стойки b (она равна нулю, так как звено b неподвижно); \bar{v}_{BU} – скорость точки B при вращении звена BU вокруг оси шарнира U , по модулю равная $v_{BU} = \omega_3 \cdot l_{BU}$ (ω_3 – угловая скорость звена BU , которая пока нам неизвестна) и направленная перпендикулярно линии \overline{BU} .

Построение плана скоростей ведём в такой последовательности.

Строим решение первого векторного уравнения, указанного выше: из точки a проводим направление скорости изображающий \bar{v}_{BA} – линию, перпендикулярную \overline{BA} . Строим решение второго векторного уравнения: из точки p надо было отложить скорость \bar{v}_U , но она равна нулю, поэтому точку u совмещаем с полюсом плана скоростей p ; из точки u или, что то же, p проводим направление скорости \bar{v}_{BU} – линию, перпендикулярную \overline{BU} , до пересечения с линией, проведённой перпендикулярно \overline{BA} , и получаем точку b – конец вектора скорости точки B . Помещаем в полюс плана точку o . Скорость точки C находим по правилу подобия треугольников: $\Delta(abc) \sim \Delta(ABC)$. От точки a проводим линию, перпендикулярную отрезку (ab) . На этой линии лежит точка c . Составляем пропорцию:

$$\frac{(ac)}{(ab)} = \frac{(AC)}{(AB)} \Rightarrow (ac) = (ab) \cdot \frac{(AC)}{(AB)} = 120 \cdot \frac{28}{96} = 35 \text{ мм.}$$

Затем откладываем на проведённой линии от точки a отрезок (ac) . Точку c соединяем с полюсом плана p . Вектор (pc) изображает абсолютную скорость точки C .

Точку d – конец вектора скорости точки D – находим по правилу подобия из соотношения

$$\frac{(pd)}{(pb)} = \frac{(UD)}{(UB)} \Rightarrow (pd) = (pb) \cdot \frac{(UD)}{(UB)} = 73 \cdot \frac{60}{100} \approx 44 \text{ мм.}$$

Переходим к построению плана скоростей группы звеньев 4 и 5. Этот план строим по векторным уравнениям

$$1) \quad \bar{v}_{D_5} = \bar{v}_C + \bar{v}_{D_5C}, \quad \bar{v}_{D_5C} \perp \overline{Cy},$$

$$2) \quad \bar{v}_{D_5} = \bar{v}_D + \bar{v}_{D_5D}, \quad \bar{v}_{D_5D} \parallel \overline{Cy},$$

где \bar{v}_{D_5} – скорость точки D_5 звена 5, которая лежит под точкой D ; \bar{v}_C – скорость точки C – она найдена предыдущим построением (отрезок pc); \bar{v}_{D_5C} – скорость точки D_5 во вращении звена 5 относительно точки C – по модулю равная $v_{D_5C} = \omega_5 \cdot l_{D_5C}$ и направленная перпендикулярно \overline{Cy} (пока нам неизвестна); \bar{v}_D – скорость точки D , она найдена предыдущим построением (отрезок pd); \bar{v}_{D_5D} – скорость точки D_5 относительно точки D , по модулю неизвестная и направленная параллельно линии \overline{Cy} . Построение плана сведётся к проведению через точку c линии, перпендикулярной \overline{Cy} (направления скорости \bar{v}_{D_5C}) и через точку d линии, параллельной \overline{Cy} (направления скорости \bar{v}_{D_5D} , точка d_5). Точка пересечения этих линий является концом вектора скорости точки D_5 (отрезок pd_5). Точку m – конец вектора скорости точки M во вращении вокруг полюса C – находим по правилу подобия из соотношения

$$\frac{(cm)}{(cd_5)} = \frac{(CM)}{(CD_5)} \Rightarrow (cm) = (cd_5) \cdot \frac{(CM)}{(CD_5)} = 28.5 \cdot \frac{180}{67} \approx 76.5 \text{ мм.}$$

Полученную точку m соединяем с полюсом плана p . Вектор (pm) изображает абсолютную скорость точки M . На этом заканчиваем построение плана скоростей механизма.

Определяем скорость точки B : $v_B = (pb) \cdot \mu_v = 73 \cdot 0.015 \approx 1.1 \text{ м/с.}$

Определяем скорость точки C : $v_C = (pc) \cdot \mu_v = 34 \cdot 0.015 = 0.51 \text{ м/с.}$

Определяем скорость точки B относительно точки A :

$$v_{BA} = (ba) \cdot \mu_v = 95 \cdot 0.015 = 1.425 \text{ м/с.}$$

Определяем скорость точки D : $v_D = (pd) \cdot \mu_v = 44 \cdot 0.015 = 0.66 \text{ м/с.}$

Определяем скорость точки D_5 : $v_{D_5} = (pd_5) \cdot \mu_v = 50.5 \cdot 0.015 \approx 0.78 \text{ м/с.}$

Определяем скорость точки D_5 относительно точки C :

$$v_{D_5C} = (cd_5) \cdot \mu_v = 28.5 \cdot 0.015 \approx 0.43 \text{ м/с.}$$

Определяем скорость точки D_5 относительно точки D :

$$v_{D_5D} = (dd_5) \cdot \mu_v = 15 \cdot 0.015 = 0.225 \text{ м/с.}$$

Определяем скорость точки M : $v_M = (pm) \cdot \mu_v = 93 \cdot 0.015 \approx 1.4 \text{ м/с.}$

Определяем угловую скорость ω_2 звена AB :

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ba) \cdot \mu_v}{(AB) \cdot \mu_l} = \frac{(ba) \cdot \omega_1 \cdot \mu_l}{(AB) \cdot \mu_l} = \frac{(ba)}{(AB)} \cdot \omega_1 = \frac{95}{96} \cdot 15 \approx 14.84 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловой скорости ω_2 может быть определено следующим образом. Мысленно прикладывая вектор \bar{v}_{BA} к точке B , видим, что вращение звена 2 вокруг оси шарнира A , принятой за полюс, происходит против вращения часовой стрелки. Отмечаем нужное направление вращения в виде дуговой стрелки на плане положения.

Определяем угловую скорость звена BD :

$$\omega_3 = \frac{v_{BU}}{l_{BU}} = \frac{(pb) \cdot \mu_v}{(BU) \cdot \mu_l} = \frac{(pb) \cdot \omega_1 \cdot \mu_l}{(BU) \cdot \mu_l} = \frac{(pb)}{(BU)} \cdot \omega_1 = \frac{73}{100} \cdot 15 = 10.95 \text{ c}^{-1}.$$

Направление угловой скорости ω_3 звена 3 определяется таким же образом, как и ω_2 . Мысленно прикладывая вектор \bar{v}_{BU} к точке B , видим, что вращение звена 3 вокруг оси шарнира U , принятой за полюс, противоположно направлению вращения часовой стрелки. Отмечаем нужное направление вращения звена в виде дуговой стрелки.

Определяем угловую скорость звена CM :

$$\omega_5 = \frac{v_{D5C}}{l_{DC}} = \frac{(cd_5) \cdot \mu_v}{(DC) \cdot \mu_l} = \frac{(cd_5) \cdot \omega_1 \cdot \mu_l}{(DC) \cdot \mu_l} = \frac{(cd_5)}{(DC)} \cdot \omega_1 = \frac{28.5}{67} \cdot 15 \approx 6.38 \text{ c}^{-1}.$$

Направление угловой скорости ω_5 звена 5 определяем следующим образом. Мысленно прикладывая вектор \bar{v}_{D5C} к точке D , видим, что вращение звена 5 вокруг оси шарнира C , принятой за полюс, происходит против хода часовой стрелки. Отмечаем нужное направление вращения в виде дуговой стрелки на плане положения. Замечаем, что угловые скорости звеньев 4 и 5 совпадают, т.е. $\omega_5 = \omega_4$, так как эти звенья входят в поступательную кинематическую пару.

План скоростей механизма

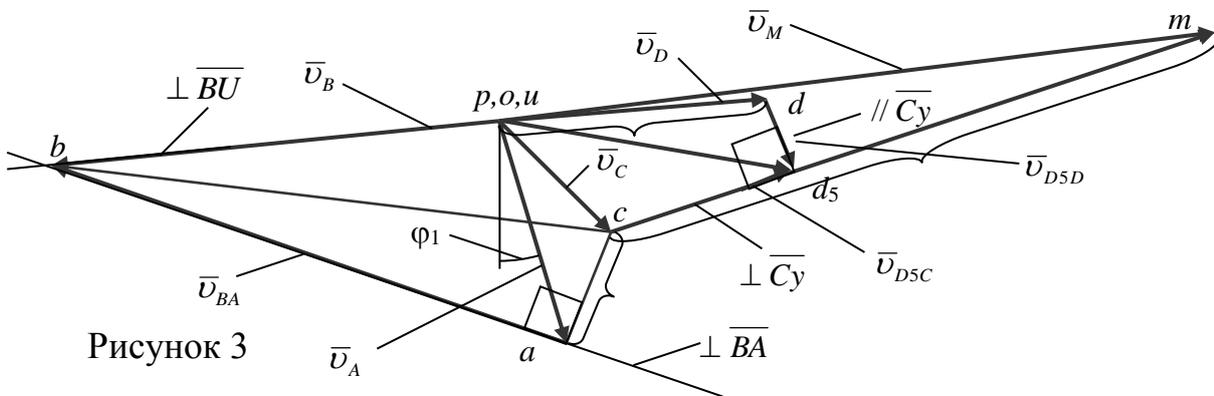


Рисунок 3

2.2.4. Построение плана ускорений

Ускорения точек находятся методом плана ускорений (рис. 4). Строим план ускорений для группы звеньев 2 и 3. Этот план строится по таким двум векторным уравнениям:

$$1) \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad \bar{a}_{BA}^n \parallel \overline{BA}, B \rightarrow A, \quad \bar{a}_{BA}^\tau \perp \overline{BA};$$

$$2) \bar{a}_B = \bar{a}_U + \bar{a}_{BU}^n + \bar{a}_{BU}^\tau, \quad \bar{a}_{BU}^n \parallel \overline{BU}, B \rightarrow U, \quad \bar{a}_{BU}^\tau \perp \overline{BU},$$

где \bar{a}_A – полное ускорение точки A , равно нормальному ускорению \bar{a}_A^n , так как звено 1 (кривошип) вращается равномерно и угловое ускорение равно нулю, следовательно, равно нулю и тангенциальное ускорение \bar{a}_A^τ ,

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$$

и направленное параллельно линии OA от точки A к точке O (к центру кривизны траектории);

\bar{a}_{BA}^n – нормальное ускорение точки B во вращательном движении звена AB вокруг точки A , по модулю равно

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = \left(\frac{v_{BA}}{l_{AB}} \right)^2 \cdot l_{AB} = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{(ab)^2 \cdot \mu_v^2}{(AB) \cdot \mu_l},$$

и направленное параллельно линии \overline{AB} от точки B к точке A ($B \rightarrow A$);

\bar{a}_{BA}^τ – тангенциальное ускорение точки B в том же движении звена AB , по модулю равно

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot l_{AB},$$

где ε_2 – угловое ускорение звена AB , пока нам неизвестное и направленное перпендикулярно линии \overline{AB} ;

\bar{a}_U – ускорение точки U , равно нулю, так как звено b неподвижно;

\bar{a}_{BU}^n – нормальное ускорение точки B во вращательном движении звена BU вокруг точки U , по модулю равно

$$a_{BU}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BU} = \left(\frac{v_{BU}}{l_{BU}} \right)^2 \cdot l_{BU} = \frac{v_{BU}^2}{l_{BU}} = \frac{(pb)^2 \cdot \mu_v^2}{(BU) \cdot \mu_l},$$

и направленное параллельно линии \overline{BU} от точки B к точке U ($B \rightarrow U$);

\bar{a}_{BU}^τ – тангенциальное ускорение точки B в том же движении звена BU , по модулю равно

$$a_{BU}^\tau = \varepsilon_3 \cdot l_{BU},$$

где ε_3 – угловое ускорение звена BU , пока нам неизвестное и направленное перпендикулярно линии \overline{BU} .

Построение плана ускорений ведём в следующей последовательности. Строим решение первого векторного уравнения, указанного выше, для чего от полюса плана π откладываем отрезок (πa) , изображающий ускорение \bar{a}_A , параллельно линии OA . Длину отрезка (πa) принимаем равной 50 мм, отчего масштаб ускорений будет

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)} = \frac{\omega_1^2 \cdot l_{OA}}{(\pi a)} = \frac{\omega_1^2 \cdot (OA) \cdot \mu_l}{(\pi a)} = \omega_1^2 \cdot \mu_l = 15^2 \cdot 0.001 = 0.225 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}.$$

От точки a откладываем отрезок (an_{BA}) , изображающий ускорение \bar{a}_{BA}^n . Длина отрезка (an_{BA}) вычисляется так:

$$(an_{BA}) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{\omega_2^2 \cdot l_{AB}}{\mu_a} = \frac{\left(\frac{v_{BA}}{l_{AB}} \right)^2 \cdot l_{AB}}{\mu_a} = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB} \cdot \mu_a} = \frac{(ab)^2 \cdot \mu_v^2}{(AB) \cdot \mu_l \cdot \mu_a} = \frac{(ab)^2}{(AB)} = \frac{95^2}{96} \approx 94 \text{ мм}.$$

Через точку n_{BA} проводим направление ускорения \bar{a}_{BA}^τ – линию, перпендикулярную линии \overline{AB} . Переходим к построению решения второго векторного уравнения, указанного выше. Для этого от полюса плана π откладываем вектор ускорения \bar{a}_U , но оно равно нулю, поэтому точку u совмещаем с точкой π . От точки π откладываем отрезок (πn_{BU}) , изображающий ускорение \bar{a}_{BU}^n . Длина отрезка (πn_{BU}) вычисляется так:

$$(\pi n_{BU}) = \frac{a_{BU}^n}{\mu_a} = \frac{\omega_3^2 \cdot l_{BU}}{\mu_a} = \frac{\left(\frac{v_{BU}}{l_{BU}}\right)^2 \cdot l_{BU}}{\mu_a} = \frac{v_{BU}^2}{l_{BU} \cdot \mu_a} = \frac{(pb)^2 \cdot \mu_v^2}{(BU) \cdot \mu_l \cdot \mu_a} = \frac{(pb)^2}{(BU)} = \frac{73^2}{100} \approx 53 \text{ мм.}$$

Через точку n_{BU} проводим направление ускорения \bar{a}_{BU}^{τ} – линию, перпендикулярную линии \overline{BU} . Точка пересечения её с линией, проведённой перпендикулярно \overline{AB} , даёт точку b – конец вектора ускорения точки B . Соединяем точки b и a и получаем вектор полного ускорения точки B при вращении звена AB относительно точки A , т.е. \bar{a}_{BA} . Точку o совмещаем с точкой π (полюсом плана). Ускорение точки C находим, как в плане скоростей, по правилу подобия треугольников: $\Delta(abc) \propto \Delta(ABC)$. Составляем пропорцию:

$$\frac{(ac)}{(ab)} = \frac{(AC)}{(AB)} \Rightarrow (ac) = (ab) \cdot \frac{(AC)}{(AB)} = 120 \cdot \frac{28}{96} = 35 \text{ мм.}$$

Точку d – конец вектора ускорения точки D – находим по правилу подобия из соотношения

$$\frac{(\pi d)}{(\pi b)} = \frac{(UD)}{(UB)} \Rightarrow (\pi d) = (\pi b) \cdot \frac{(UD)}{(UB)} = 169 \cdot \frac{60}{100} \approx 101.5 \text{ мм}$$

Переходим к построению плана скоростей группы звеньев 4 и 5. Сначала определим ускорение точки D_5 , которая принадлежит звену 5. Для этого пользуемся уравнениями

$$\begin{aligned} 1) \quad \bar{a}_{D_5} &= \bar{a}_C + \bar{a}_{D_5C}^n + \bar{a}_{D_5C}^{\tau}, \quad \bar{a}_{D_5C}^n \parallel \overline{Cy}, D_5 \rightarrow C, \quad \bar{a}_{D_5C}^{\tau} \perp \overline{Cy}; \\ 2) \quad \bar{a}_{D_5} &= \bar{a}_D + \bar{a}_{D_5D}^{Cor} + \bar{a}_{D_5D}^r, \quad \bar{a}_{D_5D}^{Cor} \perp \overline{Cy}, \quad \bar{a}_{D_5D}^r \parallel \overline{Cy}, \end{aligned}$$

где \bar{a}_{D_5} – ускорение точки D_5 звена 5, которая в данный момент совпадает с точкой D ; \bar{a}_C – ускорение точки C (отрезок (πc) , его изображающий, найден при построении плана ускорений для группы, состоящей из звеньев 2 и 3); $\bar{a}_{D_5C}^n$ – нормальное ускорение точки D_5 во вращении звена 5 относительно точки C , по модулю равно

$$a_{D_5C}^n = \omega_5^2 \cdot l_{DC} = \left(\frac{v_{D_5C}}{l_{DC}}\right)^2 \cdot l_{DC} = \frac{v_{D_5C}^2}{l_{DC}} = \frac{(cd_5)^2 \cdot \mu_v^2}{(DC) \cdot \mu_l},$$

и направленное параллельно линии \overline{Cy} ; $\bar{a}_{D_5C}^{\tau}$ – тангенциальное ускорение точки D_5 в том же движении звена 5, равно по модулю $a_{D_5C}^{\tau} = \varepsilon_5 \cdot l_{DC}$ и направленное перпендикулярно \overline{Cy} ; \bar{a}_D – ускорение точки D (отрезок (πd) , его изображающий, найден ранее); $\bar{a}_{D_5D}^{Cor}$ – ускорение Кориолиса в движении точки D_5 относительно звена 4, по модулю равно $a_{D_5D}^{Cor} = 2 \omega_4 \cdot v_{D_5D}$. Это ускорение имеет направление вектора \bar{v}_{D_5D} , повернутого на угол, равный 90° , в сторону вращения звена 5 или, что то же, звена 4 (звенья 4 и 5 входят в поступательную кинематическую пару, поэтому их угловые скорости одинаковы, т.е. $\omega_5 = \omega_4$). Ускорение $\bar{a}_{D_5D}^r$ – релятивное ускорение точки D_5 относительно точки D , неизвестное по модулю и направленное параллельно линии \overline{Cy} .

Строим решение первого векторного уравнения, указанного выше. От точки c откладываем отрезок (cn_{D5C}) – ускорение $\overline{a_{D5C}^n}$, длина которого

$$(cn_{D5C}) = \frac{a_{D5C}^n}{\mu_a} = \frac{\omega_5^2 \cdot l_{DC}}{\mu_a} = \frac{\left(\frac{v_{D5C}}{l_{DC}}\right)^2 \cdot l_{DC}}{\mu_a} = \frac{v_{D5C}^2}{l_{DC} \cdot \mu_a} = \frac{(cd_5)^2 \cdot \mu_v^2}{(DC) \cdot \mu_l \cdot \mu_a} = \frac{(cd_5)^2}{(DC)} = \frac{28.5^2}{67} \approx 12 \text{ мм.}$$

Далее через точку n_{D5C} проводим направление ускорения $\overline{a_{D5C}^r}$ – линию, перпендикулярную \overline{Cy} .

Переходим к построению решения второго векторного уравнения, указанного выше. От точки d откладываем отрезок (dk) – ускорения Кориолиса $\overline{a_{D5D}^{Cor}}$, длина которого

$$(dk) = \frac{a_{D5D}^{Cor}}{\mu_a} = \frac{2\omega_5 \cdot v_{D5D}}{\mu_a} = \frac{2v_{D5C} \cdot v_{D5D}}{l_{DC} \cdot \mu_a} = \frac{2(cd_5) \cdot (dd_5) \cdot \mu_v^2}{(DC) \cdot \mu_l \cdot \mu_a} = \frac{2(cd_5) \cdot (dd_5)}{(DC)} = \frac{2 \cdot 28.5 \cdot 15}{67} \approx 13 \text{ мм}$$

Далее через точку k проводим направление релятивного ускорения $\overline{a_{D5D}^r}$ – линию, параллельную \overline{Cy} , до пересечения с ранее проведённой линией, перпендикулярной \overline{Cy} (т.е. направлением ускорения $\overline{a_{D5C}^r}$). Точка d_5 пересечения есть конец отрезка (πd_5) , изображающего абсолютное ускорение $\overline{a_{D5}}$. Точку m – конец вектора ускорения точки M – находим по правилу подобия из соотношения

$$\frac{(cm)}{(cd_5)} = \frac{(CM)}{(CD)} \Rightarrow (cm) = (cd_5) \cdot \frac{(CM)}{(CD)} = 163 \cdot \frac{180}{67} \approx 438 \text{ мм.}$$

Соединяем полученную точку m с полюсом плана ускорений π . Отрезок (πm) изображает абсолютное ускорение точки M .

Величины абсолютных ускорений точек определяются так:

$$\begin{aligned} a_B &= (\pi b) \cdot \mu_a = 169 \cdot 0.225 \approx 38 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; & a_{D5} &= (\pi d_5) \cdot \mu_a = 129 \cdot 0.225 \approx 29 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_C &= (\pi c) \cdot \mu_a = 67 \cdot 0.225 \approx 15.1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; & a_M &= (\pi m) \cdot \mu_a \approx 397 \cdot 0.225 \approx 89.3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_D &= (\pi d) \cdot \mu_a = 101.4 \cdot 0.225 \approx 22.8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned}$$

По правилу подобия найдём ускорения центров масс подвижных звеньев. Точки S_1, S_2, S_3 и S_5 находятся на серединах соответствующих звеньев, а центр масс звена 4 (камня кулисы) совпадает с точкой D . На плане ускорений это будут векторы: $(\pi s_1), (\pi s_2), (\pi s_3), (\pi s_5)$ и $(\pi s_4) = (\pi d)$. Определяем абсолютные величины ускорений этих центров масс:

$$\begin{aligned} a_{S1} &= (\pi s_1) \cdot \mu_a = 25 \cdot 0.225 \approx 5.6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{S2} &= (\pi s_2) \cdot \mu_a = 113 \cdot 0.225 \approx 25.4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{S3} &= (\pi s_3) \cdot \mu_a = 34 \cdot 0.225 = 7.65 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{S4} &= (\pi s_4) \cdot \mu_a = (\pi d) \cdot \mu_a = 101 \cdot 0.225 \approx 22.7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}; \\ a_{S5} &= (\pi s_5) \cdot \mu_a = 181 \cdot 0.225 \approx 40.7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned}$$

Величина углового ускорения звена AB равна:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{(n_{BA}b) \cdot \mu_a}{(AB) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{BA}b) \cdot \omega_1^2 \cdot \mu_l}{(AB) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{BA}b)}{(AB)} \cdot \omega_1^2 = \frac{72}{96} \cdot 15^2 \approx 169 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения ε_2 звена 2 (звена AB) может быть определено следующим образом. Переносим мысленно вектор \bar{a}_{BA}^τ в точку B , видим из точки A , принятой за полюс, что направление ε_2 противоположно направлению вращения часовой стрелки. Обозначаем направление углового ускорения ε_2 на плане положения звена 2 дуговой стрелкой.

Величина углового ускорения звена BD равна:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BU}^\tau}{l_{BU}} = \frac{(n_{BU}b) \cdot \mu_a}{(BU) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{BU}b) \cdot \omega_1^2 \cdot \mu_l}{(BU) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{BU}b)}{(BU)} \cdot \omega_1^2 = \frac{161}{100} \cdot 15^2 \approx 362 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения ε_3 звена 3 (звена BU) может быть определено таким же образом, как и ε_2 . Переносим мысленно вектор \bar{a}_{BU}^τ в точку B , видим из точки U , принятой за полюс, что направление ε_3 противоположно направлению вращения часовой стрелки. Обозначаем направление углового ускорения ε_3 на плане положения звена 3 дуговой стрелкой. Величина углового ускорения звена 5 (звена CM) равна:

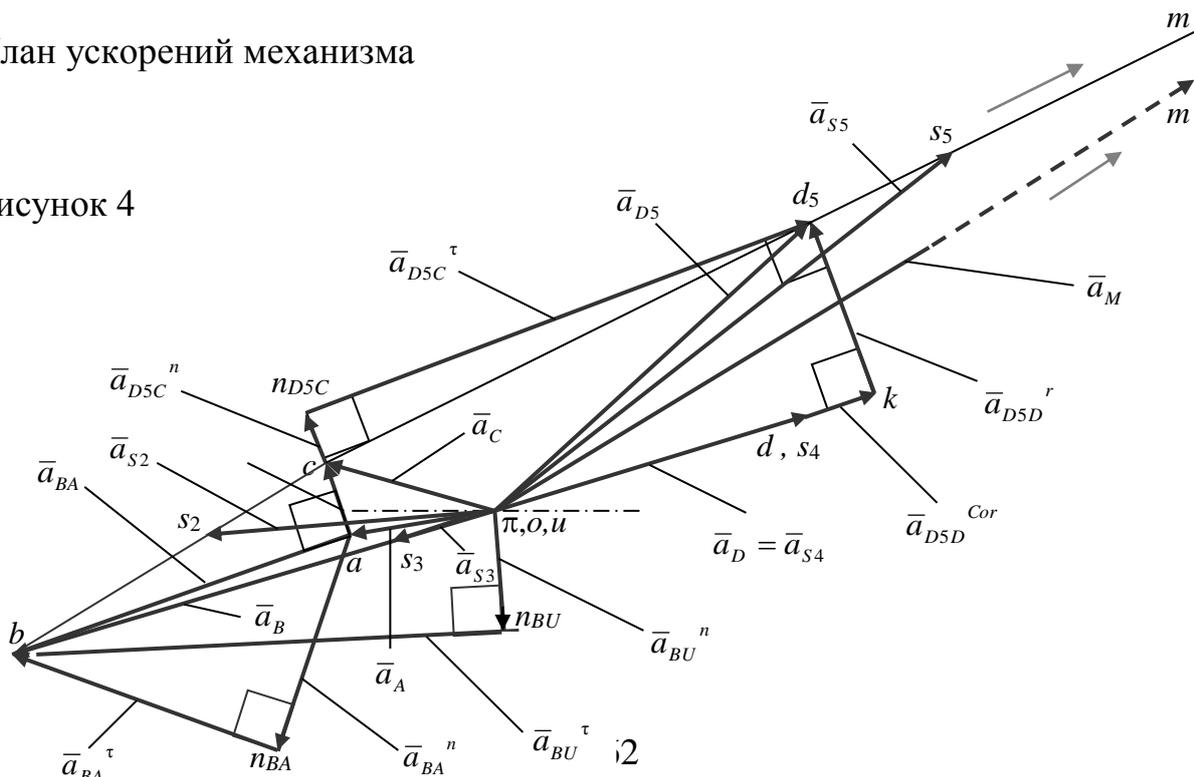
$$\varepsilon_5 = \frac{a_{D5C}^\tau}{l_{DC}} = \frac{(n_{D5C}d_5) \cdot \mu_a}{(DC) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{D5C}d_5) \cdot \omega_1^2 \cdot \mu_l}{(DC) \cdot \mu_l} = \frac{(n_{D5C}d_5)}{(DC)} \cdot \omega_1^2 = \frac{163}{67} \cdot 15^2 \approx 547 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения ε_5 звена 5 (звена CM) может быть определено таким же образом, как и ε_3 . Переносим мысленно вектор \bar{a}_{D5C}^τ в точку D , видим из точки C , принятой за полюс, что направление ε_5 противоположно направлению вращения часовой стрелки. Обозначаем направление углового ускорения ε_5 на плане положения звена 5 дуговой стрелкой. Звенья 4 и 5 входят в одну поступательную кинематическую пару, поэтому их угловые ускорения совпадают, т.е. $\varepsilon_4 = \varepsilon_5$.

На этом заканчиваем кинематическое исследование механизма.

План ускорений механизма

Рисунок 4



2.3 Динамический анализ механизма

2.3.1. Определение веса звеньев механизма

Массу m звеньев-стержней находим по их полной длине l и удельной массе q , приходящейся на один метр длины звена.

$$m_1 = 0,5 \text{ кг}, \text{ так как кривошип связан с маховиком.}$$

$$m_3 = l_{BD} \cdot q = (l_{BU} + l_{DU}) \cdot q = (0,1 + 0,06) \cdot 0,5 = 0,08 \text{ кг},$$

$$m_5 = l_{CM} \cdot q = 0,18 \cdot 0,5 = 0,09 \text{ кг}.$$

Массу m звена-треугольника находим по его наибольшей стороне l_{BC} , удельной массе q и коэффициента $k = 1,2$:

$$m_2 = m_{\Delta} = 1,2 l_{BC} \cdot q = 1,2 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 0,06 \text{ кг}.$$

Массу m звена 4 (ползуна или камня кулисы) задаём равной $0,01 \text{ кг}$.

Определяем веса звеньев. Ускорение свободного падения $g \approx 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$.

$$G_1 = m_1 \cdot g = 0,25 \cdot 9,8 = 2,45 \text{ Н}; \quad G_3 = m_3 \cdot g = 0,08 \cdot 9,8 = 0,784 \text{ Н};$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 0,06 \cdot 9,8 = 0,59 \text{ Н}; \quad G_4 = m_4 \cdot g = 0,01 \cdot 9,8 = 0,098 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 0,09 \cdot 9,8 = 0,882 \text{ Н}.$$

2.3.2. Определение инерционной нагрузки на звенья механизма

Силы инерции определяем, используя построенный план ускорений. Сила инерции рассматриваемого звена равна

$$\bar{F}_u = -m \cdot \bar{a}_s,$$

где m – масса этого звена (кг); \bar{a}_s – ускорение центра масс звена ($\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$).

Направление силы инерции \bar{F}_u противоположно направлению вектора \bar{a}_s . Её размерность ($\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$), то есть она измеряется в ньютонах (Н). Считаем, что звено совершает плоскопараллельное движение. При этом точкой приведения сил инерции берём его центр масс, так как упрощается выражение момента пары сил инерции или инерционного момента. Он равен

$$M_u = -I_S \cdot \varepsilon,$$

где I_S ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$) – момент инерции масс звена относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости его материальной симметрии или иначе, центральный момент инерции звена; ε (с^{-2}) – угловое ускорение звена.

Инерционный момент M_u имеет размерность ($\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$) = (Н·м). Плоскость, в которой он действует, параллельна плоскости движения звена; она направлена в сторону, противоположную направлению углового ускорения звена.

Сила инерции кривошипа по модулю равна

$$F_{u1} = m_1 \cdot a_{S1} \approx 0,25 \cdot 5,6 \approx 1,4 \text{ Н}$$

и приложена в центре масс кривошипа S_1 и по направлению противоположна вектору ускорения \bar{a}_{S1} этого звена.

Сила инерции звена 2 (шатуна) по модулю равна

$$F_{u2} = m_2 \cdot a_{S2} \approx 0,06 \cdot 25,4 \approx 1,52 \text{ Н}$$

и приложена в центре масс шатуна S_2 и по направлению противоположна вектору ускорения \bar{a}_{S2} этого звена.

Сила инерции звена 3 (двуплечего коромысла) по модулю равна

$$F_{u3} = m_3 \cdot a_{S3} = 0,08 \cdot 7,65 = 0,61 \text{ Н}$$

и приложена в центре масс этого звена S_3 и по направлению противоположна вектору ускорения \bar{a}_{S3} .

Сила инерции звена 4 (ползуна или камня кулисы) по модулю равна

$$F_{u4} = m_4 \cdot a_{S4} \approx 0,01 \cdot 22,7 = 0,23 \text{ Н}$$

и приложена в центре масс S_4 и по направлению противоположна вектору ускорения \bar{a}_{S4} этого звена.

Сила инерции звена 5 (кулисы) по модулю равна

$$F_{u5} = m_5 \cdot a_{S5} \approx 0,09 \cdot 40,7 = 3,66 \text{ Н}$$

и приложена в центре масс S_5 и по направлению противоположна вектору ускорения \bar{a}_{S5} этого звена.

Инерционный момент M_{u2} звена 2 (шатуна), имеющего форму треугольника, равен

$$M_{u2} = I_{S2} \cdot \varepsilon_2 \approx 0,2 m_2 \cdot l_{BC}^2 \cdot \varepsilon_2 \approx 0,2 \cdot 0,06 \cdot 0,1^2 \cdot 169 \approx 0,02 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению ε_2 .

Инерционный момент M_{u3} звена 3 (двуплечего коромысла), имеющего форму стержня, равен

$$M_{u3} = I_{S3} \cdot \varepsilon_3 \approx 0,1 m_3 \cdot l_3^2 \cdot \varepsilon_3 \approx 0,1 \cdot 0,08 \cdot 0,16^2 \cdot 362 \approx 0,074 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению ε_3 .

Инерционным моментом M_{u4} звена 4 (ползуна или камня кулисы), из-за малых его размеров, можно пренебречь - $M_{u4} \approx 0$.

Инерционный момент M_{u5} звена 5 (кулисы), имеющего форму стержня, равен

$$M_{u5} = I_{S5} \cdot \varepsilon_5 \approx 0,1 m_5 \cdot l_5^2 \cdot \varepsilon_5 \approx 0,1 \cdot 0,09 \cdot 0,18^2 \cdot 547 \approx 0,16 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

и направлен противоположно угловому ускорению ε_5 .

2.3.3 Силовой расчёт механизма.

Определение реакций в кинематических парах.

В задачу силового расчёта входит определение всех сил и моментов пар сил, которые приложены к каждому отдельному звену механизма. Эти силы или моменты необходимо определить для расчёта на прочность отдельных звеньев механизма или их частей (деталей). Для того чтобы механизм находился в равновесии под воздействием внешних сил, к одному из его звеньев должна быть приложена уравновешивающая сила \bar{F}_y или уравновешивающая пара сил, характеризуемая её моментом M_y – уравновешивающим моментом. Эту силу \bar{F}_y или момент M_y обычно считают приложенными к ведущему звену. Так как при силовом расчёте механизма в число известных внешних сил, приложенных к его звеньям, входит

инерционная нагрузка на звенья, то силовой расчёт механизма называется **кинетостатическим**. Трением в кинематических парах механизма пренебрегаем.

Проводится силовой расчёт каждой группы Ассур в отдельности, так как она является **статически определимой** системой. Расчёт следует начинать с группы Ассур, присоединённой к механизму при его образовании в последнюю очередь; затем перейти к следующей группе и так до тех пор, пока не будет произведён силовой расчёт всех групп, образовавших ведомую часть механизма. В заключение производится силовой расчёт ведущего звена. Задачи решают графоаналитическим методом, используя известные из теоретической механики уравнения равновесия всей группы или отдельных её звеньев в форме

$$\sum \bar{F}_i = 0, \quad \sum M_o(\bar{F}_i) = 0.$$

В число сил и моментов, входящих в эти уравнения, включаются реакции и моменты в кинематических парах группы.

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, приняты следующие обозначения: реакция со стороны звена k на звено l обозначается \bar{R}_{kl} , реакция же со стороны звена l на звено k соответственно обозначается \bar{R}_{lk} . Очевидно, что

$$\bar{R}_{kl} = -\bar{R}_{lk}.$$

2.3.4 Силовой расчёт группы звеньев 4 и 5

Сначала показываем инерционную нагрузку на звенья 4 и 5 данной группы Ассур (рис. 5).

2

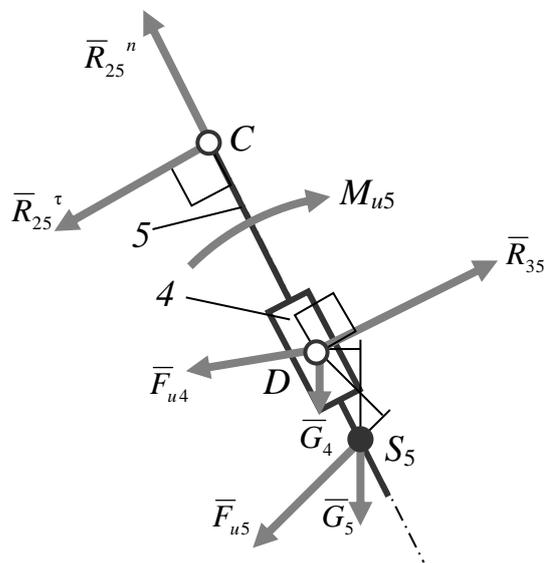


Рисунок 5

К звену 5 приложены следующие силы: \bar{R}_{25} (реакция в шарнире C со стороны звена 2 на звено 5), \bar{R}_{35} (реакция в точке D со стороны звена 3, направленная перпендикулярно направляющей поступательной пары, т.е. звену 5), \bar{F}_{u5} (сила инерции центра масс звена 5, приложенная в середине S_5 звена), \bar{G}_5 (сила тяжести звена 5, приложенная там же), \bar{F}_{u4} (сила инерции центра масс

звена 4, приложенная в точке D), \bar{G}_4 (сила тяжести звена 4, приложенная там же) и пара сил инерции с моментом M_{u5} .

Составляем уравнение равновесия группы

$$\bar{R}_{25} + \bar{F}_{u5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{u4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{35} = 0.$$

В этом уравнении содержатся три неизвестных: величина и направление реакции \bar{R}_{25} и величина реакции \bar{R}_{35} . Для того чтобы его решить, т.е. чтобы построить представленную им векторную сумму, разложим реакцию \bar{R}_{25} на две составляющих: \bar{R}_{25}^{τ} , направленную перпендикулярно оси звена CM , и \bar{R}_{25}^n , направленную параллельно оси звена CM . Теперь геометрическая сумма сил, приложенных к группе, равна

$$\bar{R}_{25}^{\tau} + \bar{R}_{25}^n + \bar{F}_{u5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{u4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{35} = 0.$$

Величину силы \bar{R}_{25}^{τ} найдём, рассматривая равновесие звена 5. Напишем равенство нулю суммы моментов относительно точки D всех сил, приложенных к звену 5 (тем самым исключим из него моменты неизвестных реакций \bar{R}_{25}^n и \bar{R}_{35}). Это уравнение запишется так: $\sum M_D(\bar{F}_i) = 0$, которое, будучи развёрнутым, примет вид

$$R_{25}^{\tau} \cdot l_{DC} - F_{u5} \cdot h_{Fu5} - G_5 \cdot h_{D5} - M_{u5} = 0,$$

откуда

$$R_{25}^{\tau} = \frac{F_{u5} \cdot h_{Fu5} + G_5 \cdot h_{G5} + M_{u5}}{l_{DC}} = \frac{3.66 \cdot 0.021 + 0.88 \cdot 0.011 + 0.16}{0.067} \approx 3.69 \text{ Н},$$

где плечи известных сил найдены по чертежу (рис. 5) и выражены в метрах. Остальные две неизвестные силы найдём по первому векторному уравнению равновесия всей группы. Для этого строим план сил в принятом масштабе сил (рис. 6). Здесь масштабный коэффициент сил равен $\mu_F = 0.02 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$.

Порядок построения векторной суммы, вообще говоря, безразличен, но применительно к группам Ассура можно рекомендовать следующий: назначаем обход контура группы в каком-либо направлении (например, по ходу часовой стрелки) и силы на плане откладываем в такой последовательности, в какой мы эти силы встречаем на группе при обходе её контура в выбранном направлении. В нашем случае принят обход контура по ходу часовой стрелки.

Отложим от точки a силу \bar{R}_{25}^{τ} в виде отрезка

$$(ab) = \frac{R_{25}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{3.69}{0.02} \approx 184 \text{ мм},$$

от точки b откладываем силу \bar{F}_{u5} в виде отрезка

$$(bc) = \frac{F_{u5}}{\mu_F} = \frac{3.66}{0.02} = 183 \text{ мм},$$

далее от точки c откладываем силу \bar{G}_5 в виде отрезка

$$(cd) = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{0.88}{0.02} = 44 \text{ мм}.$$

От точки d откладываем силу \bar{F}_{u4} в виде отрезка

$$(de) = \frac{F_{u4}}{\mu_F} = \frac{0.227}{0.02} \approx 11 \text{ мм},$$

далее, от точки e откладываем силу \bar{G}_4 в виде отрезка

$$(ef) = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{0.098}{0.02} \approx 5 \text{ мм}.$$

Через точку a проводим прямую, параллельную оси звена CM . Это будет линия действия силы \bar{R}_{25}^n , а через точку f – прямую, перпендикулярную оси звена CM , которое является подвижной направляющей. Последняя прямая будет линией действия силы \bar{R}_{35} (в поступательной паре направление реакции всегда перпендикулярно оси направляющих пары, т.е. $\bar{R}_{35} \perp \overline{CM}$). Находим точку g пересечения этих двух прямых.

Отрезок (ga) в масштабе μ_F даёт искомую реакцию \bar{R}_{25}^n , а отрезок (fg) в том же масштабе – реакцию \bar{R}_{35} , и, наконец, отрезок (gb) даёт искомую реакцию \bar{R}_{25} . По полученным отрезкам вычисляем модули искомых сил.

$$\text{Реакция } \bar{R}_{25}^n = (ga) \cdot \mu_F = 391 \cdot 0,02 = 7,82 \text{ Н}.$$

$$\text{Полная реакция } \bar{R}_{25} = (gb) \cdot \mu_F = 103 \cdot 0,02 = 2,06 \text{ Н}.$$

$$\text{Реакция } \bar{R}_{35} = (fg) \cdot \mu_F = 212 \cdot 0,02 = 4,24 \text{ Н}.$$

Для нахождения реакции \bar{R}_{45} напишем условие равновесия звена 5:

$$\bar{R}_{25} + \bar{F}_{u5} + \bar{G}_5 + \bar{R}_{45} = 0.$$

Из плана сил видно, что отрезок (dg) в масштабе μ_F соответствует искомой реакции \bar{R}_{45} .

$$\text{Реакция } R_{45} = (dg) \cdot \mu_F = 378 \cdot 0,02 = 7,56 \text{ Н}.$$

План сил группы звеньев 4 и 5

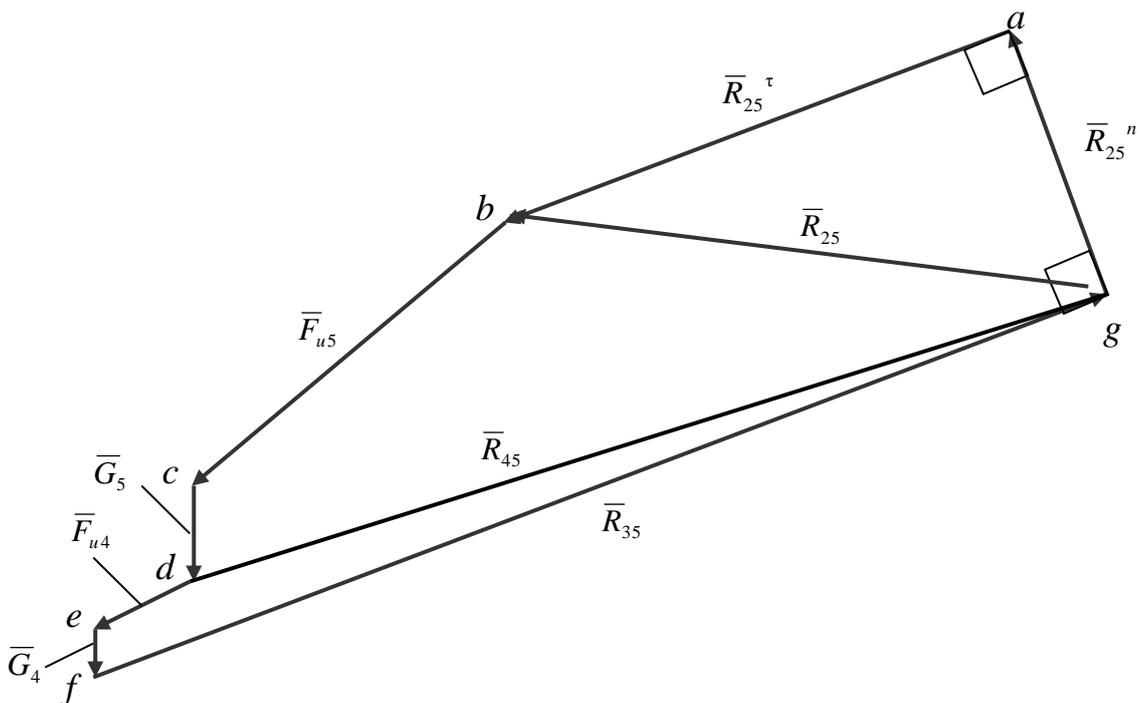


Рисунок 6

2.3.5 Силовой расчёт группы звеньев 2 и 3

Сначала показываем инерционную нагрузку на звенья данной группы Ассура (рис. 7). К звену 3 приложены следующие силы: \bar{R}_{12} (реакция в шарнире А со стороны звена 1 на звено 2), $\bar{R}_{52} = -\bar{R}_{25}$ (реакция в шарнире С со стороны звена 5 на звено 2), \bar{F}_{u2} (сила инерции центра масс звена 2), \bar{G}_2 (сила тяжести звена 2), \bar{F}_{u3} (сила инерции центра масс звена 3), \bar{G}_3 (сила тяжести звена 3), \bar{R}_{63} (реакция в шарнире U со стороны стойки 6 на звено 3), $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$ (реакция в точке D со стороны звена 5 на звено 3), пары сил инерции с моментами M_{u2} и M_{u3} .

Составляем уравнения равновесия этой группы:

$$\bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{52} + \bar{F}_{u2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{53} + \bar{R}_{63}^{\tau} + \bar{R}_{63}^n = 0.$$

Чтобы найти неизвестную \bar{R}_{12}^{τ} , используем уравнение моментов сил, приложенных к звену 2, относительно точки В:

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0, \quad -R_{12}^{\tau} \cdot l_{AB} + F_{u2} \cdot h_{u2} + G_2 \cdot h_2 + R_{52} \cdot h_{52} - M_{u2} = 0.$$

Это уравнение с одним неизвестным. Отсюда находим

$$R_{12}^{\tau} = \frac{F_{u2} \cdot h_{u2} + G_2 \cdot h_2 + R_{52} \cdot h_{52} - M_{u2}}{l_{AB}} = \frac{1.52 \cdot 0.047 + 0.59 \cdot 0.008 + 4.24 \cdot 0.099 - 0.02}{0.096} \approx 4.96 \text{ Н.}$$

Размеры плеч соответствующих сил $h_{u2} = 0.047$ м, $h_2 = 0.008$ м и $h_{52} = 0.099$ м найдены по чертежу (рис.7) и выражены в метрах.

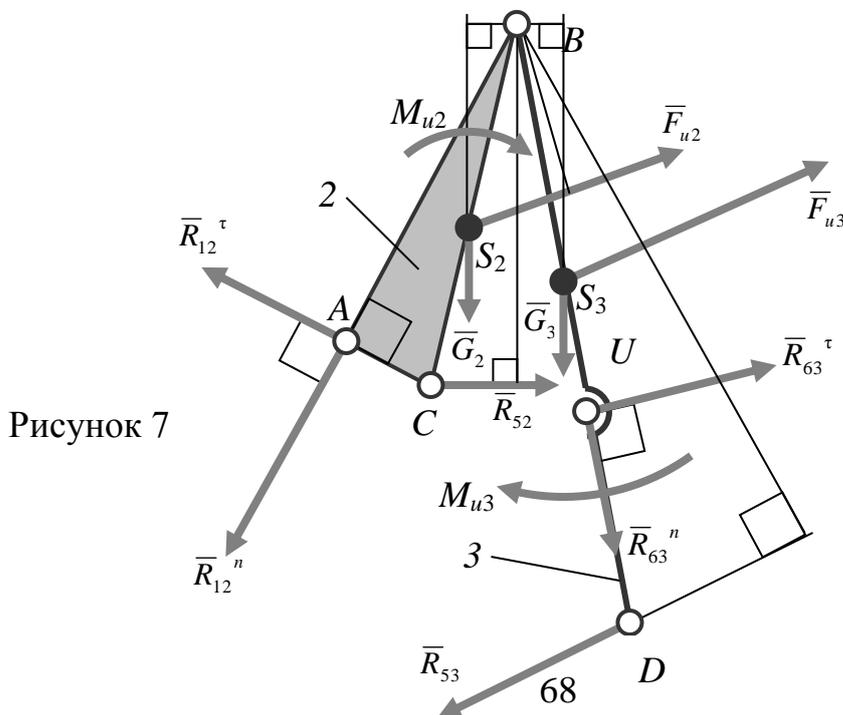
Чтобы найти неизвестную \bar{R}_{63}^{τ} , используем уравнение моментов сил, приложенных к звену 3, относительно точки В:

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0, \quad R_{63}^{\tau} \cdot l_{BU} + F_{u3} \cdot h_{u3} - G_3 \cdot h_3 - R_{53} \cdot h_{53} - M_{u3} = 0,$$

Из этого уравнения находим

$$R_{63}^{\tau} = \frac{-F_{u3} \cdot h_{u3} + G_3 \cdot h_3 + R_{53} \cdot h_{53} + M_{u3}}{l_{BU}} = \frac{-0.61 \cdot 0.077 + 0.78 \cdot 0.008 + 7.82 \cdot 0.148 + 0.074}{0.1} \approx 11.9 \text{ Н.}$$

Инерционная нагрузка на звенья группы Ассура 2 – 3



Строим план сил (рис. 8) в масштабе $\mu_F = 0.05 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$.

Отложим от точки a силу \bar{R}_{12}^τ в виде отрезка

$$(ab) = \frac{R_{12}^\tau}{\mu_F} = \frac{4.96}{0.05} \approx 99 \text{ мм},$$

от точки b откладываем силу \bar{F}_{u2} в виде отрезка

$$(bc) = \frac{F_{u2}}{\mu_F} = \frac{1.52}{0.05} = 30.5 \text{ мм},$$

далее от точки c откладываем силу \bar{G}_2 в виде отрезка

$$(cd) = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{0.59}{0.05} \approx 12 \text{ мм}.$$

От точки d откладываем силу \bar{R}_{52} в виде отрезка

$$(de) = \frac{R_{52}}{\mu_F} = \frac{4.24}{0.05} \approx 85 \text{ мм}.$$

От точки e откладываем силу \bar{F}_{u3} в виде отрезка

$$(ef) = \frac{F_{u3}}{\mu_F} = \frac{0.612}{0.05} \approx 12 \text{ мм},$$

План сил группы звеньев 2 и 3

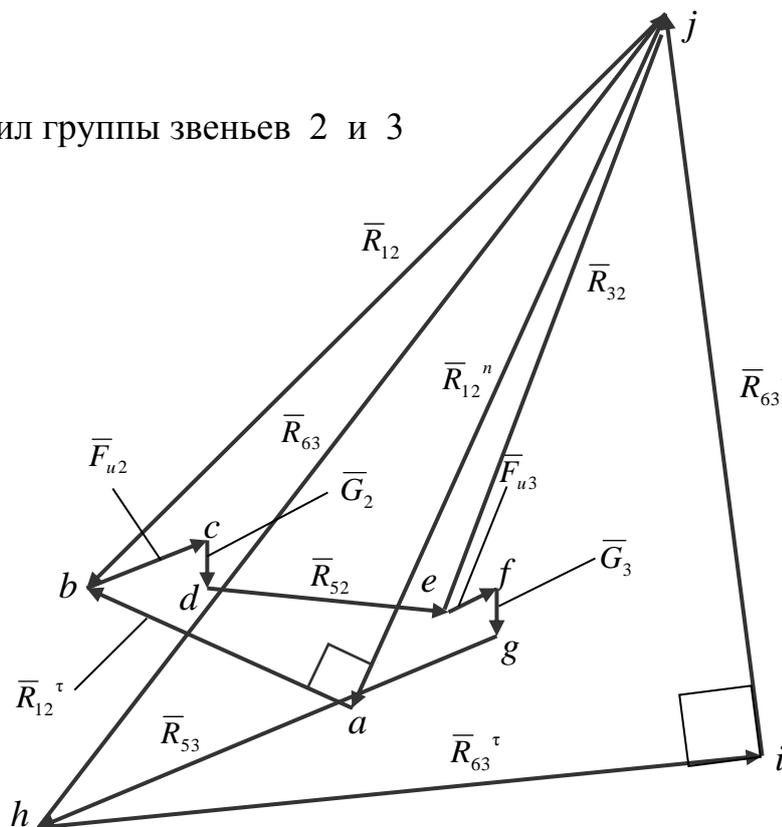


Рисунок 8

далее, от точки f откладываем силу \bar{G}_3 в виде отрезка

$$(fg) = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{0.784}{0.05} \approx 16 \text{ мм.}$$

От точки g откладываем силу \bar{R}_{53} в виде отрезка

$$(gh) = \frac{R_{53}}{\mu_F} = \frac{7.82}{0.05} \approx 156 \text{ мм.}$$

Отложим от точки h силу \bar{R}_{63}^τ в виде отрезка

$$(hi) = \frac{R_{63}^\tau}{\mu_F} = \frac{11.9}{0.05} \approx 238 \text{ мм.}$$

Через точку a проводим прямую, параллельную линии AB . Это будет линия действия силы \bar{R}_{12}^n , а через точку i – прямую, параллельную линии BD . Она будет линией действия силы \bar{R}_{63}^n . Находим точку пересечения j этих двух прямых.

Отрезок (aj) в масштабе μ_F даёт искомую реакцию \bar{R}_{12}^n , а отрезок (ij) в том же масштабе – реакцию \bar{R}_{63}^n . Отрезок (jb) даёт полную реакцию \bar{R}_{12} , и, наконец, отрезок (jh) даёт полную искомую реакцию \bar{R}_{63} .

$$\text{Реакция } R_{12}^n = (ja) \cdot \mu_F = 253 \cdot 0,05 = 12,7 \text{ Н.}$$

$$\text{Полная реакция } R_{12} = (jb) \cdot \mu_F = 271 \cdot 0,05 = 13,6 \text{ Н.}$$

$$\text{Реакция } R_{63}^n = (ij) \cdot \mu_F = 256 \cdot 0,05 = 12,8 \text{ Н.}$$

$$\text{Полная реакция } R_{63} = (hj) \cdot \mu_F = 349 \cdot 0,05 = 17,5 \text{ Н.}$$

Для нахождения реакции \bar{R}_{32} напишем условие равновесия звена 2:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{u2} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{52} + \bar{R}_{32} = 0.$$

Из плана сил видно, что отрезок (ej) в масштабе μ_F соответствует искомой реакции \bar{R}_{32} . Реакция $R_{32} = (ej) \cdot \mu_F = 211 \cdot 0,05 = 10,6 \text{ Н.}$

2.3.6 Силовой расчёт ведущего звена

К звену 1 приложены силы: $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ (реакция в шарнире A со стороны звена 2 на звено 1), \bar{F}_y (уравновешивающая сила, приложенная в шарнире A перпендикулярно кривошипу OA), \bar{F}_{u1} (сила инерции центра масс звена 1, приложенная в середине звена S_1), \bar{G}_1 (сила тяжести, приложенная там же) и \bar{R}_{61} (реакция в неподвижном шарнире O).

Силовая нагрузка на ведущее звено

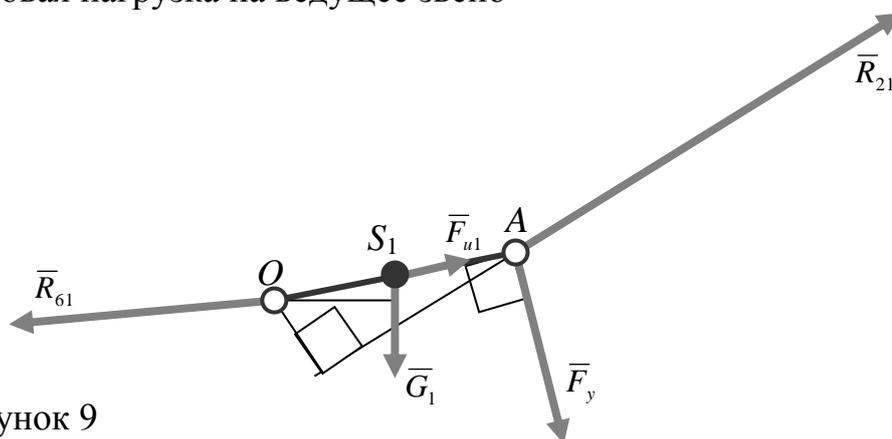


Рисунок 9

Из этих сил (рис. 9) неизвестными являются две силы: \bar{F}_y (неизвестен модуль) и \bar{R}_{61} (неизвестны модуль и направление).

Из равенства нулю суммы моментов относительно точки O сил, приложенных к кривошипу (звену 1), находим величину момента уравновешивающей пары сил:

$$\sum M_O(\bar{F}_i) = 0, \\ -M_y + R_{21} \cdot h_{21} - G_1 \cdot h_1 = 0, \quad -F_y \cdot l_{OA} + R_{21} \cdot h_{21} - G_1 \cdot h_1 = 0.$$

Отсюда находим уравновешивающую силу \bar{F}_y , считая её приложенной в точке A и действующей перпендикулярно к кривошипу:

$$F_y = \frac{R_{21} \cdot h_{21} - G_1 \cdot h_1}{l_{OA}} = \frac{13.6 \cdot 0.0234 - 2.45 \cdot 0.024}{0.05} \approx 5.18 \text{ Н.}$$

Для определения реакции \bar{R}_{61} неподвижного звена 6 (стойки) на звено 1 составим уравнение равновесия сил, приложенных к кривошипу:

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}_y + \bar{F}_{u1} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{61} = 0.$$

Строим план сил (рис. 10) по уравнению равновесия в том же масштабе сил $\mu_F = 0.05 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$. Отложим реакцию \bar{R}_{21} от произвольно взятой точки a в виде отрезка (ab) :

$(ab) = \frac{R_{21}}{\mu_F} = \frac{13.6}{0.05} = 272 \text{ мм}$, уравновешивающую силу \bar{F}_y – в виде отрезка (bc)

$$(bc) = \frac{F_y}{\mu_F} = \frac{5.18}{0.05} \approx 104 \text{ мм}, \text{ силу инерции } \bar{F}_{u1} \text{ – в виде } (cd) = \frac{F_{u1}}{\mu_F} = \frac{1.4}{0.05} = 28 \text{ мм},$$

вес кривошипа \bar{G}_1 – в виде $(de) = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{2.45}{0.05} = 49 \text{ мм}$. Отсюда находим модуль реакции \bar{R}_{61} по длине отрезка (ea)

$$R_{61} = (ea) \cdot \mu_F = 254 \cdot 0.05 = 12.75 \text{ Н.}$$

На этом заканчиваем кинетостатическое исследование механизма.

План сил ведущего звена

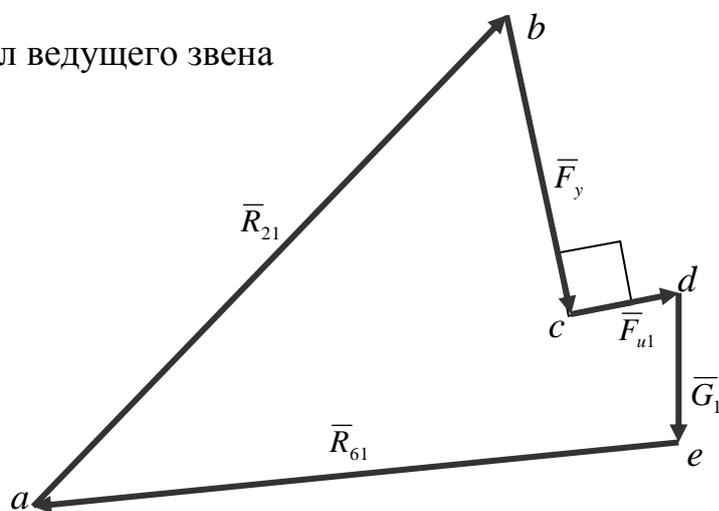


Рисунок 10

IV. Детали машин

Задания. Расчет типов передач.

Указание к заданиям

Каждое из 10 заданий содержит 10 вариантов. Для выполнения работы обязательным является по заданию, которое соответствует последней цифре шифра студента, и тот вариант этого задания, который соответствует предпоследней цифре шифра студента. Например, студент, имеющий шифр 382, должен выполнить восьмой вариант второго задания. Если последняя цифра шифра ноль, то студент должен выполнить десятое задания. Если предпоследняя цифра шифра ноль, то следует выполнить десятый вариант задания.

Задание 1. Спроектировать привод к конвейеру по схеме на рис. 1. Мощность на ведомом валу редуктора P_3 и угловая скорость вращения этого вала ω_3 приведены в таб.1

Таблица 1

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
ω_3 рад/с	2π	$2,2\pi$	$2,3\pi$	$2,5\pi$	$2,7\pi$	$2,8\pi$	3π	$3,2\pi$	$3,3\pi$	$3,4\pi$

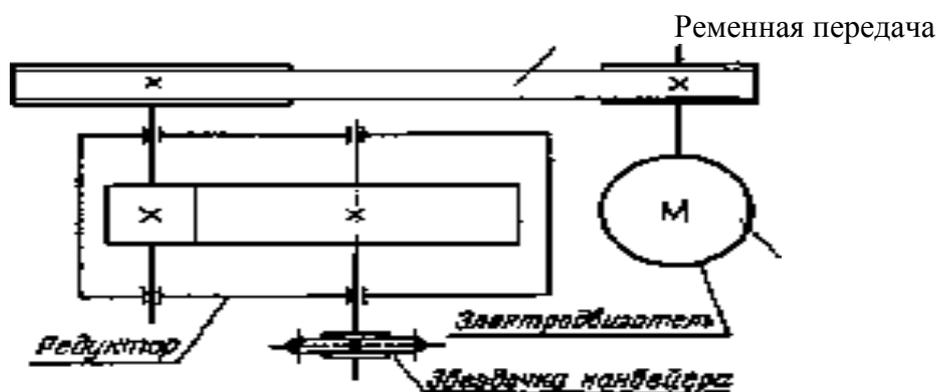


Рис.1

Задание 2. Спроектировать привод к ленточному конвейеру по схеме на рис.2. Окружное усилие на барабане F_t , окружная скорость барабана v и диаметр барабана D приведены в табл. 2

Таблица 2

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_t кН	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
v м/с	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2
D мм	350	325	300	275	250	225	200	225	250	300

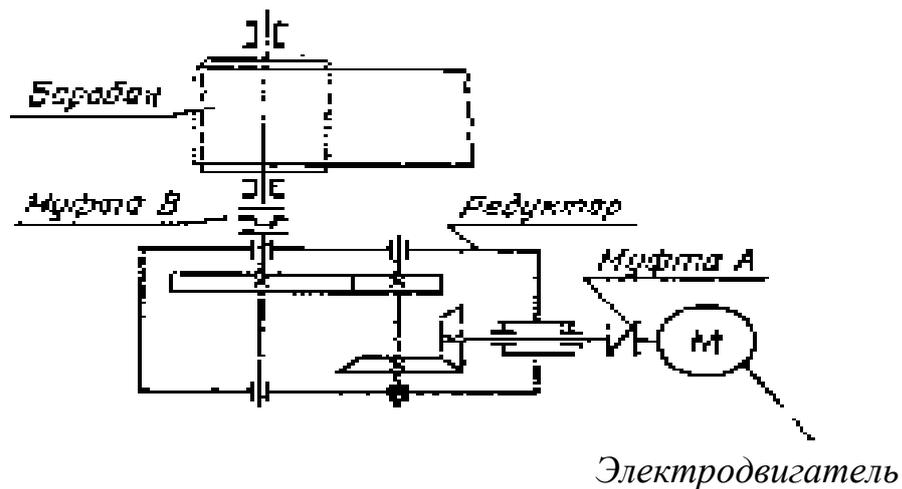


Рис.2.

Задание 3. Спроектировать привод к конвейеру по схеме на рис. 3. Мощность на ведомой звездочке цепной передачи P_3 , угловая скорость вращения этого колеса ω_3 приведены в таб.3

Таблица 3

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ω_3 рад/с	$1,8\pi$	$1,5\pi$	$1,3\pi$	$1,2\pi$	π	$0,8\pi$	$0,7\pi$	$0,8\pi$	π	$1,2\pi$

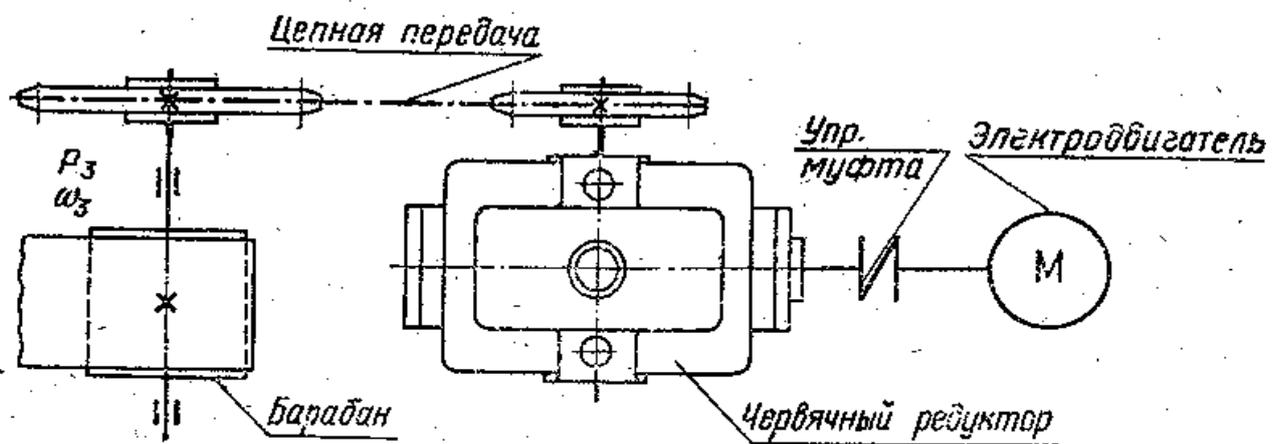


Рис.3.

Задание 4. Спроектировать привод к ленточному конвейеру по схеме на рис.4. Мощность на ведомом валу редуктора P и угловая скорость вращения вала ω_3 приведены в таб.4

Таблица 4

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	10	9	8	7	6	6	7	8	9	10
ω_3 рад/с	3π	$3,1\pi$	$3,2\pi$	$3,3\pi$	$3,4\pi$	$3,5\pi$	$3,6\pi$	$3,7\pi$	$3,8\pi$	$3,9\pi$

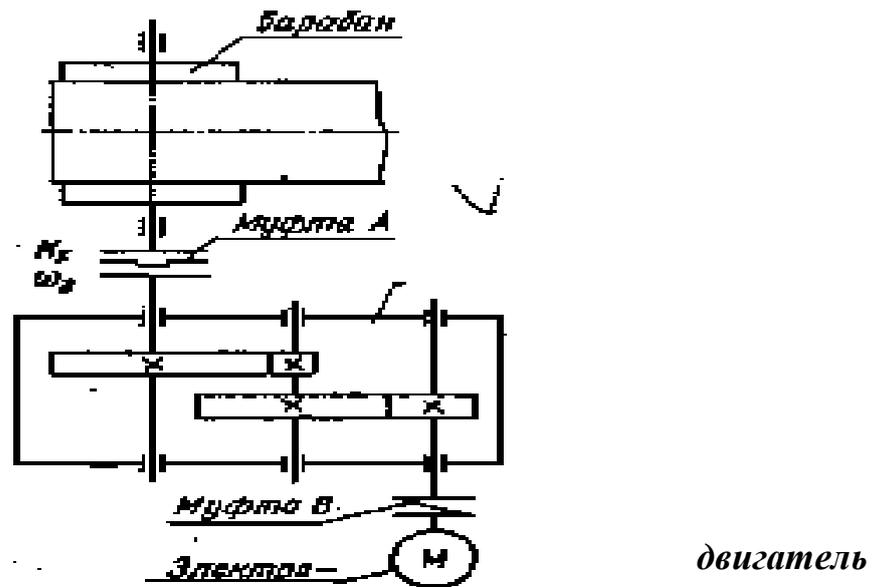


Рис.4.

Задание 5. Спроектировать привод к ленточному конвейеру по схеме на рис.5. Мощность на ведомой звездочке цепной передачи и угловая скорость вращения ее ω_3 приведены в таб.5

Таблица 5

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7
ω_3 рад/с	$2,5\pi$	$2,6\pi$	$2,8\pi$	$2,9\pi$	3π	$3,1\pi$	$3,2\pi$	$3,3\pi$	$3,3\pi$	$3,4\pi$

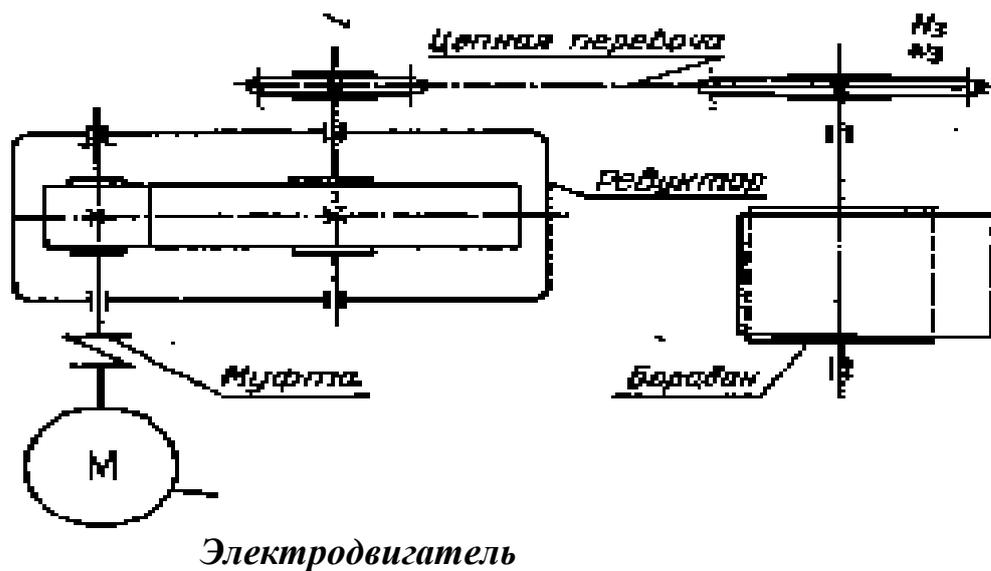


Рис.5.

Задание 6. Спроектировать привод к цепному конвейеру по схеме на рис.6. Мощность на ведомом колесе зубчатой передачи P_3 и угловая скорость вращения этого колеса ω_3 приведены в табл.6

Таблица 6

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	10	9,5	9	8,5	8	8	8,5	9	9,5	10
ω_3 рад/с	$1,1\pi$	$1,2\pi$	$1,3\pi$	$1,4\pi$	$1,5\pi$	$1,6\pi$	$1,7\pi$	$1,8\pi$	$1,9\pi$	2π

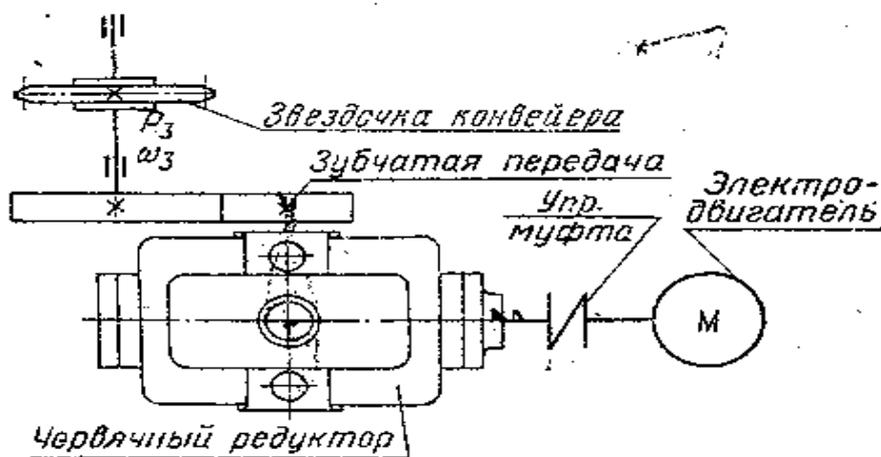


Рис. 6

Задание 7. Рассчитать коническую передачу с круговыми зубьями для редуктора привода ленточного транспортера по схеме на рис.7. и проверить передачу на контактную усталость рабочих поверхностей зубьев. Если мощность на ведущем валу редуктора P_1 и угловая скорость вала ω_1 приведены в табл. 7

Таблица 7

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1 кВт	4	5,5	7,5	11	15,5	3	4	5	6	10,5
ω_1 рад/с	$1,1\pi$	$1,2\pi$	$1,3\pi$	$1,4\pi$	$1,5\pi$	$1,6\pi$	$1,7\pi$	$1,8\pi$	$1,9\pi$	2π

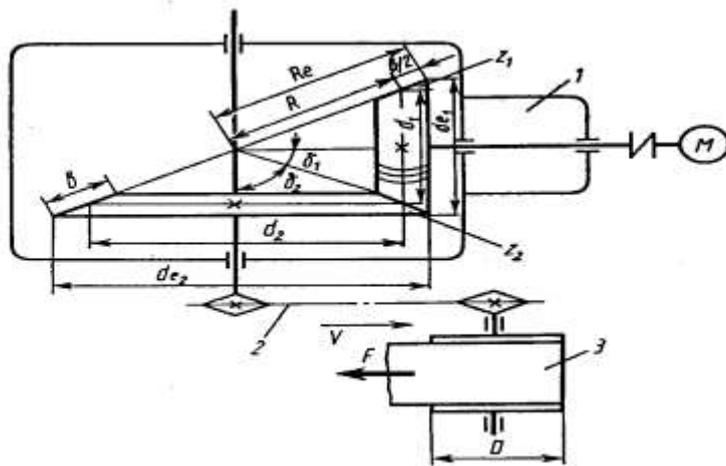


Рис.7

Задание 8. Спроектировать привод к ленточному конвейеру по схеме на рис.8. Мощность на ведомом валу редуктора P_3 и угловая скорость вращения этого вала ω_3 приведены в таб.8

Таблица 8

Величин <i>a</i>	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
ω_3 рад/с	$2,3\pi$	$2,2\pi$	2π	$1,8\pi$	$1,7\pi$	$1,8\pi$	2π	$2,2\pi$	$2,3\pi$	$2,4\pi$

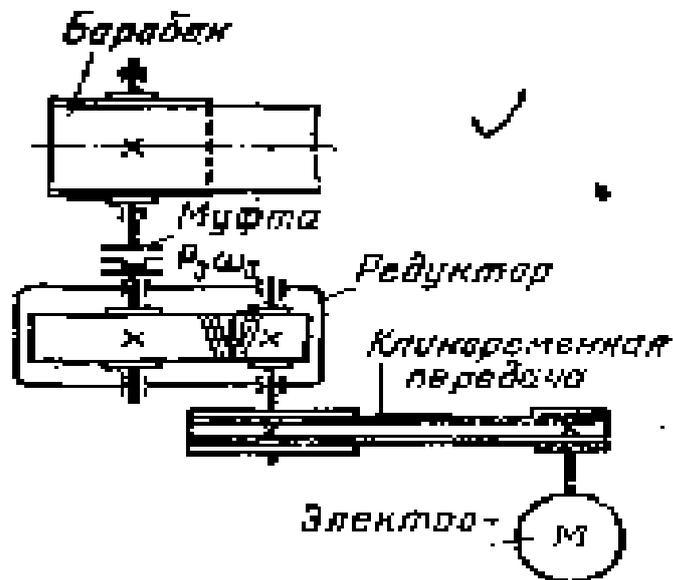


Рис. 8

Задание 9. Спроектировать привод к цепному конвейеру по схеме на рис.9. Окружное усилие на тяговых звездочках F_t , окружная скорость этих звездочек U , шаг тяговых цепей t и число зубьев звездочки z приведены в табл.9

Таблица 9

Величин	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_t , кН	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2	1,9	1,8	1,7	1,6
U м/с	0,7	0,8	0,9	1	0,7	0,8	0,8	1	0,7	0,8
t мм	160	160	125	125	125	100	100	100	80	80
z	13	12	10	9	8	12	13	10	9	8

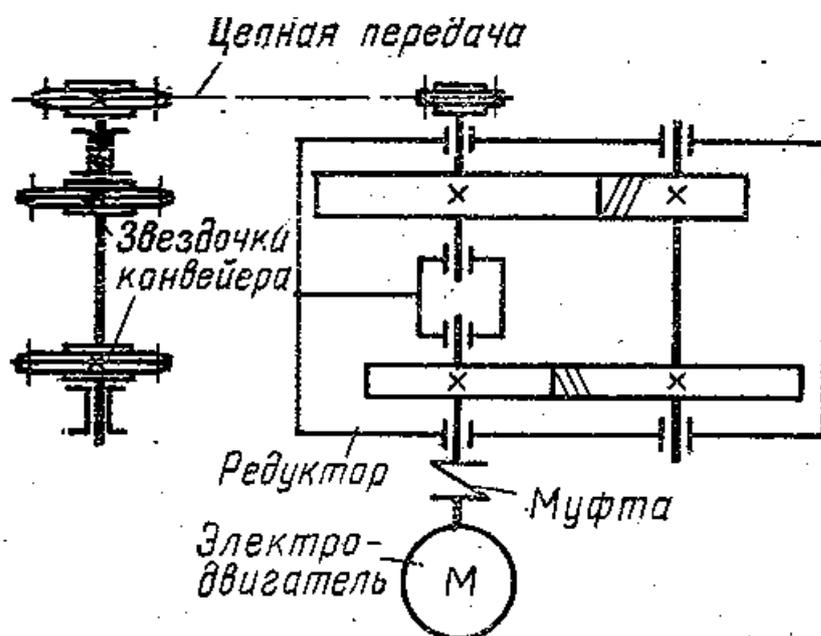
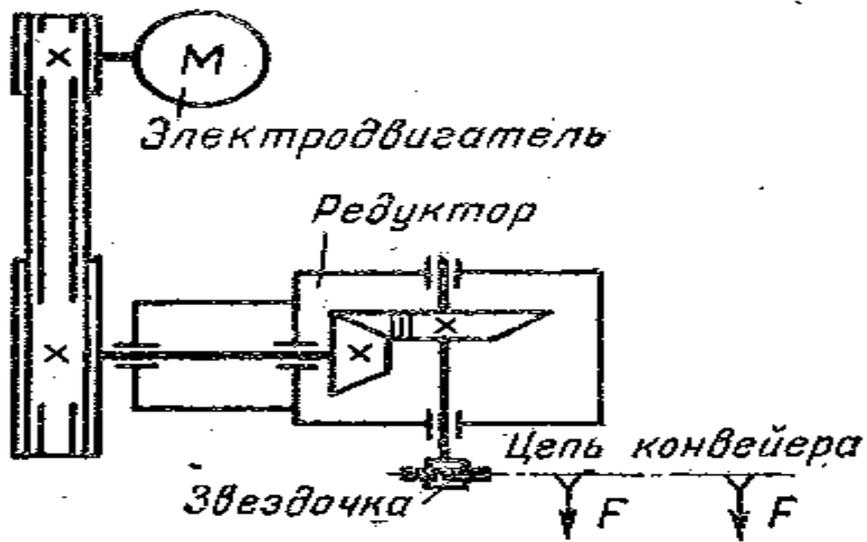


рис.9

Задание 10. Спроектировать привод к цепному конвейеру по схеме на рис.10. Мощность на ведомом колесе зубчатой передачи P_3 и угловая скорость вращения его ω_3 приведены в табл.10

Таблица 10

Величин	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_3 кВт	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9
ω_3 рад/с	3π	3π	3π	3π	3π	4π	4π	4π	4π	4π



2.Пример. Расчет типов передач.

2.1. Проектирование привода с одноступенчатым цилиндрическим косозубым редуктором и цепной передачей из стали повышенной твердости

Задание на проектирование

Спроектировать одноступенчатый горизонтальный цилиндрический косозубый редуктор и цепную передачу для привода к ленточному конвейеру (рис. 1). Исходные данные: полезная сила на ленте конвейера $F_n = 8,55$ кН; скорость ленты $v_n = 1,3$ м/с; диаметр барабана $D_6 = 400$ мм. Редуктор неререверсивный, предназначен для длительной эксплуатации; работа односменная; валы установлены на подшипниках качения.

I. Расчет и конструирование

I. Выбор электродвигателя и кинематический расчет

КПД пары цилиндрических зубчатых колес $\eta = 0,98$;

коэффициент, учитывающий потери пары подшипников качения, $\eta_2=0,99$;

КПД открытой цепной передачи $\eta_3=0,92$;

коэффициент, учитывающий потери в опорах вала приводного барабана, $\eta_4=0,99$.

Общий КПД привода

$$\eta = \eta_1 \eta_2^1 \eta_3 \eta_4 = 0,98 \cdot 0,99^2 \cdot 0,92 \cdot 0,99 = 0,875$$

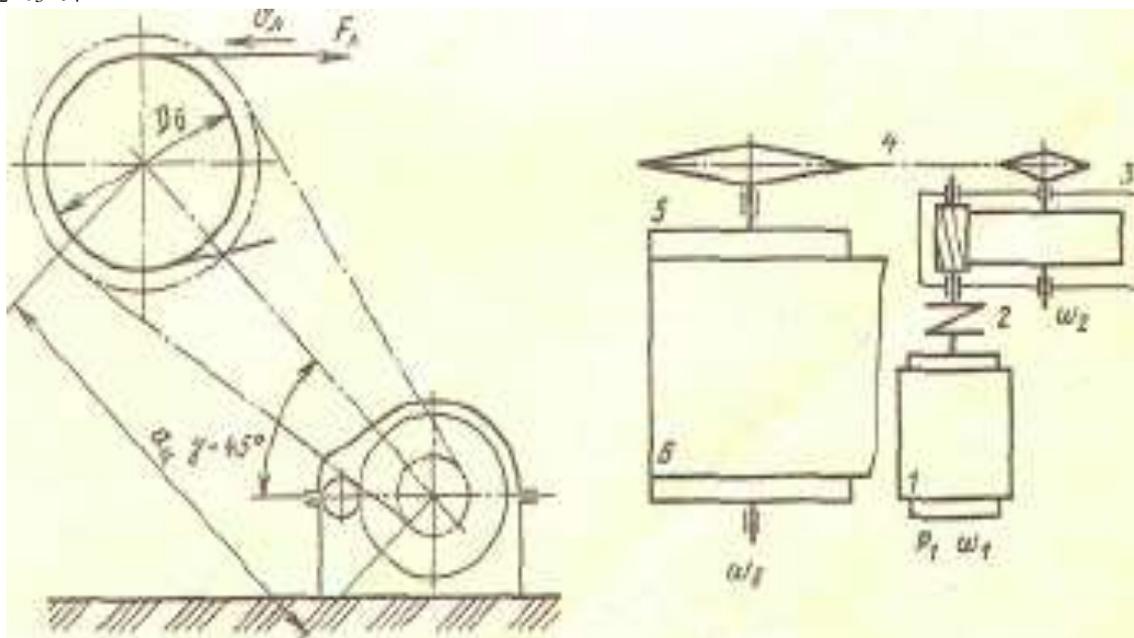


Рис. 1. Привод ленточного конвейера с цилиндрическим редуктором и цепной передачей: 1- электродвигатель; 2-муфта; 3- одноступенчатый редуктор; 4- цепная передача; 5-приводной барабан; 6- лента конвейерная.

Мощность на валу барабана $P_{\sigma} = F_{\lambda} v_{\lambda} = 8,55 \cdot 1,3 = 11,1 \text{ кВт}$

Требуемая мощность электродвигателя

$$P_{TP} = \frac{P_{\sigma}}{\eta} = \frac{11,1}{0,875} = 12,7 \text{ кВт}.$$

Угловая скорость барабана

$$\omega_{\sigma} = \frac{2v_{\lambda}}{D_{\sigma}} = \frac{2 \cdot 1,3}{0,4} = 6,5 \text{ рад/с}.$$

Частота вращения барабан

$$n_{\sigma} = \frac{30\omega_{\sigma}}{\pi} = \frac{30 \cdot 6,5}{3,14} = 62 \text{ об/мин}.$$

По требуемой мощности $P_{mp} = 12,8 \text{ кВт}$ выбираем электродвигатель, трехфазный короткозамкнутый серии 4А закрытый обдуваемый с синхронной частотой вращения 1000 об/мин 4А160М6УЗ с параметрами

$P_{дв} = 15,0 \text{ кВт}$ и скольжением $2,6\%$ (ГОСТ19523–81).

Номинальная частота вращения $n_{дв} = 1000 - 26 = 974 \text{ об/мин}$,

а угловая скорость $\omega_{дв} = \frac{\pi n_{дв}}{30} = \frac{3,14 \cdot 974}{30} = 101,5 \text{ рад/с}.$

Общее передаточное отношение привода $i = \frac{\omega_{дв}}{\omega_{\sigma}} = \frac{101,5}{6,5} = 15,65$

Частные передаточные числа можно принять: для редуктора по

ГОСТ 21895-66 $u_p = 5$, для цепной передачи $u_{ц} = \frac{15,65}{5} = 3,14$

Частоты вращения и угловые скорости валов редуктора и приводного барабана:

Вал В	$n_1 = n_{дв} = 974 \text{ об/мин}$	$\omega = \omega_{дв} = 101,5 \text{ рад/с}$
Вал С	$n_1 = \frac{n_1}{u_p} = \frac{974}{5} = 194 \text{ об/мин}$	$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_p} = \frac{101,5}{5} = 20,3 \text{ рад/с}$
Вал А	$n_{\sigma} = 62 \text{ об/мин}$	$\omega_{\sigma} = 6,5 \text{ рад/с}$

Вращающие моменты :

на валу шестерни

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_{TP}}{\omega_1} = \frac{12,7 \cdot 10^3}{101,5} = 125 \text{ Н} \cdot \text{м} = 125 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

на валу колеса

$$T_2 = T_1 u_p = 125 \cdot 10^3 \cdot 5 = 625 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

II. Расчет редуктора

Проведем этот расчет для того, чтобы показать, как влияет твердость зубьев на размеры редуктора.

Примем материалы: для шестерни сталь 40XH, термообработка – объемная закалка до твердости HRC 50; для колеса та же сталь 40XH, термообработка – объемная закалка до твердости HRC 45,

Допускаемые контактные напряжения

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \text{ limb}} K_{HL}}{[S_H]}$$

Предел контактной выносливости при базовом числе циклов для выбранного материала

$$\sigma_{H \text{ limb}} = 18 \text{ HRC} + 150.$$

Коэффициент долговечности при длительной эксплуатации редуктора, когда число циклов нагружения больше базового, $K_{KL} = 1$;

Коэффициент безопасности при объемной закалке $[S_H] = 1,2$.

Допускаемое контактное напряжение для шестерни

$$[\sigma_{H1}] = \frac{(18 \text{ HRC} + 150) K_{HL}}{[S_H]} = \frac{(18 \cdot 50 + 150) 1}{1,2} = 875 \text{ МПа}$$

допускаемое контактное напряжение для колеса

$$[\sigma_{H2}] = \frac{(18 \cdot 45 + 150) 1}{1,2} = 800 \text{ МПа}.$$

Для косозубых колеса расчетное допускаемое контактное напряжение

$$[\sigma_H] = 0,45([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]) = 0,45(875 + 800) = 755 \text{ МПа}$$

Коэффициент нагрузки для несимметричного расположения зубчатых колес относительно опор (этим мы учитываем натяжение от цепной передачи) при повышенной твердости зубьев примем $K_{H\beta} = 1,35$.

Коэффициент ширины венца по межосевому расстоянию принимаем $\psi_{ba} = \frac{b}{a_w} = 0,250$. Для колес повышенной твердости следует принимать значения

ψ_{ba} меньшие, чем колес нормальной твердости. В примере, разобранным выше, для колес нормальной твердости был принят коэффициент $\psi_{ba} = 0,4$.

Межосевое расстояние из условия контактной выносливости активных поверхностей зубьев[

$$a_w = K_a (u+1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 u^2 \psi_{ba}}} = 43(5+1) \sqrt[3]{\frac{625 \cdot 10^3 \cdot 1.35}{755^2 \cdot 5^2 \cdot 0.250}} = 160 \text{ мм.}$$

Примем по ГОСТ 2185 – 66 , $a_w = 160$ мм. Напомним, что в примере, разобранным выше, межосевое расстояние было $a_w = 200$ мм.

Нормальный модуль зацепления

$$m_n = (0,01 \div 0,02) a_w = (0,01 \div 0,02) 160 = 1,60 \div 3,20 \text{ мм}$$

По ГОСТ 9563 – 60 принимаем $m_n = 2$ мм.

Примем предварительно угол наклона зубьев $\beta = 10^\circ$ и определим числа зубьев шестерни и колеса:

$$z_1 = \frac{2a_w \cos \beta}{(u+1)m_n} = \frac{2 \cdot 160 \cdot \cos 10^\circ}{(5+1)2,0} = \frac{320 \cdot 0,985}{12} = 26,2;$$

принимаем $z_1 = 26$; тогда $z_2 = z_1 u = 26 \cdot 5 = 130$

Уточняем значение угла наклона зубьев:

$$\cos \beta = \frac{(z_1 + z_2)m_n}{2a_w} = \frac{(26 + 130)2,0}{2 \cdot 160} = 0,9750; \beta = 12^\circ 50' .$$

Основные размеры шестерни и колеса.

Делительные диаметры

$$d_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 = \frac{2,0 \cdot 26}{0,975} = 53,25 \text{ мм};$$

$$d_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 = \frac{2,0 \cdot 130}{0,975} = 266,75 \text{ мм.}$$

Проверка

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{53,25 + 266,75}{2} = 160 \text{ мм}$$

Диаметры вершин зубьев

$$d_{a1} = d_1 + 2 m_n = 53,25 + 2 \cdot 2,0 = 57,25 \text{ мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 m_n = 266,75 + 2 \cdot 2,0 = 270,75 \text{ мм};$$

Ширина колеса $b_2 = \psi_{ba} a_w = 0,25 \cdot 160 = 40$ мм.

Ширина шестерни $b_1 = b_2 + 5$ мм = 45 мм.

В примере, разобранным выше ширине колеса была $b_2 = 80$ мм, а шестерни - $b_1 = 85$ мм.

Коэффициент ширины шестерни по диаметру

$$\psi_{bd} = \frac{b_1}{d_1} = \frac{45}{53,25} = 0,85$$

Окружная скорость колес

$$v = \frac{\omega_1 d_1}{2} = \frac{101,5 \cdot 53,25}{2 \cdot 10^3} = 2,7 \text{ м/с,}$$

где $\omega_1 = 101,5$ рад/с.

При данной скорости и повышенной твердости принимаем 8-ю степень точность.

Определяем коэффициент нагрузки для проверки контактных напряжений

$$K_H = K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{H\beta}$$

При $\psi_{bd} = 0,85$ для несимметричного расположения колес повышенной твердости $K_{H\beta} = 1,23$.

Для 8-й степени точности и скорости $2,7\text{ м/с}$ $K_{H\alpha} = 1,08$.

Для косозубых колес при скорости $2,7\text{ м/с}$ и повышенной твердости $K_{H\beta} = 1,0$.

Таким образом,

$$K_H = 1,23 \cdot 1,08 \cdot 1 = 1,325.$$

Проверка контактных напряжений

$$[\sigma_H] = \frac{270}{a_w} \sqrt{\frac{T_2 K_H (u+1)^3}{b_2 u^2}} = \frac{270}{160} \sqrt{\frac{625 \cdot 10^3 \cdot 1,325 (5+1)^3}{40 \cdot 25}} = 712 \text{ МПа} < [\sigma_H].$$

Силы, действующие в зацеплении:

окружная $F_t = \frac{2T_2}{d} = \frac{2 \cdot 625 \cdot 10^3}{266,75} = 4700 \text{ Н};$

радиальная $F_r = F_t \frac{\text{tg} \alpha}{\cos \beta} = 4700 \frac{\text{tg} 20^\circ}{\cos 12^\circ 50'} = 1750 \text{ Н};$

осевая $F_a = F_t \text{tg} \beta = 4700 \text{tg} 12^\circ 50' \approx 1040 \text{ Н}$

Проверка зубьев на выносливость по напряжениям изгиба

$$\sigma_F = \frac{F_t K_F Y_F Y_\beta K_{F\alpha}}{b m_n} \leq [\sigma_F]$$

Коэффициент нагрузки $K_F = K_{F\beta} K_{F\beta}$.

При $\psi_{bd} = 0,85$ несимметричном расположении зубчатых колес относительно опор и повышенной твердости $K_{F\beta} = 1,31$.

Для 8-й степени точности, скорости $v = 2,7\text{ м/с}$ и повышения твердости $K_{F\beta} = 1,1$.

Таким образом, $K_F = 1,31 \cdot 1,1 \approx 1,45$.

Коэффициент, учитывающий форму зуба, Y_F выбираем в зависимости от эквивалентных чисел зубьев z_{g1} и z_{g2} :

для шестерни $z_{g1} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{26}{0,975^3} \approx 28;$

для колеса $z_{g2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{130}{0,975^3} \approx 140.$

При этом $Y_{F1} = 3,84$ и $Y_{F2} = 3,60$.

Допускаемое напряжение $[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F \text{ limb}}^0}{[S_F]}$.

Здесь для стали 40НХ при объемной закалке предел выносливости при отнулевом цикле изгиба $\sigma_{F \text{ limb}}^0 = 500 \text{ МПа}$.

Коэффициент безопасности $[S_F] = [S_F]' [S_F]'' = 1,80$; $[S_F]' = 1,80$; для поковок и штамповок $[S_F]'' = 1$.

Допускаемое напряжения при расчете на выносливость для шестерни и колеса

$$[\sigma_F] = \frac{500}{1,80} = 2,78 \text{ МПа.}$$

Находим отношения

$$\frac{[\sigma_F]}{Y_{F1}} = \frac{278}{3,84} = 72 \text{ МПа;}$$

$$\frac{[\sigma_F]}{Y_{F2}} = \frac{278}{3,60} = 77,5 \text{ МПа;}$$

Дальнейший расчет Y_β учитываем повышение прочности косых зубьев по сравнению с прямыми :

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{140} = 1 - \frac{12,8}{140} = 0,91.$$

Коэффициент $K_{F\alpha}$ учитываем распределение нагрузки между зубьями. По формуле, приведенной в *ГОСТ 21354 – 75*,

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n - 5)}{4\varepsilon_\alpha},$$

где ε_α - коэффициент торцового перекрытия и n – степень точности зубчатых колес.

Примем среднее значение $\varepsilon_\alpha = 1,5$; выше была принята 8-я степень точности.

Тогда

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (1,5 - 1)(8 - 5)}{4 \cdot 1,5} = 0,92.$$

Проверяем зуб шестерни по формуле :

$$\sigma_{F1} = \frac{4700 \cdot 1,45 \cdot 3,84 \cdot 0,91 \cdot 0,92}{45 \cdot 2} = 246 \text{ МПа} \leq [\sigma_F]$$

2.2. Проектирование привода с одноступенчатым коническим прямозубым редуктором и цепной передачей

Задание на проектирование

Спроектировать одноступенчатый горизонтальный конический прямозубый редуктор и цепную передачу для привода к ленточному конвейеру (рис. 2). Исходные данные: полезная сила на ленте конвейера $F_d = 8,55$ кН; скорость ленты $v_d = 1,3$ м/с; диаметр барабана $D_b = 400$ мм. Редуктор неревверсивный, предназначен для длительной эксплуатации; работа односменная; валы установлены на подшипниках качения.

I. Расчет и конструирование

II. Выбор электродвигателя и кинематический расчет

КПД пары конических зубчатых колес $\eta = 0,97$;

коэффициент, учитывающий потери пары подшипников качения, $\eta_2 = 0,99$;

КПД открытой цепной передачи $\eta_3 = 0,92$;

коэффициент, учитывающий потери в опорах вала приводного барабана, $\eta_4 = 0,99$.

Общий КПД привода

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 = 0,97 \cdot 0,99^2 \cdot 0,92 \cdot 0,99 = 0,869$$

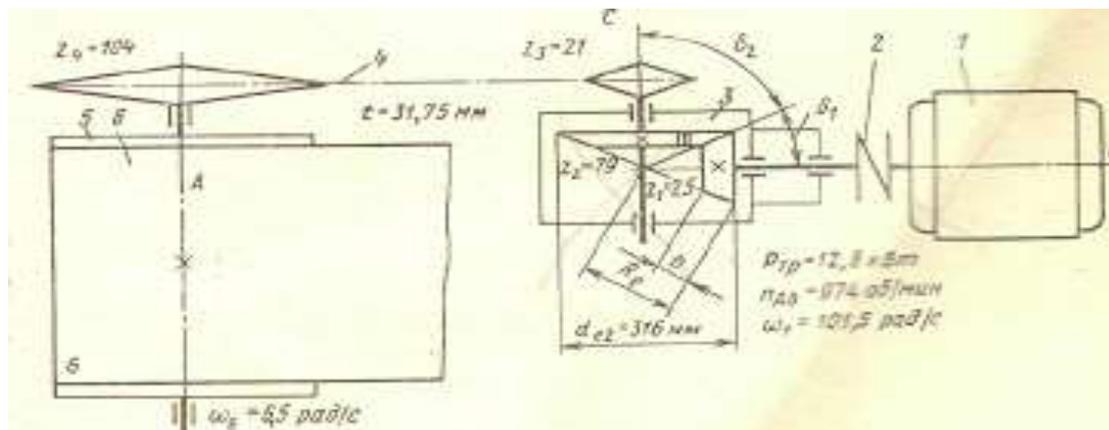


Рис. 2. Привод ленточного конвейера с коническим редуктором и цепной передачей:

1-электродвигатель; 2- муфта; 3- одноступенчатый редуктор; 4- цепная передача; 5- приводной барабан; 6- лента конвейерная; А – вал барабана; В-вал электродвигателя и 1-й вал редуктора; С- 2-й. вал редуктора

Мощность на валу барабана $P_{\sigma} = F_{\lambda} v_{\lambda} = 8,55 \cdot 1,3 = 11,1 \text{ кВт}$

Требуемая мощность электродвигателя

$$P_{TP} = \frac{P_{\sigma}}{\eta} = \frac{11,1}{0,869} = 12,8 \text{ кВт}$$

Угловая скорость барабана

$$\omega_{\sigma} = \frac{2v_{\lambda}}{D_{\sigma}} = \frac{2 \cdot 1,3}{0,4} = 6,5 \text{ рад/с}$$

Частота вращения барабан

$$n_{\sigma} = \frac{30\omega_{\sigma}}{\pi} = \frac{30 \cdot 6,5}{3,14} = 62 \text{ об/мин}$$

Требуемой мощностью $P_{TP} = 12,8 \text{ кВт}$ выбираем электродвигатель, трехфазный короткозамкнутый серии 4А закрытый обдуваемый с синхронной частотой вращения 1000 об/мин 4А160М6У3 с параметрами

$P_{ДВ} = 15,0 \text{ кВт}$ и скольжением $2,6\%$ (ГОСТ19523–81).

Номинальная частота вращения $n_{ДВ} = 1000 - 26 = 974 \text{ об/мин}$

угловая скорость $\omega_{ДВ} = \frac{\pi n_{ДВ}}{30} = \frac{3,14 \cdot 974}{30} = 101,5 \text{ рад/с}$

Общее передаточное отношение привода

$$i = \frac{\omega_{ДВ}}{\omega_{\sigma}} = \frac{101,5}{6,5} = 15,65$$

Частные передаточные числа можно принять для редуктора по ГОСТ 12289-76

$u_p = 3,15$; тогда для цепной передачи $u_{ц} = \frac{15,65}{3,15} = 4,97$

Частоты вращения и угловые скорости валов редуктора и приводного барабана:

Вал В	$n_1 = n_{ДВ} = 974 \text{ об/мин}$	$\omega = \omega_{ДВ} = 101,5 \text{ рад/с}$
Вал С	$n_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{974}{3,15} = 306 \text{ об/мин}$	$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_p} = \frac{101,5}{3,15} = 32,2 \text{ рад/с}$
Вал А	$n_{\sigma} = 62 \text{ об/мин}$	$\omega_{\sigma} = 6,5 \text{ рад/с}$

Вращающие моменты

на валу шестерни

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_{TP}}{\omega_1} = \frac{12,8 \cdot 10^3}{101,5} = 126 \text{ Н} \cdot \text{м} = 126 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

на валу колеса

$$T_2 = T_1 u_p = 126 \cdot 10^3 \cdot 3,15 = 400 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

II. Расчет зубчатых колес редуктора

Примем для шестерни и колеса одну и ту же марку стали с различной термообработкой (пологая, что диаметр заготовки шестерни не превысит 120 мм.)

Принимаем для шестерни сталь 40Х улучшенную с твердостью HB 270; для колеса сталь 40Х улучшенную с твердостью HB245.

Допускаемые контактные напряжения

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \text{ limb}} K_{HL}}{[S_H]} = \frac{560 \cdot 1}{1,15} = 485 \text{ МПа}$$

для колеса $\sigma_{H \text{ limb}} = 2HB + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа}$.

При длительной эксплуатации коэффициент долговечности $K_{HL} = 1$

Коэффициент безопасности примем $(S_H) = 1,15$.

Коэффициент K_{HL} при консольном расположении шестерни - $K_{HL} = 1,35$

Коэффициент ширины венца по отношению к внешнему конусному расстоянию $\psi_{bRe} = 0,285$ (рекомендация ГОСТ 12289 -76).

Внешний делительный диаметр колеса $d_{e2} = K_d 3 \sqrt{\frac{T_2 K_{H\beta} u}{[\sigma_H]^2 (1 - 0,5\psi_{bRe})^2 \psi_{bRe}}}$;

в этой формуле прямозубых передач $K_d = 99$; передаточное число $u = u_p = 3,15$;

$$d_{e2} = 99 \sqrt[3]{\frac{400 \cdot 10^3 \cdot 1,35 \cdot 3,15}{485^2 (1 - 0,5 \cdot 0,285)^2 \cdot 0,285}} = 319 \text{ мм}$$

Принимаем по *ГОСТ 12289 – 76* ближайшее стандартное значение $d_{e2}=315\text{мм}$. Примем число зубьев шестерни $z_1=25$.

Число зубьев колеса $Z_2 = Z_1 u = 25 \cdot 3,15 = 78,75$

Примем $Z_2=79$.

Тогда
$$u = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{79}{25} = 3,16$$

Отклонение от заданного $\frac{3,16-3,15}{3,15} \cdot 100 = 0,32\%$, что меньше установленных

ГОСТ 12289-76 3%

Внешний окружной модуль

$$m_e = \frac{d_{e2}}{Z_2} = \frac{315}{79} = 3,98\text{мм} \approx 4\text{мм}$$

(округлять m_e до стандартного значения для конических колес не обязательно).

Уточняем значение $d_{e2} = m_e z_2 = 4 \cdot 79 = 316\text{мм}$

Отклонение от стандартного значения составляет $\frac{316-315}{315} \cdot 100 = 0,32\%$,

что допустимо, так как менее допускаемых 2%.

Углы делительных конусов

$$\text{ctg } \delta_1 = u = 3,16; \quad \delta_1 = 17^\circ 34';$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 17^\circ 34' = 72^\circ 26'.$$

Внешнее конусное расстояние R_e и длина зуба b :

$$R_e = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 4 \sqrt{25^2 + 79^2} = 166\text{мм}$$

$$b = \psi_{bRe} = 0,285 \cdot 166 \approx 47,3\text{мм}$$

Принимаем $b=48\text{мм}$.

Внешний делительный диаметр шестерни

$$d_{e1} = m_e z_1 = 4 \cdot 25 = 100\text{мм}$$

Средний делительный диаметр шестерни

$$d_1 = 2(R_e - 0,5b) \sin \delta_1 = 2(166 - 0,5 \cdot 48) \sin 17^\circ 34' = 85,77\text{мм}.$$

Внешние диаметры шестерни и колеса (по вершинам зубьев)

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2m_e \cos \delta_1 = 100 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 17^\circ 34' = 107,62 \text{ мм};$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2m_e \cos \delta_2 = 316 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 72^\circ 26' = 318,41 \text{ мм}.$$

Средний окружной модуль

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{85,77}{25} = 3,43 \text{ мм}.$$

Коэффициент ширины шестерни по среднему диаметру

$$\psi_{bd} = \frac{b}{d_1} = \frac{48}{85,77} = 0,56.$$

Средняя окружная скорость колес

$$v = \frac{\omega_1 d_1}{2} = \frac{101,5 \cdot 85,77}{2} = 4,35 \text{ м/с}.$$

Для конических передач обычно назначают 7-ю степень точности.

Для проверки контактных напряжений определяем коэффициент нагрузки:

$$K_H = K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{H\nu}.$$

При $\psi_{bd} = 0,56$, консольном расположении колес и твердости $HB < 350$ коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по длине зуба, $K_{H\beta} = 1,23$.

Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении, для прямозубых колес при $v < 5 \text{ м/с}$ $K_{H\nu} = 1,05$.

Таким образом, $K_H = 1,23 \cdot 1,0 \cdot 1,05 = 1,30$.

Проверяем контактное напряжение :

$$\begin{aligned} \sigma_H &= \frac{335}{R_e - 0,5b} \sqrt{\frac{T_2 K_H \sqrt{(u^2 + 1)^3}}{bu^2}} = \\ &= \frac{335}{166 - 0,5 \cdot 48} \sqrt{\frac{400 \cdot 10^3 \cdot 1,30 \sqrt{(3,16^2 + 1)^3}}{48 \cdot 3,16^2}} \approx 470 < [\sigma_H] = 485 \text{ МПа} \end{aligned}$$

Силы в зацеплении:

окружная $F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 126 \cdot 10^3}{85,77} = 2940 \text{ Н}$

Радиальная для шестерни, равная осевой для колеса,

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 = 2940 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 17^\circ 34' \approx 1020 \text{ Н}$$

осевая для шестерни, равная радиальной для колеса,

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1 = 2940 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 17^\circ 34' \approx 322 \text{ Н};$$

Проверка зубьев на выносливость по напряжением изгиба

$$\sigma_F = \frac{F_t K_F Y_F}{g_F b m} \leq [\sigma_F].$$

Коэффициент нагрузки $K_F = K_{F\beta} K_{Fv}$.

При $\psi_{bd} = 0,56$, консольном расположении колес, валах на роликовых подшипниках и твердости $HB < 350$ значения $K_{F\beta} = 1,38$.

При твердости $HB < 350$, скорости $v = 4,35 \text{ м/с}$ и 7-й степени точности

$$K_{Fv} = 1,45.$$

Итак, $K_F = 1,38 \cdot 1,45 = 2,00$.

Y_F – коэффициент формы зуба выбираем в зависимости от эквивалентных чисел зубьев:

$$\text{для шестерни} \quad Z_{v1} = \frac{Z_1}{\cos \delta_1} = \frac{25}{\cos 17^\circ 34'} \approx 26;$$

$$\text{для колеса} \quad Z_{v2} = \frac{Z_2}{\cos \delta_2} = \frac{79}{\cos 72^\circ 26'} \approx 262.$$

При этом $Y_{F1} = 3,88$ и $Y_{F2} = 3,60$.

Допускаемое напряжение при проверке зубьев на выносливость по напряжениям изгиба

$$[\sigma_A] = \frac{\sigma_{F \text{ lim } b}^0}{[S_F]}.$$

Для стали 40Х улучшений при твердости $HB < 350$ $\sigma_{F \text{ lim } b}^0 = 1,8 \text{ НВ}$.

Для шестерни $\sigma_{F \text{ lim } b1}^0 = 1,8 \cdot 270 = 490 \text{ МПа};$

для колеса $\sigma_{F \text{ lim } b2}^0 = 1,8 \cdot 245 = 440 \text{ МПа}.$

Коэффициент запаса прочности $[S_F] = [S_F]' [S]$

$[S_F]' = 1,75$; для поковок и штамповок $[S_F]'' = 1$.

Таким образом, $[S_F] = 1,75 \cdot 1 = 1,75$

Допускаемые напряжения при расчете зубьев на выносливость:

для шестерни $[\sigma_{F1}] = \frac{490}{1,75} = 280 \text{ МПа};$

для колеса $[\sigma_{F2}] = \frac{440}{1,75} = 250 \text{ МПа}$

Для шестерни отношение $\frac{[\sigma_{F1}]}{Y_{F1}} = \frac{280}{3,88} = 72,4 \text{ МПа};$

для колеса $\frac{[\sigma_{F2}]}{Y_{F2}} = \frac{250}{3,60} = 69,9 \text{ МПа};$

Дальнейший расчет ведем для зубьев колеса, так как полученное отношение для него меньше.

Проверяем зуб колеса: $\sigma_{F2} = \frac{2940 \cdot 2,00 \cdot 3,60}{0,85 \cdot 48 \cdot 3,43} \approx 151 \text{ МПа} < [\sigma_{F2}] = \text{МПа}.$

Проектирование одноступенчатого червячного редуктора

Задание на проектирование

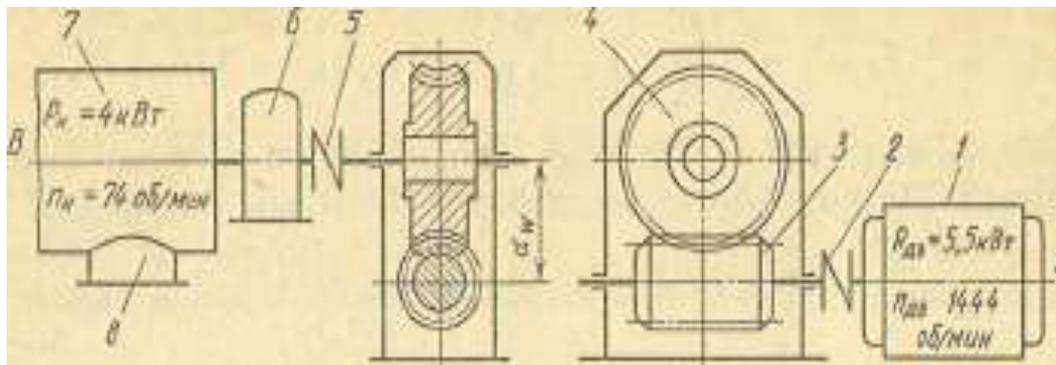


Рис. 3. Привод винтового конвейера с червячным редуктором:

1 – электродвигатель; 2 – муфта; 3 – червяк; 4 – червячное колесо; 5 – муфта; 6 – головная стойка конвейера; 7 – желоб конвейера; 8 – разгрузочный патрубок; А – вал электродвигателя; В – вал конвейера и 2-й вал редуктора.

Мощность, необходимая для работы конвейера, $P_k = 4 \text{ кВт}$;
частота вращения вала конвейера $n_k = 74 \text{ об/мин}$,

угловая скорость $\omega_k = \frac{\pi n_k}{30} = \frac{3,14 \cdot 74}{30} = 7,75 \text{ рад/с}$.

Редуктор нереверсивный, предназначен для эксплуатации; валы установлены на подшипниках качения.

I. Расчет и конструирование

Выбор электродвигателя и кинематический расчёт

Примем предварительно КПД червячного редуктора $\eta \approx 0.8$

Требуемая мощность электродвигателя

$$P_{TP} = \frac{P_k}{\eta} = \frac{4}{0.8} = 5 \text{ кВт} .$$

По требуемой мощности $P_{TP} = 5 \text{ кВт}$ выбираем электродвигатель трехфазный короткозамкнутый серии 4А закрытый обдуваемый с синхронной частотой вращения 1500 об/мин 4А112М4УЗ , с параметрами

$$P_{дв} = 5,5 \text{ кВт} \quad \text{и скольжением } 3,7\% .$$

Номинальная частота вращения $n_{\text{дв}} = 1500 - 0,037 \cdot 1500 = 1444 \text{ об/мин}$,
 угловая скорость $\omega_{\text{дв}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} = \frac{3,14 \cdot 1444}{30} = 151,5 \text{ рад/с}$

Диаметр выходного конца вала ротора $d_{\text{дв}} = 32 \text{ мм}$.

Передаточное число (равное передаточному отношению)

$$u = \frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{к}}} = \frac{\omega_{\text{дв}}}{\omega_{\text{к}}} = \frac{1444}{74} = 19,6$$

II. Расчет редуктора

Число витков червяка z_1 принимаем в зависимости от передаточного числа: при $u = 19,6$ принимаем $z_1 = 2$

Число зубьев червячного колеса

$$z_2 = z_1 \cdot u = 2 \cdot 19,6 = 39,2$$

Принимаем стандартное значение $z_2 = 40$

При этом
$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{2} = 20$$

Отличие от заданного

$$\frac{20 - 19,6}{19,6} \cdot 100\% = 2,04\%$$

По *ГОСТ 2144 – 76* допустимо отклонение $\leq 4\%$.

Выбираем материал червяка и венца червячного колеса. Принимаем для червяка сталь 45 с закалкой до твердости не менее *HRC 45* и последующим шлифованием.

Так как к редуктору не предъявляются специальные требования, то в целях экономии принимаем для венца червячного колеса бронзу *БрА9ЖЗЛ* (отлив в песчаную форму).

Предварительно примем скорость скольжения в зацеплении $\vartheta_s \approx 5 \text{ м/с}$. Тогда при длительной работе допускаемое контактное напряжение $[\sigma_H] = 155 \text{ МПа}$. Допускаемое напряжение изгиба для нереверсивной работы $[\sigma_{0F}] = K_{FL} [\sigma_{0F}]'$. В этой формуле $K_{FL} = 0,543$ при длительной работе, когда число циклов нагружения зуба

$$N_{\Sigma} > 25 \cdot 10^7; [\sigma_{0F}]' = 98 \text{ МПа};$$

$$[\sigma_{0F}] = 0.543 \cdot 98 = 53,3 \text{ МПа}$$

Принимаем предварительно коэффициент диаметра червяка $q = 10$.

Вращающий момент на валу червячного колеса

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{P_K}{\omega_R} = \frac{4 \cdot 10^3}{7,75} = 517 \text{ Н} \cdot \text{м} = 517 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Принимаем предварительно коэффициент нагрузки $K = 1,2$.

Определяем межосевое расстояние из условия контактной выносливости:

$$a_w = \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right) 3 \sqrt{\left(\frac{170}{\frac{Z_2}{q} [\sigma_H]} \right)^2 T_2 K} = \left(\frac{40}{10} + 1 \right) 3 \sqrt{\left(\frac{170}{\frac{40}{10} \cdot 155} \right)^2 517 \cdot 10^3 \cdot 1,2} =$$

$$5,0 \sqrt[3]{46,5 \cdot 10^3} = 180 \text{ мм}$$

Модуль

$$m = \frac{2a_w}{Z_2 + q} = \frac{2 \cdot 180}{40 + 10} = 7,20 \text{ мм}$$

Принимаем по *ГОСТ 2144 – 76* стандартные значения $m = 8 \text{ мм}$ и $q = 10$.

Межосевое расстояние при стандартных значениях m и q

$$a_w = \frac{m(q + z_2)}{2} = \frac{8(10 + 40)}{2} = 200 \text{ мм}$$

Основные размеры червяка:

Делительный диаметр червяка

$$d_1 = qm = 10 \cdot 8 = 80 \text{ мм}$$

диаметр вершин витков червяка

$$da_1 = d_1 + 2m = 80 + 2 \cdot 8 = 96 \text{ мм}$$

диаметр впадин витков червяка

$$d_{f1} = d_1 - 2,4m = 80 - 2,4 \cdot 8 = 60,8 \text{ мм}$$

длина нарезанной части шлифованного червяка

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m + 25 = (11 + 0,06 \cdot 40) \cdot 8 + 25 = 132,2 \text{ мм};$$

принимаем $b_1 = 132 \text{ мм}$;

делительный угол подъема витка γ : при $z_1 = 2$ и $q = 10$ $\gamma = 11^{\circ}19'$.

Основные размеры венца червячного колеса:

Делительный диаметр червячного колеса

$$d_2 = z_2 m = 40 \cdot 8 = 320 \text{ мм};$$

диаметр вершин зубьев червячного колеса

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 320 + 2 \cdot 8 = 336 \text{ мм} ;$$

диаметр впадин зубьев червячного колеса

$$d_{f2} = d_2 - 2,4m = 320 - 2,4 \cdot 8 = 300,8 \text{ мм} ;$$

наибольший диаметр червячного колеса

$$d_{aM2} \leq d_{a2} + \frac{6m}{z_1 + 2} = 336 + \frac{6 \cdot 8}{2 + 2} = 348 \text{ мм} ;$$

ширина венца червячного колеса

$$b_2 \leq 0,75 d_{a1} = 0,75 \cdot 96 = 72 \text{ мм} .$$

Окружная скорость червяка

$$g_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{3,14 \cdot 80 \cdot 10^{-3} \cdot 1444}{60} = 6,06 \text{ м/с}.$$

Скорость скольжения

$$g_s = \frac{g_1}{\cos \gamma} = \frac{6,06}{\cos 11^{\circ}19'} = 6,15 \text{ м/с};$$

при этой скорости $[\sigma_H] \approx 149 \text{ МПа}$

Отклонение $\frac{155 - 149}{149} \cdot 100\% = 4\%$; к тому же межосевое расстояние по расчету было получено $a_w = 180 \text{ мм}$, а после выравнивания m и q по стандарту было увеличено до $a_w = 200 \text{ мм}$, т.е на 10% , и пересчет a_w делать не надо, необходимо лишь проверить σ_H .
Для этого уточняем КПД редуктора :

При скорости $g_s = 6,15 \text{ м/с}$ приведенный коэффициент трения для безоловянной бронзы и шлифованного червяка

$$f' = 0,020 \cdot 1,5 = 0,03 \text{ и приведенный угол трения } p' = 1^{\circ}43' .$$

КПД редуктора с учетом потерь в опорах, потерь на разбрызгивание и перемешивание масло

$$\eta = (0,95 \div 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + p')} = (0,95 \div 0,96) \frac{\operatorname{tg} 11^{\circ} 19'}{\operatorname{tg}(11^{\circ} 19' + 1^{\circ} 43')} \approx 0,82$$

Выбираем 7-ю степень точности передачи. В этом случае коэффициент динамичности $K_g = 1,1$

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки

$$K_\beta = 1 + \left(\frac{Z_2}{\theta} \right)^3 (1-x),$$

где коэффициент деформации червяка при $q = 10$ и $z_2 = 2$, $\theta = 86$.

Примем вспомогательный коэффициент $x = 0,6$ (незначительные колебания нагрузки):

$$K_\beta = 1 + \left(\frac{40}{86} \right)^3 (1-0,6) \approx 1,04$$

Коэффициент нагрузки

$$K = K_g K_\beta = 1,04 \cdot 1,1 \approx 1,14.$$

Проверяем контактное напряжение :

$$\sigma_H = \frac{170}{\frac{Z_2}{q}} \sqrt{\frac{T_2 K \left(\frac{Z_2}{q} + 1 \right)^3}{a_w^3}} = \frac{170}{4,0} \sqrt{\frac{517 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 5^3}{200^3}} = 129 \text{ МПа} < [\sigma_H] = 149 \text{ МПа}.$$

Результат расчета следует признать удовлетворительным, так как расчетное напряжение ниже допускаемое на 13,4 % (разрешается до 5%)

Проверка прочности зубьев червячного колеса на изгиб

Эквивалентное число зубьев

$$Z_g = \frac{Z_2}{\cos^3 \gamma} = \frac{40}{(\cos 11^{\circ} 19')^3} = 42,4.$$

Коэффициент формы зуба $Y_F = 2,24$.

Напряжение изгиба

$$\sigma_F = \frac{1,2 T_2 K Y_F}{Z_2 b_2 m^2} = \frac{1,2 \cdot 517 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 2,24}{40 \cdot 72 \cdot 8^2} = 8,8 \text{ МПа},$$

Что значительно меньше вычисленного выше $[\sigma_{0F}] = 53,3 \text{ МПа}$.

3. Список рекомендуемой литературы:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1986.
2. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике: Учеб. пособие. М., Наука, 1986.
3. Сборник коротких задач по теоретической механике: Учеб. пособие для втузов / Под ред. О.Э.Кеде. – М.: Высшая школа, 1989.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие / Под ред. А.А.Яблонского. М.: Высшая школа, 1985.
5. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учеб. для техн. вузов – 5-е изд. – М.: Высшая школа, 1989.
6. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учеб. для машиностроит. спец. вузов. – 8-е изд. – М.: Высшая школа, 1988.
7. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для техн. вузов / Миролубов И.Н., Енгальчев С.А., Сергиевский Н.Д. и др. – 5-е изд. – М.: Высшая школа, 1985.
8. Сборник задач по сопротивлению материалов /Под ред. А.С.Вольмира. – М: Наука, 1984.
9. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
10. Теория механизмов и механика машин. Под ред. Фролова К.В. М., 1998.
11. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. М., 1973.
12. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М., 1978.
13. Ө.А. Жолдасбеков. Машиналар мен механизмдер теориясы .– Алматы: Мектеп, 1979.
14. Кореняко А.С. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1970.
15. Гузенков П.Г. Детали машин.-М.: Высшая школа, 1986.
16. Курсовое проектирование деталей машин. Под ред. В.Н. Кудрявцева,– Л.,1983.
17. Кайнарбеков А., Баймуратов Р.К. Расчет и проектирования деталей машин, Алматы, Бастау, 2000.
18. Иванов В.Н., Иванов М.Н. Детали машин. Курсовое проектирование. Высшая школа, 1975.
19. Чернавский С.А., др. Курсовое проектирование по деталям машин. М.: Машиностроение, 1984.

