

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Уральский государственный университет путей сообщения
Кафедра «Общепрофессиональные дисциплины»

М. Л. Заяц
Л. В. Туркина

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для студентов технических специальностей
очной и заочной форм обучения

Екатеринбург
УрГУПС
2016

УДК 621.01
З-40

Заяц, М. Л.

З-40 Прикладная механика : учеб.-метод. пособие / М. Л. Заяц, Л. В. Туркина. — Екатеринбург : УрГУПС, 2016. — 238, [2] с.

Учебно-методическое пособие содержит описание основных разделов дисциплины «Прикладная механика», примеры решения задач и варианты заданий для самостоятельной работы.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов, обучающихся по программам высшего образования очной и заочной форм обучения, изучающих дисциплину «Прикладная механика», и для преподавателей, которые могут использовать предложенный материал в учебном процессе.

УДК 621.01

Издано по решению
редакционно-издательского совета университета

Авторы:

М. Л. Заяц, канд. пед. наук, доцент кафедры «Общепрофессиональные дисциплины» филиала УрГУПС в г. Нижнем Тагиле
Л. В. Туркина, канд. пед. наук, доцент кафедры «Общепрофессиональные дисциплины» филиала УрГУПС в г. Нижнем Тагиле

Рецензенты:

Ю. Е. Жужгова, канд. техн. наук, доцент кафедры ОПД, УрГУПС
В. П. Постовалов, канд. техн. наук, доцент кафедры математики НТИ (филиал УрФУ)

© Уральский государственный университет
путей сообщения (УрГУПС), 2016

Оглавление

1. Статика твердого тела	5
1.1. Основные понятия и определения статики	5
1.2. Аксиомы статики	8
1.3. Связи и их реакции	11
1.4. Плоская система сходящихся сил	14
1.4.1. Геометрический метод сложения сил, приложенных в одной точке	14
1.4.2. Проекция силы на ось. Проекция векторной суммы сил на ось	15
1.4.3. Условие равновесия плоской системы сходящихся сил	18
1.4.4. Теорема о трех непараллельных силах	19
1.4.5. Решение задач на определение реакции связей	19
1.5. Пара сил и моменты сил	26
1.5.1. Пара сил и ее действие на тело. Эквивалентность пар	26
1.5.2. Момент силы относительно точки и оси	28
1.5.3. Приведение произвольной системы сил к заданному центру	29
1.5.4. Условия равновесия плоской системы сил	34
1.5.5. Равновесие пространственной системы сил	36
2. Теория механизмов и машин	37
2.1. Синтез плоских стержневых механизмов	37
2.2. Структурный анализ и классификация механизмов	40
2.3. Кинематический анализ механизмов	53
3. Сопротивление материалов	66
3.1. Основные понятия и гипотезы и допущения сопротивления материалов	66
3.1.1. Основные задачи сопротивления материалов	66
3.1.2. Внутренние силы. Метод сечений	70
3.2. Геометрические характеристики плоских сечений	76
3.3. Растяжение и сжатие	79
3.4. Сдвиг	89
3.5. Кручение	90
3.6. Изгиб	100
3.7. Прочность при динамических нагрузках, усталость	114
3.8. Устойчивость сжатых стержней	122

4. Детали машин	127
4.1. Основные направления в развитии машиностроения	127
4.2. Основные характеристики и требования, предъявляемые к машинам и механизмам	131
4.3. Краткие сведения о машиностроительных материалах и основах их выбора	133
4.4. Основы стандартизации и взаимозаменяемости. Допуски и посадки. Шероховатость поверхностей	144
4.5. Валы и оси. Назначение, конструкция и материалы осей и валов. Критерии работоспособности и расчет валов и осей ...	151
4.6. Подшипники	165
4.7. Основные виды соединений: резьбовые, заклепочные, сварные и клеевые	171
4.7.1. Резьбовые соединения	172
4.7.2. Сварные соединения	178
4.7.3. Соединения пайкой	185
4.7.5. Клеевые соединения	187
4.7.6. Заклепочные соединения. Соединения гибкой	188
4.8. Механические передачи	192
4.9. Кинематический расчет привода. Выбор двигателя	212
4.9.1. Выбор двигателя	213
4.9.2. Определение номинальной мощности и номинальной частоты вращения двигателя	214
4.9.3. Определение передаточного числа привода и его ступеней	215
4.9.4. Определение силовых и кинематических параметров привода	219
4.9.5. Выбор материала зубчатых передач. Определение допускаемых напряжений	220
Библиографический список	237

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

1.1. Основные понятия и определения статики

Механическим движением называют изменение положения тел или точек в пространстве с течением времени.

Частным случаем движения является **состояние покоя**. Покой всегда имеет относительный характер, так как покоящееся тело рассматривается как неподвижное по отношению к некоторому другому телу, которое, в свою очередь, может перемещаться в пространстве. Абсолютно неподвижных тел в природе нет. Например, мы говорим, что станина машины или фундамент сооружения находится в покое. Они действительно неподвижны относительно Земли, но вместе с ней совершают сложное движение вокруг Солнца.

Законы равновесия системы тел изучает **статика**. Если известны законы движения тел, то из них могут быть установлены и законы равновесия.

Содержание статики абсолютно твердого тела составляют две основные задачи:

1. Задача о приведении системы сил: как данную систему сил заменить другой, наиболее простой, ей эквивалентной.

2. Задача о равновесии: каким условиям должна удовлетворять система сил, приложенная к данному телу (или материальной точке), чтобы она была уравновешенной системой. Данная задача часто ставится в тех случаях, когда равновесие заведомо имеет место. При этом условия равновесия устанавливают зависимость между всеми силами, приложенными к телу.

Для упрощения расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость приходится прибегать к некоторым допущениям и гипотезам о свойствах материалов и характере деформаций. Совокупность представлений, условий и зависимостей, описывающих объект, явление, называют **моделью**. При выборе (построении) модели учитывают наиболее значимые и отбрасывают несущественные факторы, которые не оказывают достаточно заметного влияния на условия функционирования элемента конструкции (детали).

Простейшей моделью является материальная точка — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Тело можно считать материальной точкой в тех случаях, когда все его точки совершают тождественные движения.

Любое произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые, взаимодействующие между собой, части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Таким образом, изучение движения произвольной системы тел можно свести к изучению системы материальных точек. *Системой* называется совокупность материальных точек, движения и положения которых взаимозависимы.

Любое движение твердого тела можно представить в виде комбинации поступательного и вращательного движений. При поступательном движении любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Под воздействием тел друг на друга тела могут изменять характер своего движения или деформироваться, т. е. изменять свою форму и размеры. В связи с этим вводится еще одна модель — абсолютно твердое тело. *Абсолютно твердое* (абсолютно жесткое) **тело** — тело, которое ни при каких внешних воздействиях не изменяет свои размеры и форму. При этом расстояние между двумя точками абсолютно твердого тела при любых деформациях всегда остается неизменным. При изготовлении элементов конструкций используемые материалы, форму и размеры конструкций подбирают с таким расчетом, чтобы деформации были минимальными и ими можно было пренебречь, а также рассматривать элементы конструкций как абсолютно твердые тела.

Для описания воздействия тел друг на друга вводят понятие силы. Сила — векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры. Сила в каждый момент времени характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

Вектор силы изображается отрезком, на конце которого ставится стрелка. Стрелка указывает направление вектора, длина отрезка — значение вектора, измеренное в выбранном масштабе. Модуль, или численное значение силы, в системе единиц измерения физических величин СИ измеряется в ньютонах (Н). Иногда для измерения сил используют техническую систему (МКС), в которой в качестве единицы силы применяется килограмм-сила

(кгс). Единицы силы в системах СИ и МКГСС связаны соотношением

$$1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н} \approx 10 \text{ Н} \text{ или } 1 \text{ Н} \approx 0,1 \text{ кгс}.$$

Прямая, проходящая через точку приложения силы и имеющая направление силы, называется *линией действия силы*. Совокупность нескольких сил, приложенных к телу, точке или системе тел и точек, называют *системой сил*. Если линии действия сил лежат в разных плоскостях, то система сил называется *пространственной*. Если линии действия рассматриваемых сил лежат в одной плоскости, то система называется *плоской*. Система сил с пересекающимися в одной точке линиями действия называется *сходящейся*. Система сил с параллельными линиями действия называется *параллельной*. Сходящаяся и параллельная системы сил могут быть как пространственными, так и плоскими.

Две системы сил эквивалентны, если взятые порознь они оказывают одинаковое механическое действие на тело. Следовательно, **две системы сил, эквивалентные третьей, эквивалентны между собой**. Любую сложную систему сил всегда можно заменить более простой эквивалентной ей системой сил.

Силу, эквивалентную данной системе сил, называют *равнодействующей* этой системы. Силу, равную по модулю равнодействующей и направленную по той же линии действия, но в противоположную сторону, называют *уравновешивающей* силой. Если к системе сил добавлена уравновешивающая сила, то полученная новая система находится в равновесии и эквивалентна нулю.

Моментом силы называют вращательное усилие, создаваемое вектором силы относительно другого объекта.

Обязательным условием возникновения момента является то, что точка, относительно которой создается момент, не должна лежать на линии действия силы.

Момент силы определяется как произведение силы на плечо:

$$M(F) = F \cdot h,$$

здесь h — плечо момента, определяется как кратчайшее расстояние от точки до линии действия силы.

Размерность момента силы $[\text{Н} \cdot \text{м}]$ (Ньютон на метр).

1.2. Аксиомы статики

Основные свойства сил, приложенных к абсолютно твердому телу, устанавливают аксиомы статики, вытекающие из опыта и принимаемые без доказательств.

Первая аксиома: система сил является уравновешенной, если под ее воздействием точка находится в состоянии относительного покоя или движется равномерно и прямолинейно.

Из первой аксиомы следует, что уравновешенная система сил как причина механического движения эквивалентна нулю. Следовательно, если на тело действует уравновешенная система сил, то тело либо находится в состоянии относительного покоя, либо движется равномерно и прямолинейно, либо равномерно вращается вокруг неподвижной оси.

Вторая аксиома: две равные по модулю силы, приложенные к абсолютно твердому телу и направленные по одной прямой в противоположные стороны, взаимно уравновешиваются (рис. 1.1).

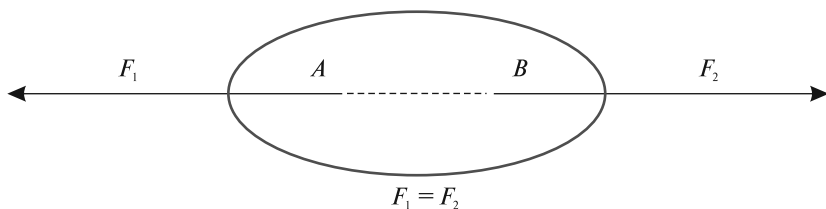


Рис. 1.1

Третья аксиома: не нарушая механического состояния абсолютно твердого тела, к нему можно приложить или отбросить от него уравновешенную систему сил.

Пусть тело (рис. 1.2) находится в состоянии равновесия. Если к нему приложить несколько взаимно уравновешенных сил, то равновесие не нарушится. Аналогичный эффект получится при отбрасывании этих уравновешенных сил.

Системы сил, показанные на рис. 1.1 и 1.2, эквивалентны, так как они дают одинаковый эффект: под действием каждой из них тело находится в равновесии.

Пусть на тело в точке A действует сила $\vec{F}_1$. Если в произвольной точке B на линии действия силы $\vec{F}_1$ приложить две силы $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$,

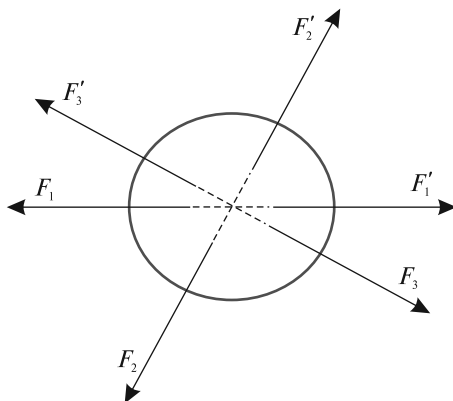


Рис. 1.2

равные по модулю $\vec{F}_1$ и направленные в противоположные стороны (рис. 1.3), то состояние тела не нарушится.

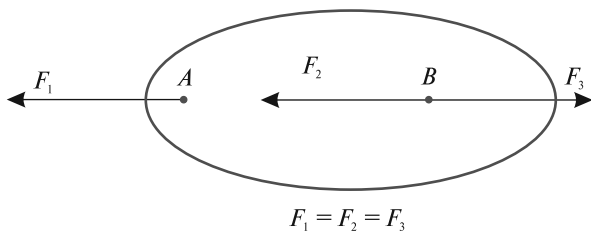


Рис. 1.3

Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$, равные по модулю и противоположно направленные, можно отбросить. Таким образом, силу $\vec{F}_1$ можно заменить равной силой $\vec{F}_2$, перенесенной по линии действия $\vec{F}_1$ из точки A в точку B (рис. 1.4).

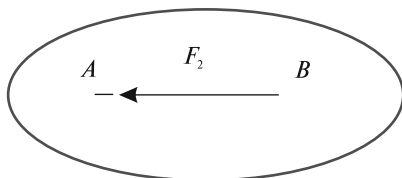


Рис. 1.4

Следовательно, силу, действующую на абсолютно твердое тело, можно перенести вдоль линии ее действия в любую точку тела, не нарушив при этом его механического состояния.

Векторы, которые можно переносить по линии их действия, называют скользящими.

Четвертая аксиома: равнодействующая двух сил, приложенных к одной точке, приложена в этой же точке и является диагональю параллелограмма, построенного на данных силах.

Пусть в некоторой точке A приложены силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Равнодействующая сила $\vec{F}$ является диагональю $ACDB$, построенного на векторах заданных сил (рис. 1.5).

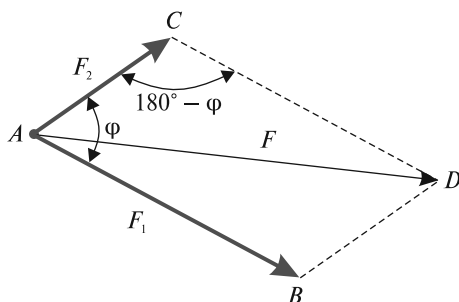


Рис. 1.5

Определение равнодействующей двух сил по правилу параллелограмма называется векторным, или геометрическим, сложением и выражается векторным равенством: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

При графическом определении равнодействующей двух сил может быть использовано правило треугольника.

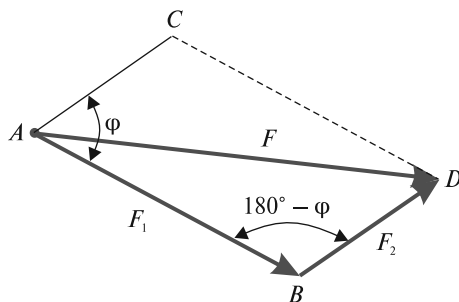


Рис. 1.6

Из произвольной точки A (рис. 1.6) проводим, сохраняя масштаб и заданное направление, вектор первой силы $\vec{F}_1$, из его конца проводим вектор, параллельный и равный второй силе $\vec{F}_2$. Замыкающая сторона AD треугольника и будет искомой равнодействующей $\vec{F}$.

Модуль равнодействующей двух сил определим из треугольника ACD :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \varphi), \text{ где } \cos(180^\circ - \varphi) = -\cos \varphi.$$

$$\text{Следовательно, } F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi,$$

$$\text{или } F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}.$$

На основании четвертой аксиомы одну силу $\vec{F}$ можно заменять двумя составляющими силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Такую замену часто производят при решении задач статики.

Пятая аксиома: в природе не может быть одностороннего действия силы, при взаимодействии тел всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие. Так, если на тело B (рис. 1.7) действует сила $\vec{F}_1$ со стороны тела A , то на тело A действует со стороны тела B равная по модулю сила $\vec{F}_2$.

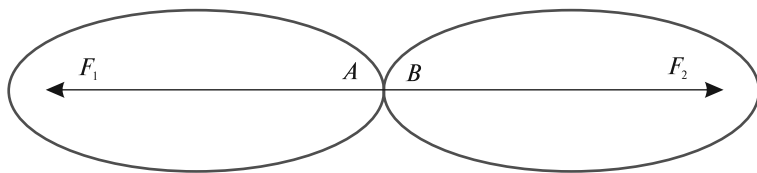


Рис. 1.7

Линии действия сил направлены вдоль одной прямой и направлены в противоположные стороны. Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ приложены к различным телам и не могут уравновешиваться.

1.3. Связи и их реакции

Рассматриваемые в механике тела могут быть свободными и несвободными. **Свободным** называют тело, которое не испытывает никаких препятствий для перемещения в пространстве в любом направлении. Если же тело связано с другими телами, которые ограничивают его движение в одном или нескольких направлениях,

то оно является **несвободным**. Тела, которые ограничивают движение рассматриваемого тела, называют связями.

При взаимодействии между телом и его связями возникают силы, противодействующие возможным движениям тела. Эти силы действуют на тело со стороны связей и называются **реакциями связей**.

Реакция связи всегда противоположна тому направлению, по которому связь препятствует движению тела. Существование реакций обосновывается аксиомой о действии и противодействии. Для определения реакций связей используют принцип освобождения от связей: не изменяя равновесия тела, каждую связь можно отбросить, заменив ее реакцией.

Наиболее распространенные виды связей:

1. Связь в виде гладкой (без трения) плоскости или поверхности (рис. 1.8). В этом случае реакция связи $\vec{R}$ всегда направлена по нормали к опорной поверхности.

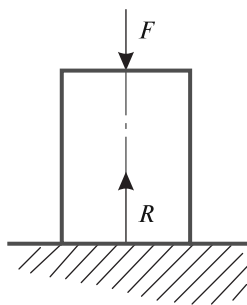


Рис. 1.8

2. Связь в виде контакта цилиндрической или шаровой поверхности с плоскостью (рис. 1.9).

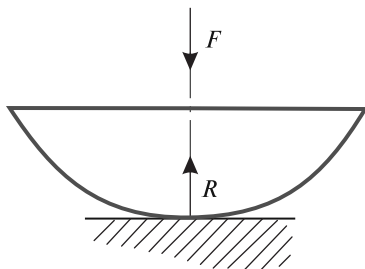


Рис. 1.9

3. *Связь в виде шероховатой плоскости* (рис. 1.10). Здесь возникают две составляющие реакции: нормальная $\vec{R}_n$ перпендикулярная плоскости, и касательная $\vec{R}_t$ лежащая в плоскости.

Касательная реакция $\vec{R}_t$ называется силой трения и всегда направлена в сторону, противоположную действительному или возможному движению тела. Полная реакция $\vec{R}$, равная геометрической сумме нормальной и касательной составляющих $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_t$, отклоняется от нормали к опорной поверхности на некоторый угол α .

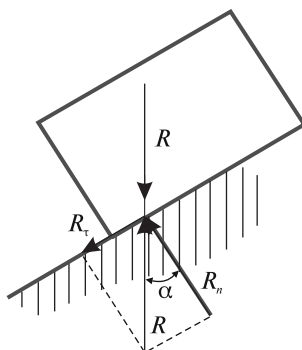


Рис. 1.10

При взаимодействии с реальными связями возникают силы трения, однако во многих случаях они незначительны, вследствие этого ими часто пренебрегают.

4. *Гибкая связь*, осуществляемая веревкой, тросом, цепью и т. п. (рис. 1.11). Реакции гибких связей $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ направлены вдоль связей, причем гибкая связь может работать только на растяжение.

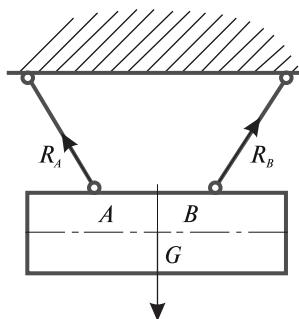


Рис. 1.11

5. *Связь в виде жесткого прямого стержня с шарнирным закреплением концов* (рис. 1.12). Реакции $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ и $\vec{R}_3$ всегда направлены вдоль осей стержней. Стержни при этом могут быть растянутыми или сжатыми.

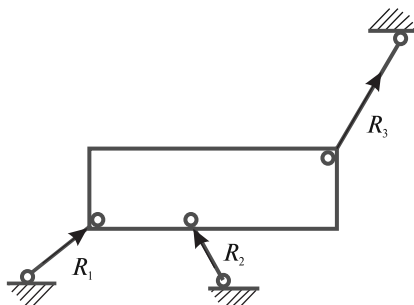


Рис. 1.12

6. Связь, осуществляемая ребром двугранного угла или точечной опорой. Реакция такой связи направлена перпендикулярно поверхности опирающегося тела (рис. 1.13).

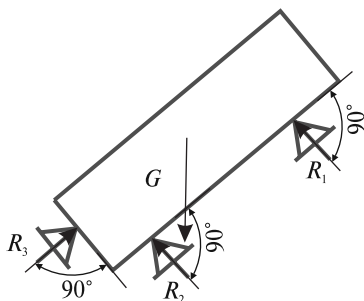


Рис. 1.13

1.4. Плоская система сходящихся сил

1.4.1. Геометрический метод сложения сил, приложенных в одной точке

Поскольку силу можно переносить по линии ее действия, то сходящиеся силы всегда можно перенести в одну точку — в точку пересечения этих линий действия. Пусть даны четыре силы (рис. 1.14, а). Перенесем эти силы в точку К.

По правилу треугольника сложим последовательно данные силы. Находим частичные равнодействующие:

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \vec{F}_{123} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$$

и, наконец, сложив все силы, определяем полную равнодействующую

$$\vec{F} = \vec{F}_{123} + \vec{F}_4.$$

Фигура $OABCD$ (см. рис. 1.14, б) называется силовым многоугольником. Замыкающая сторона этого многоугольника представляет собой равнодействующую $\vec{F}$ заданной системы сил, равную их геометрической сумме. Равнодействующая сила $\vec{F}$ всегда направлена от начала первого слагаемого к концу последнего слагаемого, т. е. стрелка равнодействующей силы всегда направлена навстречу

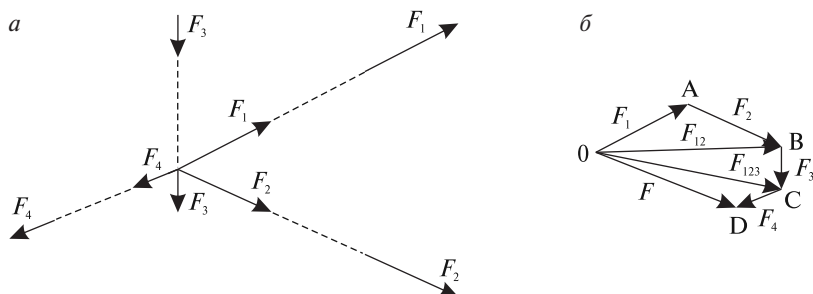


Рис. 1.14

обхода многоугольника, соответствующего последовательному сложению заданных сил.

Если при построении силового многоугольника конец последней слагаемой силы совместится с началом первой, равнодействующая $\vec{F}$ системы сходящихся сил окажется равной нулю. В этом случае система сходящихся сил находится в равновесии.

Для равновесия тела, находящегося под действием системы сходящихся сил, необходимо и достаточно, чтобы их равнодействующая равнялась нулю.

1.4.2. Проекция силы на ось.

Проекция векторной суммы сил на ось

Решение задач на равновесие сходящихся сил с помощью построения замкнутых силовых многоугольников сопряжено с громоздкими построениями. Универсальным методом решения таких задач является переход к определению проекций заданных сил на координатные оси и оперирование с этими проекциями. Осью называют прямую линию, которой приписано определенное направление.

Проекция вектора на ось является скалярной величиной, которая определяется отрезком оси, отсекаемым перпендикулярами, опущенными на нее из начала и конца вектора.

Проекция вектора считается положительной, если направление от начала проекции к ее концу совпадает с положительным направлением оси. Проекция вектора считается отрицательной, если направление от начала проекции к ее концу противоположно положительному направлению оси.

Таким образом, проекция силы на ось координат равна произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси.

Рассмотрим ряд случаев проецирования сил на ось.

Вектор силы составляет с положительным направлением оси X острый угол α (рис. 1.15).

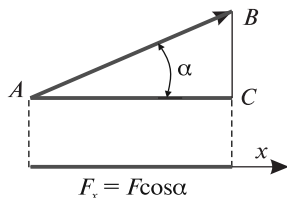


Рис. 1.15

Чтобы найти проекцию, из начала и конца вектора силы опускаем перпендикуляры на ось x и получаем $F_x = F \cos \alpha$. Проекция вектора силы в данном случае положительна.

Сила составляет с положительным направлением оси X тупой угол α (рис. 1.16).

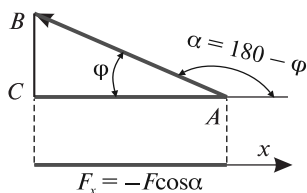


Рис. 1.16

Тогда $F_x = F \cos \alpha$, но так как $\alpha = 180^\circ - \varphi$, то $F_x = F \cos \alpha = F \cos 180^\circ - \varphi = -F \cos \varphi$.

Проекция силы F на ось в данном случае отрицательна.

Сила перпендикулярна оси X (рис. 1.17).

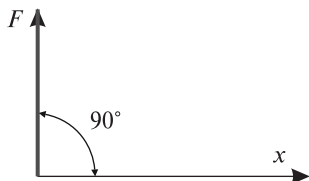


Рис. 1.17

Проекция силы на ось X равна нулю:

$$F_x = F \cos 90^\circ = 0.$$

Силу, расположенную на плоскости XOY (рис. 1.18), можно спроектировать на координатные оси OX и OY .

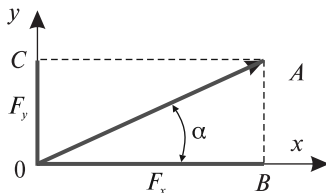


Рис. 1.18

Силу $\vec{F}$ можно разложить на составляющие: F_x и F_y . Модуль вектора F_x равен проекции вектора $\vec{F}$ на ось OX , а модуль вектора F_y равен проекции вектора $\vec{F}$ на ось OY .

Из $\triangle OAB$: $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$.

Из $\triangle OAC$: $F_x = F \cos \varphi$, $F_y = F \sin \varphi$.

Модуль силы $\vec{F}$ можно найти по теореме Пифагора:

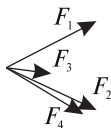
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}.$$

Проекция векторной суммы или равнодействующей на какую-либо ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось.

Рассмотрим сходящиеся силы F_1 , F_2 , F_3 , и F_4 , (рис. 1.19, а). Геометрическая сумма, или равнодействующая, этих сил F (рис. 1.19, б) определяется замыкающей стороной силового многоугольника:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4.$$

а



б

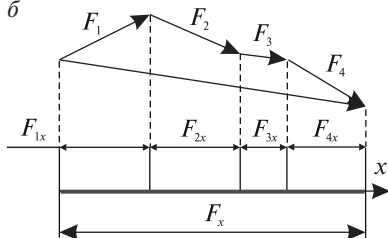


Рис. 1.19

Опустим из вершин силового многоугольника на ось x перпендикуляры.

Рассматривая полученные проекции сил непосредственно из выполненного построения, имеем

$$F = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$

или

$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{ix},$$

где n — число слагаемых векторов. Их проекции входят в вышеприведенное уравнение с соответствующим знаком.

В плоскости геометрическую сумму сил можно спроецировать на две координатные оси, а в пространстве — соответственно на три.

1.4.3. Условие равновесия плоской системы сходящихся сил

При равновесии системы сил равнодействующая должна быть равна нулю, следовательно, при геометрическом построении конец последнего вектора должен *совпасть* с началом первого (рис. 1.20).

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил этой системы должен быть замкнут.

Если в системе три силы, образуется треугольник сил.

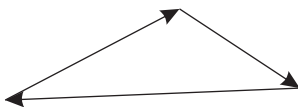


Рис. 1.20

При аналитическом способе определения равнодействующей условие равновесия, означающее равенство нулю равнодействующей, принимает следующую форму:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2} \Rightarrow \frac{F_{\Sigma x} = \sum F_{kx=0}}{F_{\Sigma y} = \sum F_{ky} = 0}.$$

$$F_{\Sigma} = 0.$$

Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекций всех сил системы на любую ось равна нулю.

Следовательно, условие равновесия выглядит следующим образом:

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0.$$

В задачах координатные оси выбирают так, чтобы решение было наиболее простым. Желательно, чтобы хотя бы одна неизвестная сила совпадала с осью координат.

1.4.4. Теорема о трех непараллельных силах

Теорема: если твердое тело находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке (рис. 1.21).

Следует иметь в виду, что пересечение линий действия трех непараллельных сил в одной точке является лишь необходимым условием для равновесия твердого тела. Пересечение линий действия трех сил в одной точке не является достаточным условием, так как равнодействующая этих сил может оказаться не равной нулю. Следовательно, достаточным условием является наличие замкнутого силового треугольника при одновременном пересечении линий действия трех сил в одной точке.

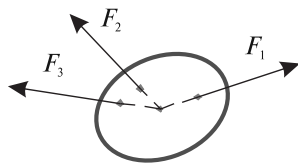


Рис. 1.21

Теорема о трех непараллельных силах значительно облегчает решение задач на равновесие твердого тела в тех случаях, когда направление одной из трех уравнивающих сил неизвестно.

Определив точку пересечения линий действия двух сил, направления которых известны, можно указать направление линии действия третьей силы, так как она должна пройти через точку приложения этой силы и точку пересечения линий действия первых двух сил.

1.4.5. Решение задач на определение реакции связей

Задача 1

Два абсолютно жестких стержня AB и AC соединены шарниром в точке A и прикреплены к полу шарнирами B и C , образуя с полом соответственно углы 45° и 60° (рис. 1.22, a). К валику шарнира A подвешен на нерастяжимой нити груз D , вес которого $P = 100$ Н.

Определить усилия, возникающие в стержне AB и AC . Весом стержней и нити пренебречь.

Решение

Для определения усилий в стержнях AB и AC следует рассмотреть равновесие шарнира A . Однако непосредственно приступить к исследованию равновесия узла A невозможно, так как он находится в равновесии под действием трех неизвестных сил: сил реакций стержней AB и AC и реакции нити AD . Поэтому для определения силы реакции нити предварительно рассмотрим равновесие груза D . Груз D находится в равновесии под действием двух сил: веса P и силы реакции нити T . Эти силы направлены в противоположные стороны (рис. 1.22, б).

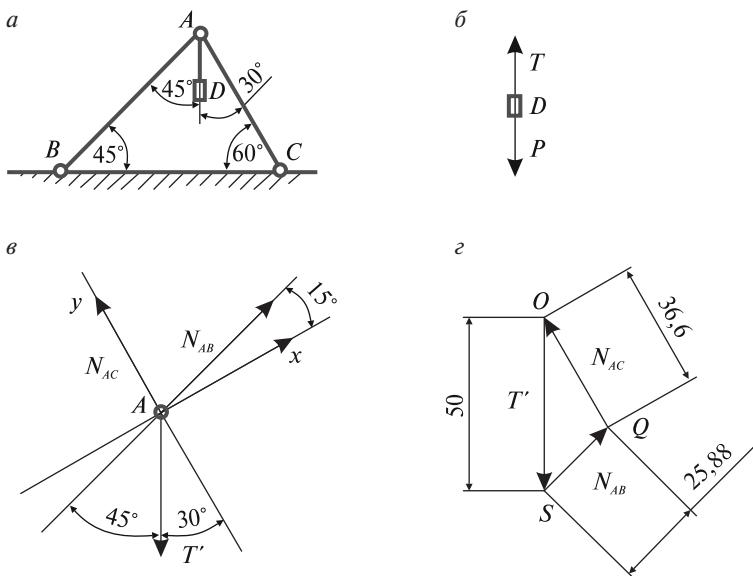


Рис. 1.22

Учитывая условие равновесия груза, получим, что $T = P = 100$ Н. Теперь, когда одна из трех сил, приложенных к шарниру A , известна, можно изучить равновесие шарнира A . К шарниру A приложена одна известная сила реакции нити T , направленная по вертикали вниз. Силы реакций N_{AB} и N_{AC} стержней AB и AC направлены вдоль стержней. На рис. 1.22, в эти три силы изображены приложенными в шарнире A (направлены ли силы N_{AB} и N_{AC} вдоль стержней вверх или вниз, уточнится в последующем решении задачи).

Графическое решение задачи

При равновесии шарнира A равнодействующая всех трех сил должна быть равна нулю, следовательно, силы T , N_{AB} и N_{AC} образуют замкнутый силовой треугольник.

Построение силового треугольника (рис. 1.22, $з$) начинаем с силы T , известной по величине и по направлению. Принимаем масштаб построения $M = 2 \text{ Н} / 1 \text{ мм}$.

Выбрав точку O , приложим к ней силу T в выбранном масштабе построений. Длина отрезка, графически представляющего вектор T , равняется 50 мм.

Затем, проведя через начало и конец силы T прямые, соответственно параллельные стержням AC и AB , получим в пересечении третью вершину Q силового треугольника OSQ . Изобразив на сторонах треугольника SQ и QO стрелки так, чтобы сумма трех сил T , N_{AB} и N_{AC} равнялась нулю (в каждой из вершин силового треугольника OSQ должен быть расположен конец только одной из трех сил), получим направления сил реакций N_{AB} и N_{AC} и их величину в миллиметрах. Умножив длину в миллиметрах на масштаб, получим:

$$N_{AB} = 51,8 \text{ Н}, N_{AC} = 73,2 \text{ Н}.$$

Аналитическое решение задачи

Принимаем направление оси y параллельно стержню AC , а направление оси x ей перпендикулярно, тогда угол между силой T и осью y составит 30° , а угол между силой N_{AB} и осью x составит 15° (см. рис. 1.22, $в$).

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0$$

$$1) N_{AB} \cos 15^\circ - T \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$2) N_{AB} \sin 15^\circ - T \cos 30^\circ + N_{AC} = 0;$$

$$\text{из уравнения 1 } N_{AB} = T \sin 30^\circ / \cos 15^\circ = 100 \sin 30^\circ / \cos 15^\circ = 51,8 \text{ Н};$$

$$\text{из уравнения 2 } N_{AC} = T \cos 30^\circ - N_{AB} \sin 15^\circ = 100 \cos 30^\circ - 51,8 \sin 15^\circ = 73,2 \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: } N_{AB} = 51,8 \text{ Н}, N_{AC} = 73,2 \text{ кг}.$$

Задача 2

Однородная балка, вес которой равен $P = 100 \text{ Н}$, прикреплена к полу шарниром A и опирается другим концом в точке B на выступ вертикальной стены. Определить силы реакций выступа B и шарнира, если балка AB образует угол 30° с горизонтом (рис. 1.23).

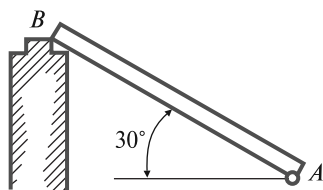


Рис. 1.23

Решение задачи

Вес балки $P = 100$ Н, являющийся единственной задаваемой силой, приложен в середине балки в точке C и направлен по вертикали вниз. На балку наложены две связи: выступ B и шарнир A . Сила опорной реакции выступа B направлена перпендикулярно к балке. Направление силы реакции шарнира A заранее неизвестно. Однако в данной задаче можно воспользоваться теоремой о трех непараллельных силах и указать направление линии действия силы реакции шарнира A . Действительно, проведя линии действия сил P и R_B (рис. 1.24, а), определим их точку пересечения O . Так как балка находится в равновесии под действием трех сил P , R_B и R_A , то линии действия этих сил должны пересечься в одной точке, т. е. линия действия силы реакции шарнира R_A должна пройти через эту точку O . Поэтому проводим линию действия силы реакции шарнира R_A через ее точку приложения — шарнир A и точку O .

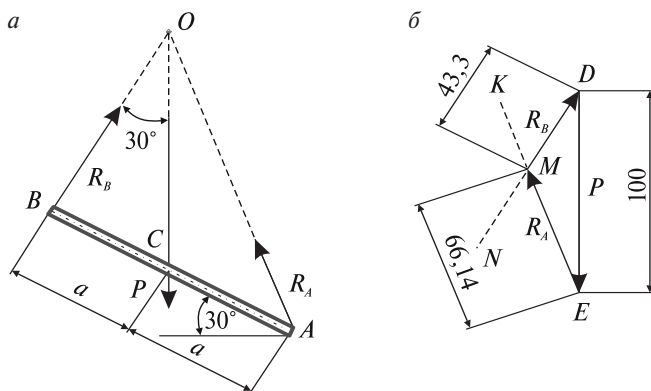


Рис. 1.24

Дальнейшее решение задачи не представляет затруднений.

Графический способ решения задачи

Строим замкнутый силовой треугольник. Из точки D , взятой вне основного рисунка, проводим силу P , приняв масштаб построения $M=1 \text{ Н/1 мм}$. Через начало и конец силы P (отрезок $DE = 100 \text{ мм}$) проводим прямые DN и EK , соответственно параллельные линиям действия сил R_A и R_B (рис. 1.24, б). В точке пересечения прямых DN и EK находим третью вершину M силового треугольника DEM . Направляем векторы сил так, чтобы в каждой из вершин силового треугольника был расположен конец одной из сил. Определяем длину отрезков EM и MD с учетом выбранного масштаба:

$$R_B = 44,97 \text{ Н и } R_A = 65,06 \text{ Н.}$$

Аналитический способ решения задачи

Принимаем направление оси y параллельно реакции R_B , а направление оси x ей перпендикулярно, тогда угол между силой P и осью y составит 30° , а угол между силой R_A и осью x нам неизвестен — обозначим его α (рис. 1.25).

Определим угол α .

Из прямоугольного треугольника OBC : $OB = BC/\text{tg}30^\circ = a/0,577$.

Из прямоугольного треугольника OBA : $\text{tg}\alpha = OB/AB = a/(0,577 \cdot 2a) = 0,866$.

Отсюда $\alpha = 40^\circ 54' 38''$

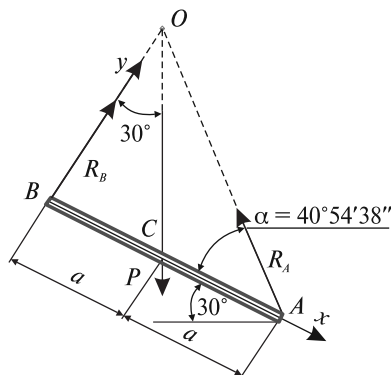


Рис. 1.25

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0;$$

$$1) -R_A \cos 40^\circ 54' 38'' + P \sin 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_y = 0;$$

2) $R_A \sin 40^\circ 54' 38'' - P \cos 30^\circ + R_B = 0$;
из уравнения 1 $R_A = P \sin 30^\circ / \cos 40^\circ 54' 38'' = 100 \sin 30^\circ / \cos 40^\circ 54' 38'' = 66,14 \text{ Н}$;
из уравнения 2 $R_B = P \cos 30^\circ - R_A \sin 40^\circ 54' 38'' = 100 \cos 30^\circ - 66,14 \sin 40^\circ 54' 38'' = 43,3 \text{ Н}$.
Ответ: $R_A = 66,14 \text{ Н}$, $R_B = 43,3 \text{ Н}$.

Задачи для самостоятельного решения

Два абсолютно жестких стержня AB и AC соединены шарниром в точке A и прикреплены к неподвижной поверхности шарнирами B и C , образуя с ней углы, указанные на рис. 1.26. К валику шарнира A подвешен на нерастяжимой нити груз D , вес которого P и груз D_1 , вес которого P_1 . Углы между стержнями и веса грузов указаны в табл. 1. Определить усилия, возникающие в стержне AB и AC . Весом стержней и нити пренебречь.

Таблица 1.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	для рис. 1–4				для рис. 5, 6		для рис. 7–10			
α (град)	30	45	40	50	50	35	30	25	45	40
β (град)	45	35	50	35	—	—	50	70	55	60
P (Н)	100	200	300	400	100	300	100	200	300	400
P_1 (Н)	—	—	—	—	—	—	350	250	150	100
Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	для рис. 1–4				для рис. 5, 6		для рис. 7–10			
α (град)	35	55	45	60	45	55	35	20	40	55
β (град)	60	35	50	45	—	—	70	80	65	25
P (Н)	200	300	400	100	200	400	400	300	200	100
P_1 (Н)	—	—	—	—	—	—	150	250	350	400
Вариант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	для рис. 1–4				для рис. 5, 6		для рис. 7–10			
α (град)	20	55	45	60	40	65	45	30	45	55
β (град)	60	25	20	35	—	—	70	80	65	55
P (Н)	300	200	100	400	300	200	200	400	100	300
P_1 (Н)	—	—	—	—	—	—	250	150	400	350

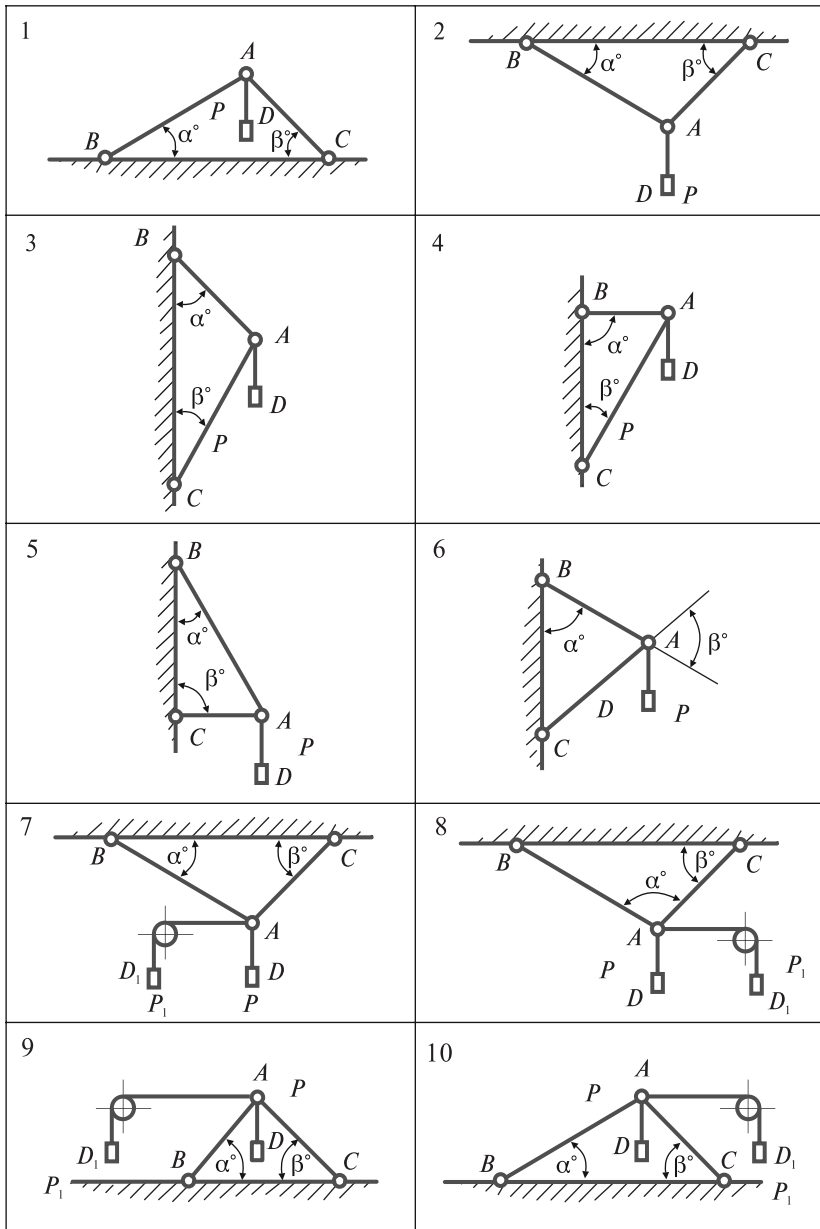


Рис. 1.26

1.5. Пара сил и моменты сил

1.5.1. Пара сил и ее действие на тело. Эквивалентность пар

Две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой, называются парой сил (рис. 1.27).

Сумма проекций сил пары на ось X и ось Y равна нулю, поэтому пара сил не имеет равнодействующей. Несмотря на это тело под действием пары сил не находится в равновесии.

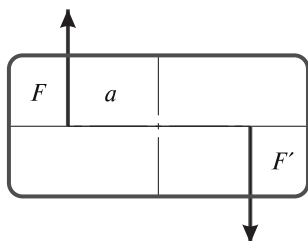


Рис. 1.27

Действие пары сил на твердое тело состоит в том, что она стремится вращать это тело. Способность пары сил производить вращение определяется моментом пары, равным произведению силы на кратчайшее расстояние (взятое по перпендикуляру к силам) между линиями действия сил. Обозначим момент пары M , а кратчайшее расстояние между силами a , тогда абсолютное значение момента пары сил:

$$M = F \cdot a = F' \cdot a.$$

Кратчайшее расстояние между линиями действия сил a называется плечом пары.

Эффект действия пары сил полностью определяется ее моментом. Поэтому момент пары сил можно показывать дугообразной стрелкой, указывающей направление вращения. Так как пара сил не имеет равнодействующей, ее нельзя уравновесить одной силой. Момент пары в СИ измеряется в ньютон-метрах (Н·м) или в единицах, кратных ньютон-метру: кН·м, МН·м и т. д.

Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки, и отрицательным, если пара стремится вращать тело против хода часовой стрелки (рис. 1.28). Принятое правило знаков для моментов пар условно: можно было бы принять противоположное правило.

Две пары сил считаются эквивалентными в том случае, если после замены одной пары другой парой механическое состояние тела не изменяется, т. е. не изменяется движение тела или не нарушается его равновесие.

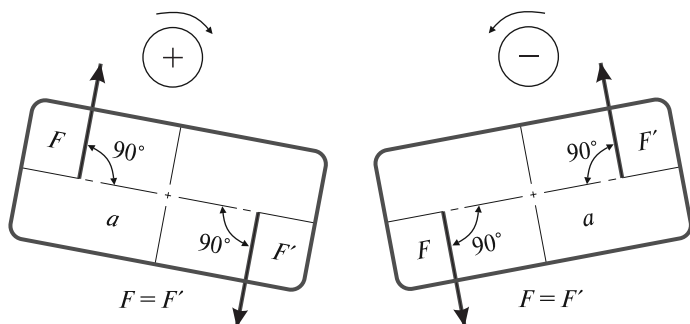


Рис. 1.28

Эффект действия пары сил на твердое тело не зависит от ее положения в плоскости. Следовательно, пару сил можно переносить в плоскости ее действия в любое положение.

Не нарушая состояния тела, можно как угодно изменять модули сил и плечо пары, лишь бы момент пары оставался неизменным.

Подобно силам, пары можно складывать. Пара, заменяющая собой действие данных пар, называется результирующей.

Поскольку действие пары сил полностью определяется ее моментом и направлением вращения, то сложение пар производится алгебраическим суммированием их моментов, т. е. момент результирующей пары равен алгебраической сумме моментов составляющих пар.

Это применимо к любому количеству пар, лежащих в одной плоскости. Поэтому при произвольном числе слагаемых пар, лежащих в одной плоскости или параллельных плоскостях, момент результирующей пары определится по формуле

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i,$$

где моменты пар, вращающиеся по часовой стрелке, принимаются положительными, а против часовой стрелки — отрицательными.

Условие равновесия системы пар, лежащих в одной плоскости: **для равновесия системы пар необходимо и достаточно, чтобы момент результирующей пары равнялся нулю или чтобы алгебраическая сумма моментов пар равнялась нулю:**

$$M = \sum_{i=1}^n M_i = 0.$$

1.5.2. Момент силы относительно точки и оси

Момент силы относительно точки определяется произведением модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы (рис. 1.29).

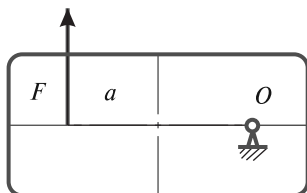


Рис. 1.29

При закреплении тела в точке O сила F стремится поворачивать его вокруг этой точки. Точка O , относительно которой берется момент, называется центром момента, а длина перпендикуляра a называется плечом силы относительно центра момента. Момент силы F определяется произведением силы на плечо

$$M_O = F \cdot a.$$

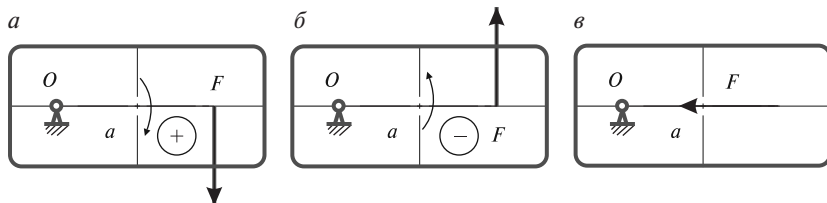


Рис.1.30

Момент принято считать положительным, если сила стремится вращать тело по часовой стрелке (рис. 1.30, а), а отрицательным — против часовой стрелки (рис. 1.30, б). Когда линия действия силы проходит через данную точку, момент силы относительно этой точки равен нулю, так как в рассматриваемом случае плечо $a = 0$ (рис. 1.30, в).

Для определения момента силы относительно оси нужно спроецировать силу на плоскость, перпендикулярную оси, и найти момент проекции силы относительно точки пересечения оси с этой плоскостью (рис. 1.31).

$$M_{oo}(F) = \text{пр } F a,$$

где a — расстояние от оси до проекции F ;

$\text{пр } F$ — проекция силы на плоскость, перпендикулярную оси OO ;

$\text{пр } F = F \cos \alpha$; $M_{oo}(F) = F \cos \alpha a$.

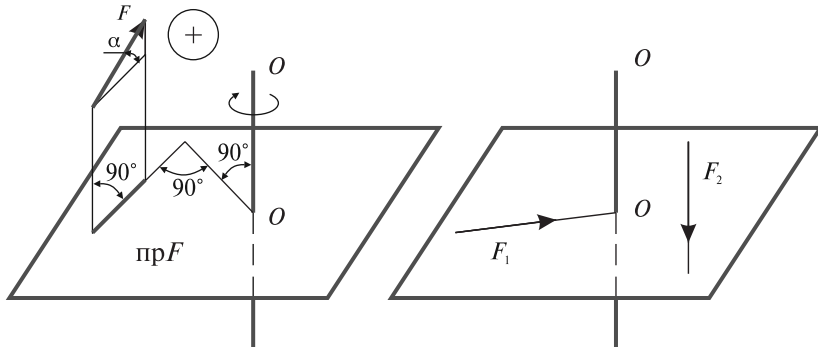


Рис. 1.31

1.5.3. Приведение произвольной системы сил к заданному центру

Приведем систему трех произвольно расположенных сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, приложенных к твердому телу в точках A_1 , A_2 и A_3 , к заданному центру O .

Получим три силы $\vec{F}_1''$, $\vec{F}_2''$ и $\vec{F}_3''$, приложенные в центре O , и три присоединенные пары сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_2'$ и $\vec{F}_3$, $\vec{F}_3'$ (рис. 1.32). Складывая силы $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$ и $\vec{F}_3'$ по правилу многоугольника, получим их равнодействующую $\vec{R}^*$, равную геометрической сумме заданных сил и приложенную в центре приведения O :

$$\vec{R}^* = \vec{F}_1'' + \vec{F}_2'' + \vec{F}_3'' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

Геометрическая сумма всех сил системы называется **главным вектором системы сил** и в отличие от равнодействующей $\vec{R}$ обозначается $\vec{R}^*$.

Складывая пары $\vec{F}_1 \vec{F}_1'$, $\vec{F}_2 \vec{F}_2'$, $\vec{F}_3 \vec{F}_3'$ получим эквивалентную им пару сил. Момент каждой присоединенной пары сил равен моменту соответствующей силы относительно центра приведения:

$$M_1 = M_{10} = r_1 \times F_1; M_2 = M_{20} = r_2 \times F_2; M_3 = M_{30} = r_3 \times F_3.$$

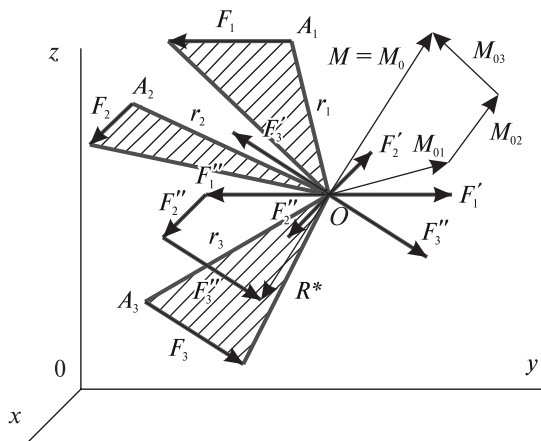


Рис. 1.32

Момент пары сил, эквивалентной трем присоединенным парам сил, равен геометрической сумме моментов этих пар.

Строя многоугольник моментов присоединенных пар, находим

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = M_{10} + M_{20} + M_{30} = M_0,$$

т. е. момент пары сил, эквивалентной трем присоединенным парам, равен главному моменту этих трех сил относительно центра приведения.

Распространяя полученные результаты на любое число сил, произвольно расположенных в пространстве, имеем

$$R^* = \sum F_i; M = M_0 = \sum M_{i0}.$$

Этот результат можно сформулировать следующим образом: **силы, произвольно расположенные в пространстве, можно привести к одной силе, равной их главному вектору и приложенной в центре приведения, и к паре сил с моментом, равным главному моменту всех сил относительно центра приведения.**

Выбор центра приведения не отражается на модуле и направлении главного вектора $\vec{R}^*$, но влияет на модуль и направление главного момента M_0 .

Пользуясь методом приведения произвольной системы сил к заданному центру, рассмотрим вопросы, связанные с системами сил, произвольно расположенных на плоскости.

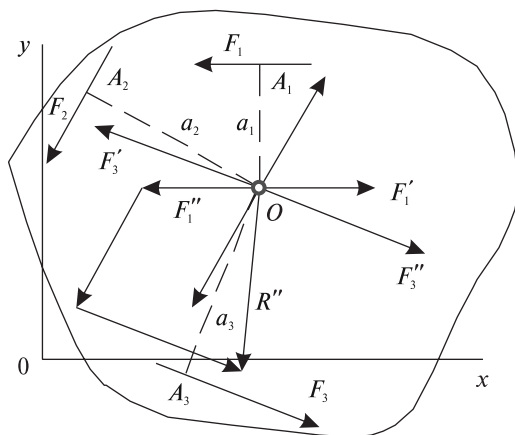


Рис. 1.33

Для вычисления главного вектора $\vec{A}^*$ — системы сил, произвольно расположенных на плоскости, воспользуемся методом проекций. На рис. показано приведение к центру О трех сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Известно, что

$$\vec{R}^* = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Обозначив R_x, R_y — проекции главного вектора на оси координат, получим

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx};$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny},$$

где $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}; F_{1y}, F_{2y}, F_{ny}$ — проекции сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ соответственно на оси x и y .

Модуль и направление главного вектора R^* определяются по формулам:

$$R^* = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; \cos(\vec{R}^*, \vec{i}) = R_x / R^*; \cos(R^*, \vec{j}) = R_y / R^*.$$

Все присоединенные пары сил лежат в одной плоскости.

Момент эквивалентной им пары сил, равный главному моменту системы сил относительно центра приведения, определяется как алгебраическая сумма моментов сил относительно этого центра.

$$M = M_0 = \sum M_{i0}.$$

Пример решения задачи

Дано: силы $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН, $F_3 = 30$ кН, $F_4 = 40$ кН, расположенные параллельно оси Y , как показано на рис 1.34. Привести заданную систему сил к точке O . Определить главный вектор и главный момент системы сил, который получается в результате приведения.

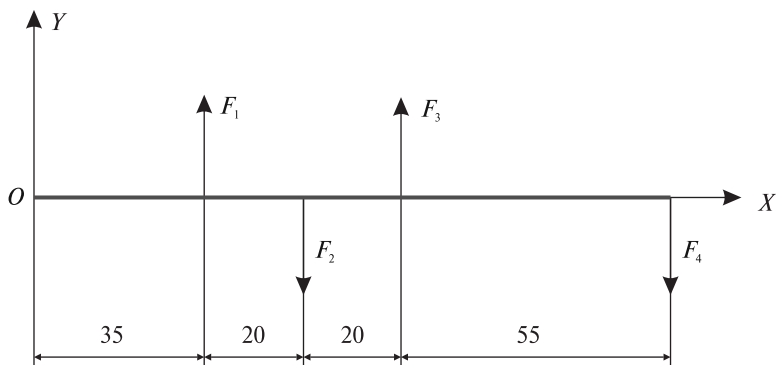


Рис. 1.34

Составим уравнение проекций на ось Y и определим суммарный момент сил относительно точки O .

$$\sum F_x = 0$$

$$R = \sum F_y = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 = 10 - 20 + 30 - 40 = -20 \text{ кН};$$

$$\begin{aligned} M &= \sum M_0(F_k) = -F_1 \cdot 35 + F_2 \cdot 55 - F_3 \cdot 75 + F_4 \cdot 130 = \\ &= -10 \cdot 35 + 20 \cdot 55 - 30 \cdot 75 + 40 \cdot 130 = 3700 \text{ кНм} = 3,7 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Варианты для самостоятельной работы

Привести силы, заданные в табл. 1.2 и изображенные на рис. 1.35, к центру O , определить главный вектор и главный момент приведенной системы сил. Главный вектор определить по формуле

$$R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}; \cos(\vec{R}^*, \vec{i}) = R_x / R^*; \cos(R^*, \vec{j}) = R_y / R^*.$$

Таблица 1.2

Варианты сил для решения

Вари- ант	$F_1(\text{кН})$	$F_2(\text{кН})$	$F_3(\text{кН})$	$F_4(\text{кН})$	$F_5(\text{кН})$	$F_6(\text{кН})$	$F_7(\text{кН})$	$F_8(\text{кН})$	$F_9(\text{кН})$	$F_{10}(\text{кН})$
1	10	0	15	0	20	0	25	0	30	0
2	0	10	0	10	0	15	0	20	0	30
3	20	0	15	0	20	0	25	40	0	0
4	0	20	0	20	0	30	0	0	20	10
5	30	0	15	0	0	40	0	20	30	0
6	0	30	0	30	25	0	15	0	0	10
7	20	0	15	0	0	10	25	15	30	0
8	10	40	0	40	30	0	0	0	0	10
9	0	0	15	0	0	40	25	40	30	0
10	30	30	0	30	0	0	10	0	0	20
	$F_{11}(\text{кН})$	$F_{12}(\text{кН})$	$F_{13}(\text{кН})$	$F_{14}(\text{кН})$	$F_{15}(\text{кН})$	$F_{16}(\text{кН})$	$F_{17}(\text{кН})$	$F_{18}(\text{кН})$	$F_{19}(\text{кН})$	$F_{20}(\text{кН})$
11	10	0	15	0	0	0	25	0	30	20
12	0	10	0	10	30	15	0	20	0	0
13	20	0	15	0	0	0	25	40	0	20
14	0	20	0	20	10	30	0	0	20	0
15	30	0	15	0	0	40	0	20	30	0
16	0	30	0	30	10	0	15	0	0	25
17	20	0	15	0	0	10	25	15	30	0
18	10	40	0	40	10	0	0	0	0	30
19	0	0	15	0	0	40	25	40	30	0
20	30	30	0	30	20	0	10	0	0	0
	$F_1(\text{кН})$	$F_{12}(\text{кН})$	$F_3(\text{кН})$	$F_{14}(\text{кН})$	$F_5(\text{кН})$	$F_{16}(\text{кН})$	$F_7(\text{кН})$	$F_{18}(\text{кН})$	$F_9(\text{кН})$	$F_{20}(\text{кН})$
21	0	0	10	15	25	20	0	0	0	30
22	30	10	0	0	0	0	10	15	20	0
23	0	0	20	15	25	20	0	0	40	0
24	10	20	0	0	0	0	20	30	0	20
25	0	0	30	15	0	0	0	40	20	30
26	10	30	0	0	15	25	30	0	0	0
27	0	0	20	15	25	0	0	10	15	30
28	10	40	10	0	0	30	40	0	0	0
29	0	0	0	15	25	0	0	40	40	30
30	20	30	30	0	10	0	30	0	0	0

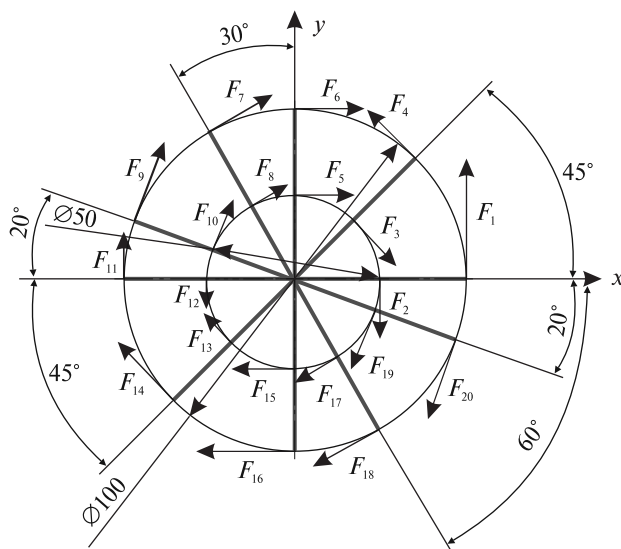


Рис. 1.35

1.5.4. Условия равновесия плоской системы сил

При приведении системы сил к заданному центру возможны следующие варианты:

- $M_0 \neq 0$
 $R^* \neq 0$ Тело совершает плоскопараллельное движение;
- $M_0 = 0$
 $R^* \neq 0$ Тело движется прямолинейно ускоренно;
- $M_0 \neq 0$
 $R^* = 0$ Тело совершает вращательное движение;
- $M_0 = 0$
 $R^* = 0$ Тело находится в состоянии равновесия.

Условие равновесия плоской системы сил можно записать следующим образом:

$M_0 = 0$ при условии, что сумма моментов относительно заданного центра приведения равна нулю.

$$R^* = 0 \quad R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 0 \Rightarrow R_x = \sum F_x = 0, R_y = \sum F_y = 0.$$

Условие равновесия плоской системы сил можно сформулировать следующим образом: для того чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил системы на любую ось равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки (A, B, C или любой другой, не лежащих на одной прямой) в плоскости действия сил равнялась нулю.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0; \\ \sum F_y &= 0; \\ \sum M_A(F_k) &= 0; \\ \sum M_B(F_k) &= 0; \\ \sum M_C(F_k) &= 0.\end{aligned}$$

Теоретически уравнений моментов можно записать бесконечное множество, но практически доказано, что на плоскости можно составить только три независимых уравнения моментов.

Для определения условия равновесия в плоскости достаточно составить три уравнения равновесия, которые в зависимости от конкретного случая могут быть следующие:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0; \\ \text{1. Вариант: } \sum F_y &= 0; \\ \sum M_A(F_k) &= 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0; \\ \text{2. Вариант } \sum M_A(F_k) &= 0; \\ \sum M_B(F_k) &= 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_A(F_k) &= 0; \\ \text{3 вариант } \sum M_B(F_k) &= 0; \\ \sum M_C(F_k) &= 0.\end{aligned}$$

Если все силы параллельны, то достаточно $\sum F_x = 0$, $\sum M_A(F_k) = 0$ при условии, что все силы параллельны принятой оси X.

1.5.5. Равновесие пространственной системы сил

Рассмотрим состояние равновесия пространственной системы сил:

$M_0 = 0$ при условии, что сумма моментов относительно заданного центра приведения равна нулю.

$$R^* = 0$$

$$R^* = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2} = 0 \Rightarrow R_X = \sum F_X = 0,$$

$$R_Y = \sum F_Y = 0, R_Z = \sum F_Z = 0.$$

При приведении пространственной системы сил к центру главный момент системы сил можно вычислить по формуле

$$M^* = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2 + M_Z^2} = 0 \Rightarrow M_X = \sum m_X = 0,$$

$$M_Y = \sum m_Y = 0, M_Z = \sum m_Z = 0.$$

Получаем шесть уравнений равновесия:

$$R_X = \sum F_X = 0;$$

$$R_Y = \sum F_Y = 0;$$

$$R_Z = \sum F_Z = 0;$$

$$M_X = \sum m_X = 0;$$

$$M_Y = \sum m_Y = 0;$$

$$M_Z = \sum m_Z = 0.$$

2. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

2.1. Синтез плоских стержневых механизмов

Под синтезом механизмов понимают проектирование кинематической схемы механизма, удовлетворяющее заданным законам движения его звеньев и заданной схеме механизмов. Таким образом, при синтезе механизма решаются две задачи:

1) структурный анализ, т. е. установление строения механизма с точки зрения числа кинематических пар и их геометрических характеристик;

2) кинематический анализ, т. е. установление формы и размеров звеньев, удовлетворяющих тем движениям, которые должны осуществлять звенья механизма.

Решая задачу синтеза плоских механизмов, необходимо предварительно задаться структурной схемой проектируемого механизма, а затем определить кинематические параметры звеньев, удовлетворяющих заданным проектным условиям. В большинстве случаев при геометрическом синтезе стержневых плоских механизмов возникает математическая неопределенность, т. е. допускается множество решений. Поэтому необходимо выбрать наиболее оптимальное.

Основными проектными условиями при синтезе стержневых механизмов может быть полное перемещение ведомого рабочего звена (S или φ). Кроме того, задаются относительным положением осей вращения или направляющих ведущего или ведомого звена, а также могут быть заданы дополнительные условия — угол давления или коэффициент изменения средней скорости ведомого звена (k).

Коэффициент изменения средней скорости ведомого звена (k) — ползуна C или коромысла DC называется отношение средней скорости хода v_x или ω_x к средней скорости рабочего хода v_p или ω_p или времени t_p или угла рабочего хода α_p к времени t_x или углу α_x холостого хода.

$$k = \frac{v_x}{v_p} = \frac{\omega_x}{\omega_p} = \frac{t_p}{t_x} = \frac{\alpha_p}{\alpha_x}.$$

Из чертежа (рис. 3.1) видно, что

$$\alpha_p + \alpha_x = 360;$$

$$\alpha_p - \alpha_x = 2\psi.$$

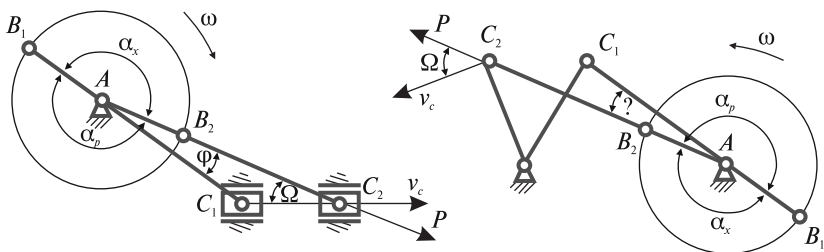


Рис. 2.1

Откуда $\alpha_p = 180 + \psi$; $\alpha_x = 180 - \psi$; $k = \frac{\alpha_p}{\alpha_x} = \frac{180 + \psi}{180 - \psi}$.

Следовательно, угол перекрытия

$$\Psi = \frac{k-1}{k+1} 180.$$

Углом давления θ называют угол между направлением вектора движущей силы, приложенной к ведомому звену, и вектором скорости точки приложения этой силы.

Пример 1

Спроектировать четырехшарнирный механизм, изображенный на чертеже (рис. 2.2). Задано: длина коромысла $DC = R$ угол наклона коромысла к стойке в крайних положениях β_1 и β_2 , длина стойки $AD = L$, требуется найти длину кривошипа $AB = r$ и шатуна $BC = l$.

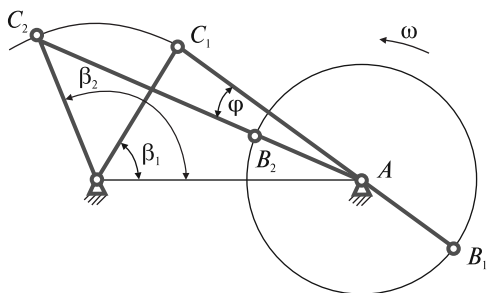


Рис. 2.2

Решение

Из точки D строим два заданных крайних положения коромысла $DC_1 AB_1$ и $DC_2 B_2 A$.

Из чертежа имеем

$$AC_1 = C_1B_1 - AB_1 = l - r$$

$$AC_2 = C_2B_2 + AB_2 = l + r$$

Из треугольника AC_1D

$$AC_1 = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_1};$$

$$l - r = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_1};$$

Из треугольника AC_2D

$$AC_2 = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_2};$$

$$l + r = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_2}.$$

Решая совместно уравнения получим

$$l = \frac{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_1} + \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_2}}{2};$$

$$r = \frac{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_2} - \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_1}}{2}.$$

Пример 2

Если ведущее звено поворачивается не на 360° , то механизм называется коромыслово-ползунным (рис. 2.3). Спроектировать коромыслово-ползунный механизм по заданному ходу ползуна S , углу поворота коромысла β и углу давления θ . Необходимо определить AB , BC и e .

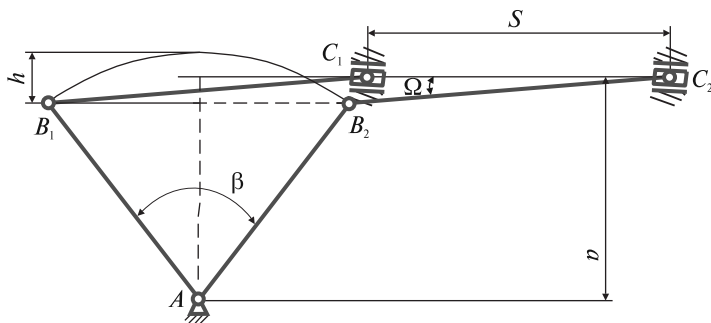


Рис. 2.3

Решение

Строим схему искомого механизма в крайних положениях. Если сопротивление при рабочем ходе постоянное (строгальный, долбежный станок), то обычно размеры звена определяются из условия, чтобы среднее значение углов давления было минимальным. Для этого направляющая ползуна должна делить стрелку сегмента h пополам.

Из чертежа видно, что $h = 2(AB - e)$, хорда $B_1B_2 = S$.

Тогда

$$\frac{B_1B_2}{2} = \frac{S}{2} = AB \sin\left(\frac{\beta}{2}\right);$$

$$AB = \frac{S}{2 \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)};$$

$$AB - h = AB \cos\left(\frac{\beta}{2}\right);$$

$$h = AB \left[1 - \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \right].$$

Дезоксиал определяется по формуле

$$e = AB - \frac{h}{2}.$$

Длина шатуна рассчитывается по формуле

$$BC = l = \frac{h}{2 \sin(\theta)}.$$

2.2. Структурный анализ и классификация механизмов

Всякий механизм состоит из отдельных деталей (тел). В механизмах стационарного типа некоторые детали являются неподвижными, другие движутся относительно них. В подвижных механизмах (самолет, автомобиль) за неподвижные детали условно принимают детали, жестко связанные с корпусом самолета или автомобиля.

Каждая подвижная деталь или группа деталей, образующая одну жесткую систему тел, носит название подвижного звена механизма. Например, подвижной деталью считается шатун, который может состоять из нескольких деталей (тела шатуна, крышки, подшипников, болтов и т. д.).

Все неподвижные детали, которые образуют одну жесткую неподвижную систему тел, называют неподвижным звеном или стойкой.

В любом механизме мы имеем одно неподвижное звено и несколько подвижных звеньев.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется кинематической парой.

Поверхности, линии или точки, по которым одно звено, соприкасаясь с другим, образует кинематическую пару, называют элементом кинематической пары.

Систему звеньев, связанных между собой кинематическими парами, называют кинематической цепью.

Классификация кинематических пар

Кинематические пары классифицируются по следующим признакам:

- по числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев;
- по характеру относительного движения;
- по характеру соприкосновения звеньев.

Классификация кинематических пар по первому признаку требует определения понятий «условие связи» и «степень свободы».

Свободное тело в пространстве обладает шестью степенями свободы, т. е. может совершать три независимых поступательных движения вдоль каждой оси и три вращательных движения вокруг тех же осей (рис. 2.4).

Если звено входит в кинематическую пару, то на его относительное движение по отношению к другому звену, входящему в эту пару, накладывается определенное ограничение. Это ограничение называется условиями связи. По числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев, кинематические пары делятся на классы. Класс кинематической

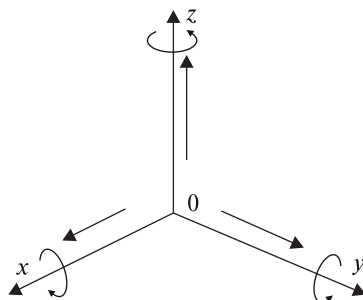


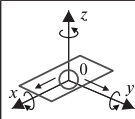
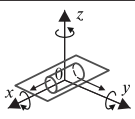
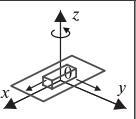
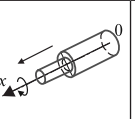
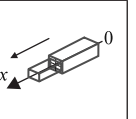
Рис. 2.4

пары соответствует числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев, входящих в эту пару.

Все кинематические пары подразделяются на пять классов. Примеры кинематических пар приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Кинематические пары

Признак					
	Пяти- подвижная	Четырех- подвижная	Трех- подвижная	Двух- подвижная	Одно- подвижная
Число степеней свободы	5	4	3	2	1
Число условий связи	1	2	3	4	5
Класс пары	1	2	3	4	5

По характеру относительного движения кинематические пары можно разделить на пространственные и плоские. Если форма кинематической пары позволяет звеньям совершать плоско-параллельное движение, то пара плоская. В противном случае – пространственная.

По характеру соприкосновения звеньев кинематические пары делятся на низшие, в которых звенья соприкасаются по поверхности, и высшие, в которых звенья соприкасаются по точке или по линии.

К плоским низшим парам относятся кинематические пары пятого класса:

- вращательные шарнирные, которые допускают только вращательное движение звена относительно оси шарнира (рис. 2.5);
- поступательные, в которых одно звено может двигаться относительно другого только поступательно вдоль оси направляющей (рис. 2.6).

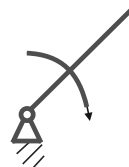


Рис. 2.5

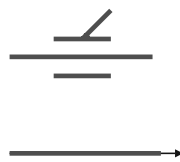


Рис. 2.6

Кинематические цепи

Связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары называется кинематической цепью.

Кинематические цепи могут быть плоские (звенья движутся параллельно одной плоскости) и пространственные.

Кинематическая цепь может быть открытой, если в ней есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару (рис. 2.7, 2.9), замкнутой, если все ее звенья входят не менее чем в две кинематические пары (рис. 2.8, 2.10).

Простая кинематическая цепь — это кинематическая цепь, у которой каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (рис. 2.7, 2.8). Сложная кинематическая цепь — это цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары (рис. 2.9, 2.10).

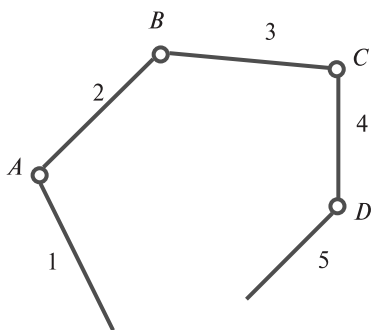


Рис.2.7

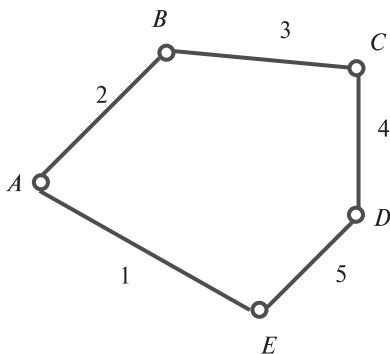


Рис. 2.8

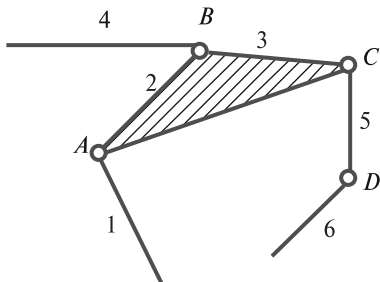


Рис. 2.9

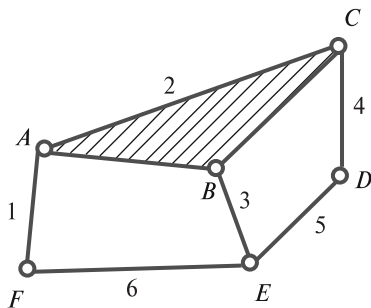


Рис. 2.10

До соединения в кинематическую цепь все ее звенья имели $3k$ степеней свободы. При образовании кинематической цепи каждая пара пятого класса налагает 2 условия связи на относительное движение звеньев, а все кинематические пары пятого класса — $2p_5$ условий связи, каждая пара четвертого класса налагает одно условие связи, а все пары четвертого класса — p_4 условий связи.

Таким образом, после соединения всех звеньев в кинематические пары число степеней свободы H плоской кинематической цепи равно:

$$H = 3k - 2p_5 - p_4.$$

Структура плоских механизмов

Движение плоских механизмов изучается по отношению к стойке. Для образования механизма необходимо одно из его звеньев закрепить неподвижно, т. е. обратить его в стойку. При этом плоская кинематическая цепь будет лишена трех степеней свободы.

Число степеней свободы w относительно стойки равно

$$w = 3k - 2p_5 - p_4 - 3 = 3(k-1) - 2p_5 - p_4.$$

Обозначим $k-1$ через n :

$$w = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где n — число подвижных звеньев.

Структурная формула плоских механизмов была впервые получена академиком П. Л. Чебышевым и носит его имя.

Степень свободы (подвижности) механизма показывает, сколько надо задать независимых координат, чтобы охарактеризовать положение любого звена механизма относительно стойки. Если механизм обладает одной степенью подвижности ($w = 1$), то при заданном движении одного из звеньев все остальные звенья будут иметь определенное движение. В табл. 2.2 приведены некоторые условные обозначения звеньев и кинематических пар плоских механизмов.

В табл. 2.3 приведены некоторые схемы групп Ассура с указаниями их класса и порядка. Здесь все пары вращательные. Однако следует иметь в виду, что вместо вращательных пар могут быть и поступательные.

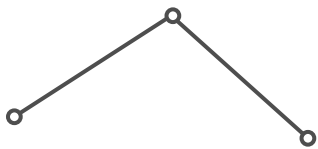
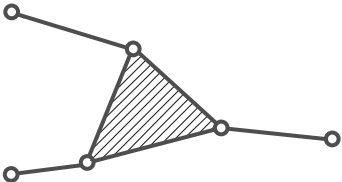
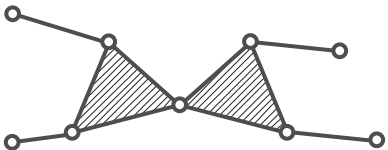
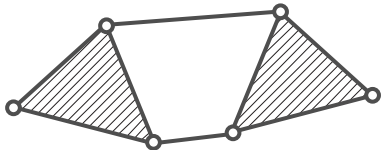
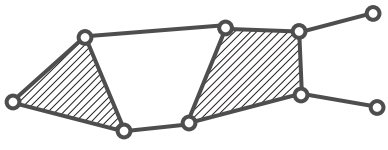
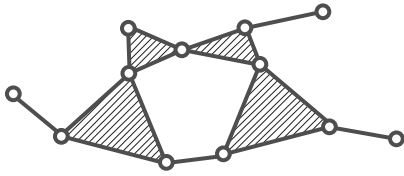
Таблица 2.2

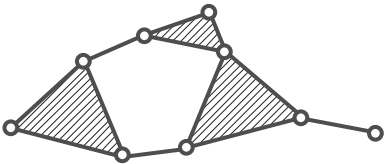
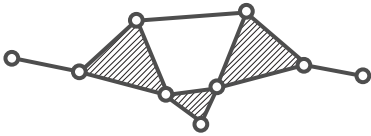
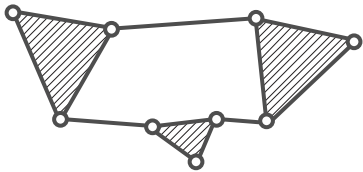
Условные обозначения звеньев и кинематических пар

Наименование	Конструктивное изображение	Схематическое изображение
Звено, входящее в две вращательные пары		
Звено, входящее в три вращательные пары		
Поступательная пара: оба звена подвижные		
одно звено неподвижное		
Вращательная пара: оба звена подвижные		
одно звено неподвижное		
Дифференциальный зубчатый механизм		

Таблица 2.3

Структурные схемы групп

Структурная схема группы	Число подвижных звеньев, n	Число кинематических пар пятого класса, p_5	Класс группы	Порядок группы
	2	3	2	2
	4	6	3	3
	6	9	3	4
	4	6	4	2
	6	9	4	3
	8	12	5	4

Структурная схема группы	Число подвижных звеньев, n	Число кинематических пар пятого класса, p_5	Класс группы	Порядок группы
	6	9	5	3
	6	9	4	3
	6	9	6	3

В зависимости от сочетания вращательных и поступательных пар и взаимного их расположения все группы Ассур второго класса делятся на пять видов (рис. 2.11, *а, б, в, г, д*).

В плоских механизмах кроме низших пар могут быть и высшие. В этом случае каждую высшую пару следует условно заменить кинематической цепью, состоящей только из низших пар.

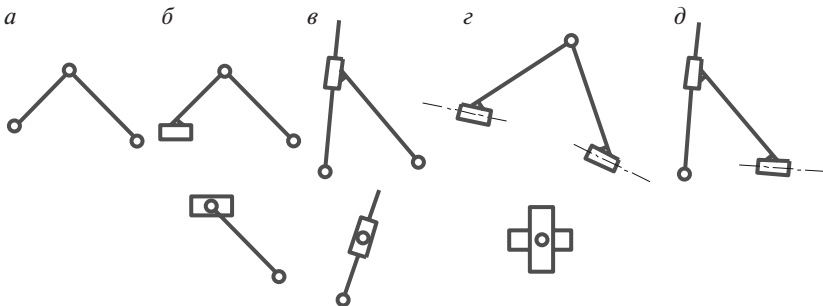


Рис. 2.11

Кинематическая пара четвертого класса (высшая пара) в плоских механизмах накладывает одно условие связи, т. е. она уменьшает степень подвижности механизма на единицу.

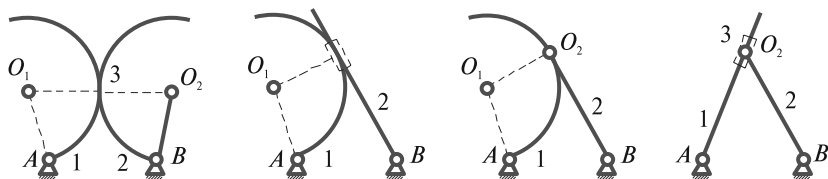


Рис. 2.12

Поэтому кинематическая цепь с низшими парами, заменяющая одну пару четвертого класса, должна удовлетворять условию

$$w = 3n - 2p_5 = 1;$$

$$p_5 = \frac{3n-1}{2}.$$

Из этого условия видно, что не только кинематическая цепь, но и одно звено ($n = 1$), входящее в две низших пары ($p_5 = 2$), может быть структурно эквивалентно высшей паре. Для выполнения при этом условия кинематической эквивалентности замену следует произвести таким образом, как на рис. 2.12.

Решение задач по теме «Структурный анализ механизма»

Задача 1

Провести структурное исследование механизма, представленного на рис. 2.13. Определить степень подвижности механизма.

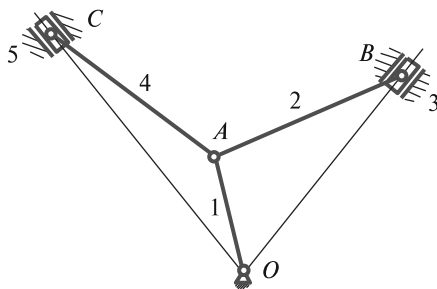


Рис. 2.13

Структурное исследование механизма

По формуле Чебышева определим степень подвижности механизма:

$$W = 3n - 2p_n - p_v,$$

где n — число подвижных звеньев;

p_3 — число низших кинематических пар (пар пятого класса);

p_4 — число высших кинематических пар (пар четвертого класса).

Для заданного механизма:

$n = 5$ (коленчатый вал, шатун (2 шт.), поршень (2 шт.));

$p_3 = 7$ (соединение коленчатого вала с корпусом, шатунами и соединением поршней с шатунами, цилиндрами);

$p_4 = 0$.

Таким образом:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Полученное значение $W = 1$ показывает, что в рассматриваемом механизме одно ведущее звено, которым является коленчатый вал. Остальные звенья составляют группы Ассура, условия существования которых вытекают из формулы Чебышева. Приняв $W = 0$, получим

$$p_n = \frac{3}{2}n. \quad (1)$$

Значения входящих в выражение (1) величин должны удовлетворять условию целого числа. Простейшей группой Ассура является комбинация из двух звеньев и трех кинематических пар, получившей название двухповодковой группы.

Наиболее удаленные от входного звена звенья — поршни 3 и 5. Выделим группу Ассура 2 — 3, содержащую звено 3 (рис. 2.14). Группа второго вида, второго класса, второго порядка. Проверим степень подвижности оставшегося механизма: $n = 3$, $p_3 = 4$, $p_4 = 0$.

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Отсоединение группы произведено верно.

Аналогично выделим группу Ассура 4—5 (см. рис. 2.14). Группа второго вида, второго класса, второго порядка. Определим степень ее подвижности: $n = 1$, $p_3 = 1$, $p_4 = 0$.

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 1.$$

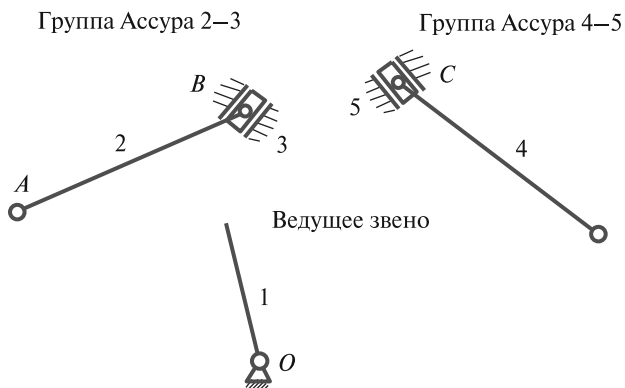


Рис. 2.14 Разделение механизма на группы Ассура

Отсоединение группы произведено верно.

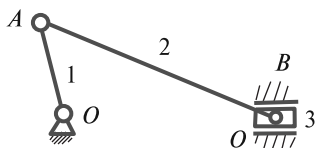
После этого остается только первичный механизм — ведущее звено 1 (коленчатый вал компрессора).

Таким образом, поршневой механизм компрессора состоит из одного ведущего звена и двух двухповодковых групп и принадлежит к механизмам второго порядка по классификации Артоболевского.

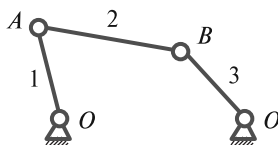
Задачи для самостоятельного решения

Провести структурный анализ заданного механизма (рис. 2.15–2.27).

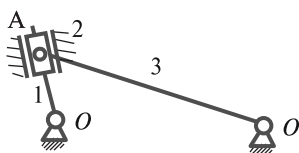
Кривошипно-шатунный механизм



Четырехшарнирный механизм



Кулисный механизм



Синусный механизм

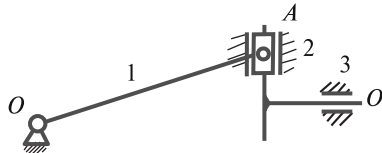


Рис. 2.15

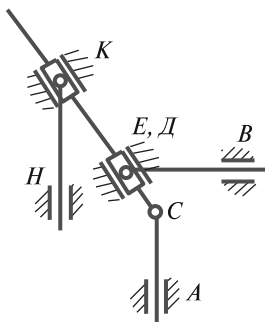


Рис. 2.16

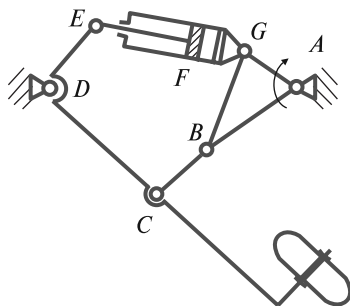


Рис. 2.17

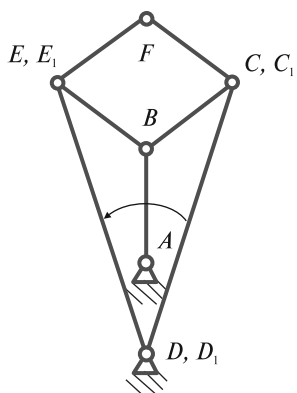


Рис. 2.18

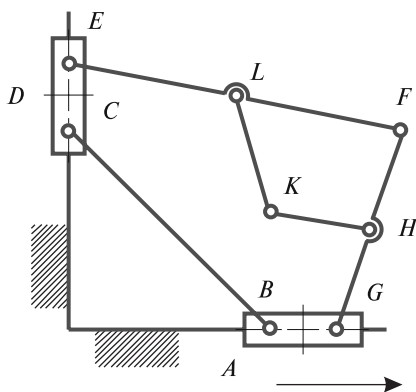


Рис. 2.19

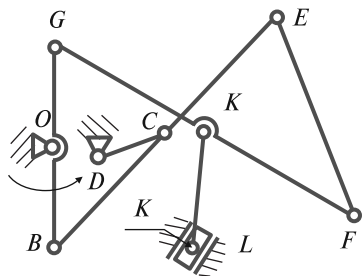


Рис. 2.20

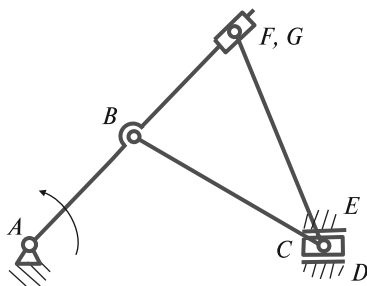


Рис. 2.21

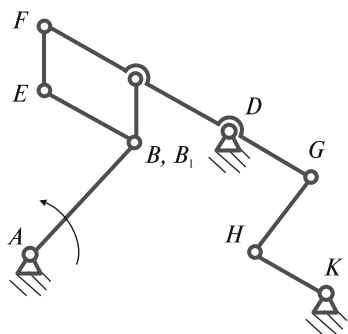


Рис. 2.22

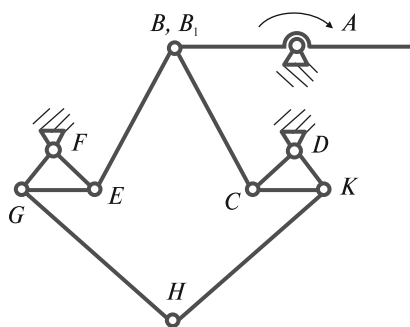


Рис. 2.23

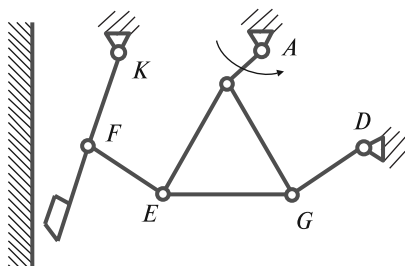


Рис. 2.24

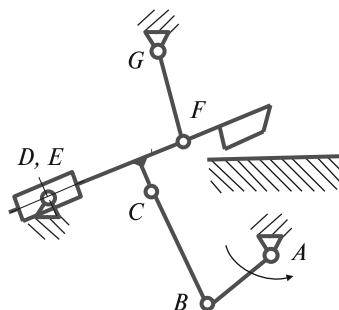


Рис. 2.25

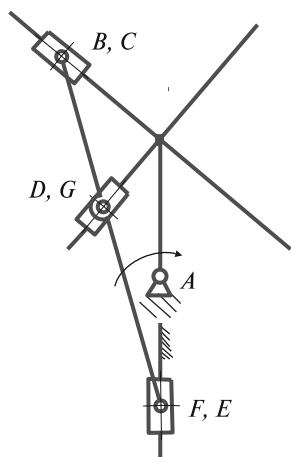


Рис. 2.26

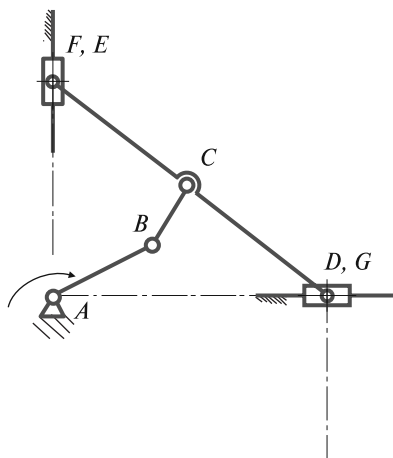


Рис. 2.27

2.3. Кинематический анализ механизмов

В этом разделе изучаются методы исследования кинематики механизмов с низшими парами (или рычажных механизмов).

Задачи исследования

1. Определение положений звеньев механизма и определение траекторий отдельных его точек.
2. Определение линейных скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев.
3. Определение линейных ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев.

Исходные данные

Для решения задач кинематики необходимо иметь:

1. Кинематическую схему механизма и все кинематические размеры его звеньев.
2. Закон движения входного (ведущего) звена.

Методы исследования

1. Аналитический.
2. Графо-аналитический (метод планов положений, скоростей и ускорений).
3. Метод графического дифференцирования.
4. Экспериментальный.

Аналитический метод

Метод заключается в определении математических выражений, описывающих функциональную связь между входными и выходными параметрами механизма. Для этого служат различные приёмы и методы, такие как метод векторных контуров, который образуется заменой кинематических размеров звеньев векторами, с последующим проецированием этого контура на оси системы координат и получением на этой основе соответствующих уравнений, описывающих кинематику данного механизма.

Этой же цели служит метод разбиения схемы механизма на прямо- или косоугольные треугольники, решая которые получают необходимые математические выражения.

Для составления некоторого первоначального представления о методе рассмотрим кинематику *синусного механизма* (рис. 2.28). Механизм состоит из кривошипа 1, вращающегося вокруг неподвижной точки O , конец A которого образует вращательную

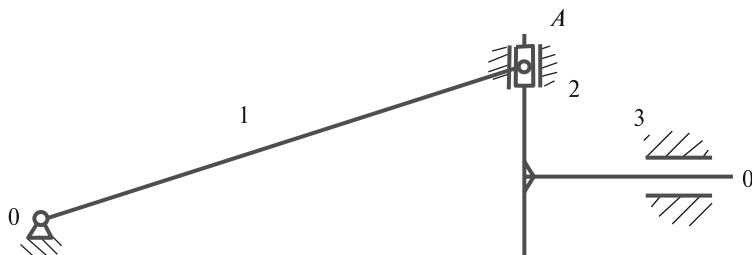


Рис. 2.28

кинематическую пару с ползуном 2. Ползун движется по вертикальному элементу ведомого звена 3, которое движется вдоль неподвижных горизонтальных направляющих. На первом этапе определяется зависимость перемещения S ведомого звена от угла α , поворота ведущего кривошипа 1. Из рис. 2.28 видно, что

$$S = OA_0 - OB = r - r \cdot \cos \alpha = r \cdot (1 - \cos \alpha).$$

Дифференцируя по α в первый раз, получаем аналог скорости ведомого звена:

$$S' = r \cdot \sin \alpha,$$

дифференцируя во второй раз, получаем аналог ускорения ведомого звена

$$S'' = r \cdot \cos \alpha.$$

Замечание. Следует обратить внимание на то, что зависимость $S = S(\alpha)$, отражающая закон преобразования движения в механизме, называется *функцией положения механизма*. Её первая производная по α , как отмечено выше, называется *аналогом скорости* (или *передаточной функцией скорости*), вторая производная — *аналогом ускорения* (или *передаточной функцией ускорения*). Для получения скорости и ускорения в функцию положения необходимо ввести время, для этого вместо α необходимо подставить ωt и выполнить дифференцирование по времени t . Попутно обнаруживается и связь между кинематическими функциями и их аналогами.

Метод планов положений, скоростей и ускорений

Определение функции положения

При использовании графоаналитического метода определение функции положения механизма производится с помощью разметки механизма. *Разметка механизма* — это ряд последовательных положений механизма, построенный в зависимости от положений входного звена, охватывающих весь цикл его движения (как правило, один оборот). Каждый механизм в соответствии с его кинематической схемой имеет свои особенности в построении разметки. Разметка строится в некотором масштабе, начиная от одного из крайних положений, отмечаемого нулевым номером.

Затем окружность, описываемая концом входного звена (кривошипа), делится на двенадцать равных частей, которые обозначаются номерами в направлении угловой скорости. После этого строятся положения остальных звеньев механизма, и строятся траектории заданных точек.

Для примера на рис. 2.29 приведена разметка кривошипно-ползунного механизма, с помощью которой легко определить путём измерений перемещения точки В ведомого звена, соответствующие углам поворота кривошипа, и представить их в виде графика или таблицы. Это и будет функция положения механизма.

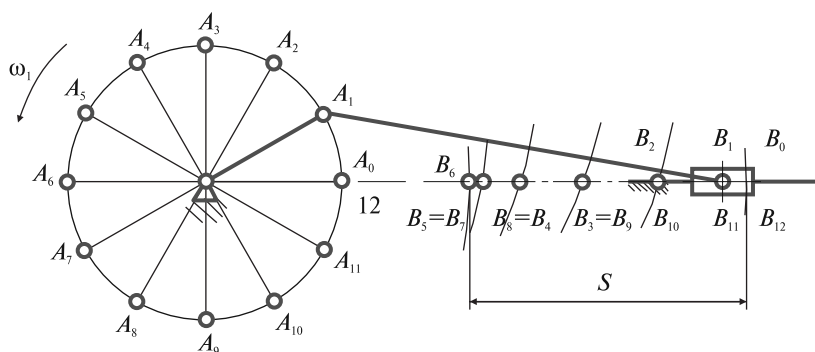


Рис. 2.29

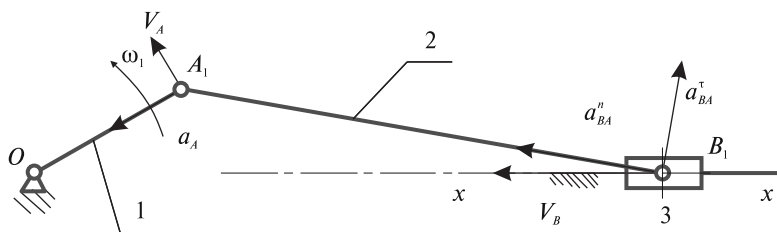
Замечание о масштабе. Масштабом называется число, показывающее, сколько единиц физической величины содержится в одном миллиметре её изображения. В механике машин в масштабе

изображаются любые физические величины: угол поворота, время, перемещение, скорость, сила, работа, мощность и т. д. Масштаб обозначается буквой μ с индексом обозначения физической величины и имеет размерность в виде дроби, в числителе которой указывается размерность изображаемой физической величины, в знаменателе — миллиметры. Например: $\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ — масштаб длин читается: ноль целых, две тысячных метра в одном миллиметре (изображения); $\mu_t = 2 \frac{\text{с}}{\text{мм}}$ — масштаб времени, читается: две секунды в одном миллиметре.

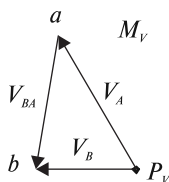
Определение скоростей и ускорений

Планом скоростей (ускорений) механизма называется пучок векторов, выходящих из одной точки (полюса плана), каждый из которых в некотором масштабе изображает вектор абсолютной скорости (абсолютного ускорения) какой-либо точки механизма, а отрезки, соединяющие их концы, изображают векторы относительных скоростей (относительных ускорений).

Построение плана скоростей сводится к реализации известного положения теоретической механики, согласно которому при плоско-параллельном движении твёрдого тела (звена) скорость любой



План скоростей



План ускорений

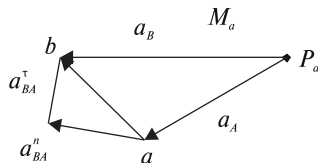


Рис. 2.30

его точки равна векторной сумме скорости в поступательном переносном движении вместе с другой точкой, принятой в качестве полюса, и скорости её в относительном вращательном движении относительно этого полюса.

Рассмотрим построение планов скоростей и ускорений на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.30). Схема механизма

должна быть изображена в масштабе $\mu_v = \dots \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ в исследуемом

положении. Прежде необходимо определить параметры движения точки A . Её скорость по величине равна произведению угловой скорости ω_1 кривошипа 1 на его радиус r_1 , т. е. $V_A = \omega_1 \cdot r_1$ и направлена перпендикулярно кривошипу в сторону движения точки A . Ускорение точки A по величине равно произведению квадрата угловой скорости кривошипа также на его радиус, т. е. $a_A = \omega_1^2 \cdot r_1$ и направлено от точки A к точке O , так как совпадает с нормальной составляющей полного ускорения точки A из-за равенства нулю тангенциальной составляющей ускорения (угловое ускорение кривошипа принимается равным нулю). Точка A принадлежит не только кривошипу, но и шатуну 2 и принимается в качестве полюса относительного вращения точки B . Скорость точки B определяется векторным равенством $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$, т. е. скорость точки B равна скорости точки A плюс скорость точки B относительно точки A . В этом равенстве первое слагаемое правой части известно по величине и по направлению, второе слагаемое направлено перпендикулярно шатуну 2 в данном положении, т. е. известно по направлению, и, наконец, вектор левой части направлен параллельно направляющим ползуна. При этих условиях треугольник скоростей легко строится в предварительно выбранном масштабе $\mu_v = \dots \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}$.

Построение плана ускорений производится в той же последовательности, что и план скоростей. При этом используется векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$, в котором первый вектор правой части известен полностью, второй неизвестен ни по величине, ни по направлению. Вектор левой части известен по направлению — он направлен параллельно направляющим ползуна. В этих условиях треугольник ускорений не строится. Разложим вектор относительного ускорения на две составляющих, согласно равенству $\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$. Первое слагаемое представляет собой относительное нормальное ускорение, направленное от точки B к точке A и равное по величине частному

от деления квадрата относительной скорости на длину шатуна, т. е.

$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_2}$. Второе слагаемое, относительное тангенциальное ускорение, направлено перпендикулярно шатуну 2 и неизвестно по величине. Теперь план ускорений строится без затруднений с применением заранее выбранного масштаба $\mu_a = \dots \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}$. Планы скоростей и ускорений данного механизма представлены на рис. 2.30.

Используя планы, легко найти физические величины скоростей и ускорений, для этого необходимо измерить отрезки в миллиметрах, выражающие скорости и ускорения, и умножить их на соответствующий масштаб.

Абсолютная скорость точки B : $V_B = \overline{p_V b} \cdot \mu_V$, мс^{-1} .

Относительная скорость точки B : $V_{BA} = \overline{ab} \cdot \mu_V$, мс^{-1} .

Угловая скорость шатуна 2: $\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_2}$, с^{-1} .

Тангенциальное ускорения точки B относительно точки A :

$a_{BA}^{\tau} = \overline{nb} \cdot \mu_a$, мс^{-2} .

Полное относительное ускорение: $a_{BA} = \overline{ab} \cdot \mu_a$, мс^{-2} .

Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_2}$, с^{-2} .

Метод кинематических диаграмм (метод графического дифференцирования)

Основой метода служит известное положение математики, согласно которому производная функции, заданной в виде графика, в какой-либо её точке численно равна тангенсу угла наклона касательной, проведённой в этой точке к графику функции, то есть

$$y'_i = \left(\frac{dy}{dx} \right)_i = \text{tg} \theta_i.$$

Так как теория механизмов и машин имеет дело с именованными числами, то при определении величины тангенса необходимо учитывать масштабы по осям координат графика функции (рис. 2.31), тогда:

$$y'_i = \operatorname{tg} \theta_i \cdot \frac{\mu_y}{\mu_x}.$$

Выберем горизонтальный отрезок произвольной длины и проведём из его левого конца наклонную прямую, параллельную касательной, а из правого конца — вертикальную прямую до пересечения с наклонной. Вычислим длину отрезка, полученного на вертикали и обозначенного на рис. 2.31 буквой $\bar{k}_i$. Построенный треугольник является прямоугольным с углом против вертикального катета, равным θ_i .

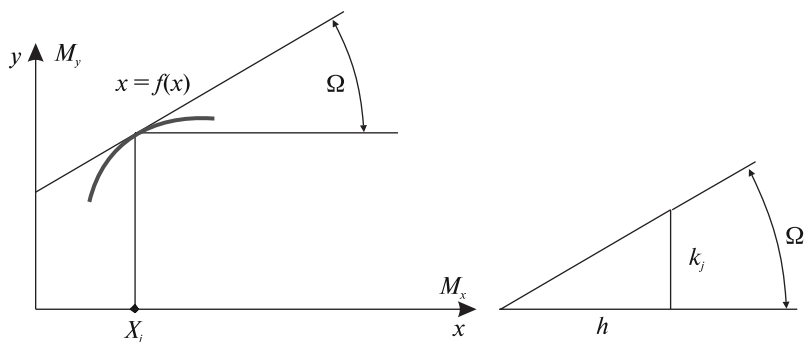


Рис. 2.31

Поэтому, записав из треугольника $\operatorname{tg} \theta_i = \frac{\bar{k}_i}{h}$ и подставив это отношение в предыдущее выражение, получаем

$$y'_i = \frac{\bar{k}_i}{h} \cdot \frac{\mu_y}{\mu_x}.$$

В правой части этого выражения переменной величиной является только $\bar{k}_i$, остальные образуют постоянное число, которое можно считать масштабом, то есть

$$\mu_{y'} = \frac{\mu_y}{h \cdot \mu_x}.$$

Таким образом мы убедились, что отрезок $\bar{k}_i$ в масштабе $\mu_{y'}$ выражает производную в данной точке графика.

Для применения рассмотренной методики необходимо предварительно построить график или функции положения механизма,

или график аналога скорости. Чтобы построить график производной, необходимо на продолжении оси абсцисс этого графика в левую сторону от оси ординат выбрать произвольный отрезок $\bar{h}$ и на нём строить все треугольники, необходимые для определения отрезков $\bar{k}_i$. Все эти отрезки получаются на оси ординат, но каждый из них необходимо разместить на ординатной прямой соответствующего номера, а их концы соединить плавной кривой. Эта процедура даст искомый график.

Решение задач по теме «Синтез механизма. Кинематический анализ механизма»

Спроектировать четырехшарнирный механизм, изображенный на чертеже (рис. 2.32). Задано: длина коромысла $DC = R = 100$ мм угол наклона коромысла к стойке в крайних положениях $\beta_1 = 30^\circ$ и $\beta_2 = 100^\circ$, длина стойки $AD = L = 120$ мм, требуется найти длину кривошипа $AB = r$ и шатуна $BC = l$. Угловая скорость звена AB 30 рад/с. Угол наклона звена AB к горизонтальному направлению 30° .

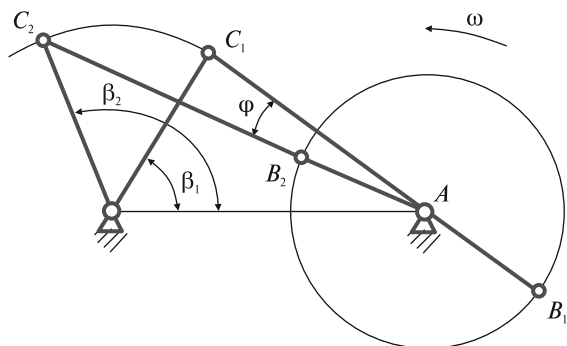


Рис. 2.32

Решение

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos \beta_1} + \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos \beta_2}}{2} = \\
 &= \frac{\sqrt{100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cos 30^\circ} + \sqrt{100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cos 100^\circ}}{2} = \\
 &= 91 \text{ мм}
 \end{aligned}$$

$$r = \frac{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_2} - \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL\cos\beta_1}}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cos 100^\circ} - \sqrt{100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cos 30^\circ}}{2} =$$

$$= 54 \text{ мм}$$

Принимаем

$$L = 91 \text{ мм}$$

$$r = 54 \text{ мм}$$

Кинематический анализ механизма:

1. Построим план механизма по заданным и рассчитанным размерам (рис. 2.33).

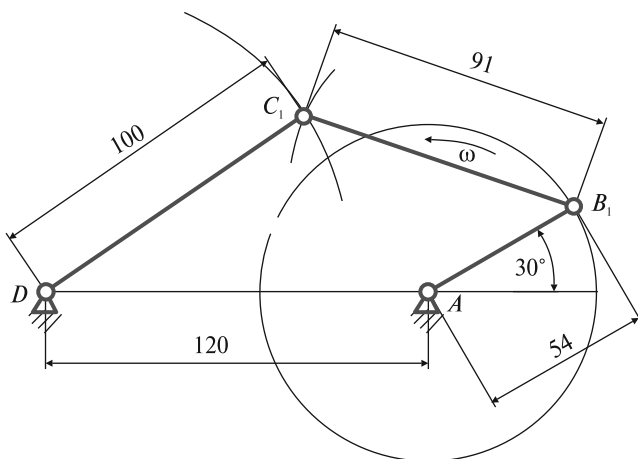


Рис. 2.33

1. Под углом 30° строим кривошип AB_1 .

2. Из точки B_1 проводим дугу 91 мм, из точки D — дугу 100 мм. На пересечении получаем точку C_1 .

$$\text{Масштаб построения } \mu_l = \frac{0,1}{100} \cdot \frac{\text{м}}{\text{мм}} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

План скоростей

$$v_A = 0$$

$$v_B = \omega l_{AB} = 30 \cdot 0,054 = 1,62 \text{ м/с}$$

$$v_B \perp AB$$

На плане скоростей построим отрезок $Pb \perp AB$ длиной 128 мм.

$$v_C = v_B + v_{BC}$$

где $v_C \perp DC$; $v_{BC} \perp BC$.

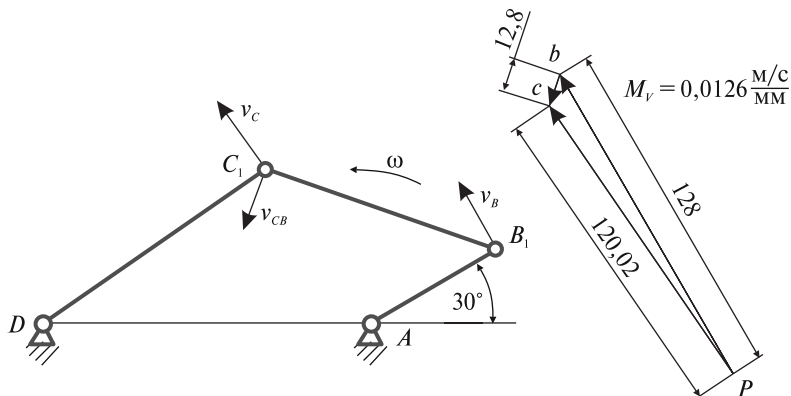


Рис. 2.34

Из точки P проведем прямую линию $\perp DC$, из точки b — прямую линию $\perp BC$. На пересечении их найдем точку c . Отрезок Pc — аналог скорости точки C . Отрезок bc аналог относительной скорости точки C относительно точки B (рис. 2.34).

$$\text{Масштаб плана скоростей } \mu_v = \frac{1,62 \text{ м/с}}{128 \text{ мм}} = 0,0126 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Измерим отрезки Pc и bc и умножим их длины на масштаб плана скоростей:

$$v_C = 120,02 \cdot 0,0126 = 1,51 \text{ м/с}; v_{BC} = 12,8 \cdot 0,0126 = 0,161 \text{ м/с}.$$

$$\text{Определим угловую скорость звена } BC \omega_{BC} = v_{BC} / l_{BC} = 1,51 / 0,091 = 16,59 \text{ рад/с}.$$

Ускорение точки B определим по формуле

$$a_B = \frac{v_B^2}{l_{AB}} = \frac{1,62^2}{0,054} = 48,6 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки C

$$a_C = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^{\tau},$$

где $a_B \parallel BA$

$$a_{CB}^n \parallel BC \quad a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_{CB}} = \frac{0,161^2}{0,091} = 0,284 \text{ м/с}^2$$

$a_{CB}^{\tau} \perp BC$ значение неизвестно.

$$a_C = a_D + a_{CD}^n + a_{CD}^{\tau},$$

где $a_D = 0$

$$a_{CD}^n \parallel DC \quad a_{CD}^n = \frac{v_C^2}{l_{CD}} = \frac{1,51^2}{0,1} = 22,8 \text{ м/с}^2$$

$a_{CD}^{\tau} \perp DC$ значение неизвестно.

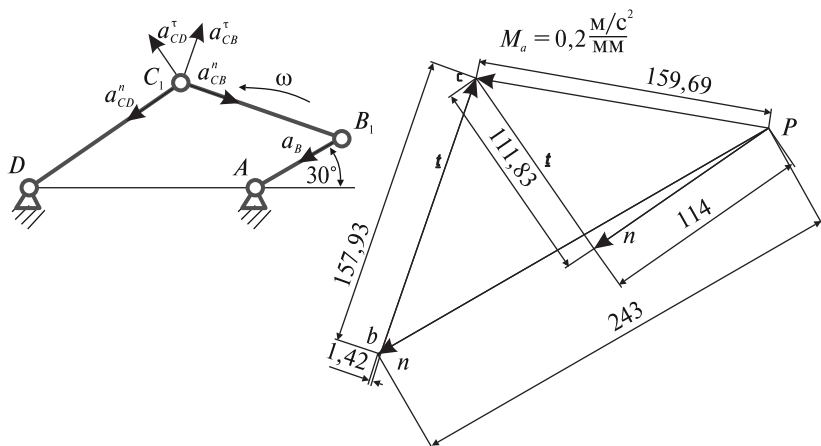


Рис. 2.35

$$\text{Масштаб плана ускорений } \mu_a = \frac{48,6 \text{ м/с}^2}{243 \text{ мм}} = 0,2 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Ускорения точек определим из расчетов:

$$a_{CD}^{\tau} = 111,83 \cdot 0,2 = 22,36 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{CB}^{\tau} = 151,93 \cdot 0,2 = 30,38 \text{ м/с}^2;$$

$$a_C = 159,69 \cdot 0,2 = 31,94 \text{ м/с}^2.$$

Задача решена.

Задание для самостоятельной работы

Спроектировать четырехшарнирный механизм, изображенный на чертеже (рис. 2.36). Задано: длина коромысла $DC = R$, угол наклона коромысла к стойке в крайних положениях β_1 и β_2 , длина стойки $AD = L$, требуется найти длину кривошипа $AB = r$ и шатуна $BC = l$ и определить скорости и ускорения точек B и C . Данные приведены в табл. 2.4

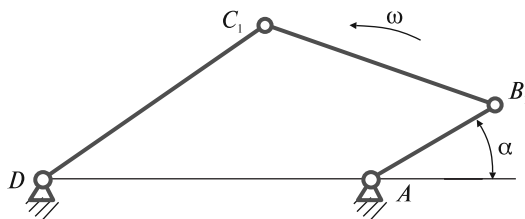


Рис. 2.36

Таблица 2.4

№ варианта	$DC = R$, (мм)	β_1 , (град)	β_2 , (град)	$AD = L$, (мм)	α , (град)	ω_{AB} , Рад/с
1	100	30	100	120	30	30
2	80	45	90	100	45	45
3	75	60	120	80	60	60
4	50	35	70	100	100	30
5	100	70	120	150	150	45
6	60	30	90	110	85	60
7	40	45	80	80	120	30
8	45	60	95	120	160	45
9	80	50	90	160	130	60
10	50	55	95	130	135	30
11	95	40	80	135	135	45
12	70	60	100	115	115	60
13	100	50	90	135	135	30
14	90	40	80	125	125	45
15	75	35	70	150	150	60

Спроектировать коромыслово-ползунный механизм, изображенный на чертеже (рис. 2.37) по заданному ходу ползуна S , углу поворота коромысла β и углу давления θ . Необходимо определить AB , BC и e . Определить скорости и ускорения точек B и C . Данные приведены в табл. 2.5

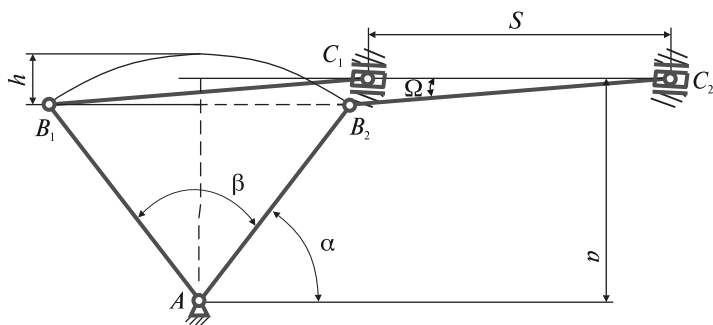


Рис. 2.37

Таблица 2.5

№ варианта	S , (мм)	β , (град)	θ , (град)	α , (град)	ω_{AB} , Рад/с
1	390	60	6	60	30
2	380	50	7	70	45
3	370	65	6	55	60
4	360	70	8	40	30
5	350	50	10	80	45
6	340	60	6	85	60
7	330	50	6	65	30
8	320	70	10	105	45
9	310	60	9	110	60
10	300	50	5	70	30
11	300	60	10	80	45
12	350	70	6	110	60
13	340	65	7	90	30
14	390	50	8	60	45
15	320	60	5		60

3. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

3.1. Основные понятия и гипотезы и допущения сопротивления материалов

3.1.1. Основные задачи сопротивления материалов

Все элементы сооружений или машин должны работать без угрозы поломки или опасного изменения сечений и формы под действием внешних сил, т. е. они должны обладать свойствами *прочности, жесткости и устойчивости*. Размеры этих элементов в большинстве случаев определяет расчет на прочность. При расчете на жесткость размеры детали определяются из условия, чтобы при действии рабочих нагрузок изменение ее формы и размеров происходило в пределах, не нарушающих нормальную эксплуатацию конструкции. Расчет на устойчивость должен обеспечить сохранение элементом конструкции первоначальной (расчетной) формы его равновесия.

Оценка прочностной надежности элемента конструкции начинается с выбора расчетной модели (схемы). **Моделью называют совокупность представлений, условий и зависимостей, описывающих объект, явление.** При выборе (построении) модели учитывают наиболее значимые и отбрасывают несущественные факторы, которые не оказывают достаточно заметного влияния на условия функционирования элемента конструкции (детали).

Для упрощения расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость приходится прибегать к некоторым допущениям и гипотезам о свойствах материалов и характере деформаций. Основные допущения о свойствах материалов сводятся к тому, что материалы, из которых изготовляют конструкции, считают однородными, сплошными и имеющими одинаковые свойства во всех направлениях (изотропными).

Основные допущения о характере деформации:

- перемещения, возникающие в упругих телах под действием внешних сил, очень малы по сравнению с размерами рассматриваемых элементов;
- перемещения точек упругого тела прямо пропорциональны действующим нагрузкам (элементы конструкций, подчиняющихся этому допущению, называют линейно-деформируемыми);

— внешние силы действуют на тело независимо друг от друга (принцип независимости действия сил).

Расчетная модель материала наделяется следующими свойствами: упругостью, пластичностью, ползучестью.

Упругостью называют свойство тела (детали) восстанавливать свою форму после снятия внешней нагрузки.

Пластичностью называют свойство тела (детали) сохранять после разгрузки полностью или частично деформацию, полученную при нагружении.

Ползучестью называют свойство тела (детали) увеличивать со временем деформацию при действии внешних сил (например, вытяжка канатов).

Все реальные элементы конструкций и машин под действием на них внешних сил изменяют форму и размеры — деформируются. Приложение внешних сил изменяет расстояние между молекулами, и тело деформируется. При этом изменяется межмолекулярное взаимодействие и внутри тела возникают силы, которые противодействуют деформации и стремятся вернуть частицы тела в прежнее положение. Эти внутренние силы называют **силами упругости**.

Тело, которое после снятия нагрузки полностью восстанавливает свою первоначальную форму и размеры, называют абсолютно упругим, а нагрузки, исчезающие после снятия деформации, — упругими деформациями.

Упругая деформация наблюдается, пока действующие на тело силы не превысят определенного для каждого тела предела. При действии большей нагрузки тело наряду с упругой всегда получает и остаточную деформацию.

Нарушением прочности конструкции считают не только ее разрушение в буквальном смысле слова или появление трещин, но и возникновение остаточных деформаций. При проектировании размеры элементов конструкций назначают таким образом, чтобы возникновение остаточных деформаций было исключено.

Геометрическая форма элементов конструкций обычно весьма сложна. На рис. 3.1, *а*, *б*, *в* показаны три распространенные в конструкциях детали: вал редуктора (*а*), храповое колесо (*б*) и тройник (*в*). Точный учет всех геометрических особенностей детали невозможен, а часто и нецелесообразен, так как приводит к сложным расчетам.

На практике для оценки прочностной надежности вводят упрощения в геометрию детали, приводя ее к схеме стержня (бруса), пластинки, оболочки, массива (пространственного тела).

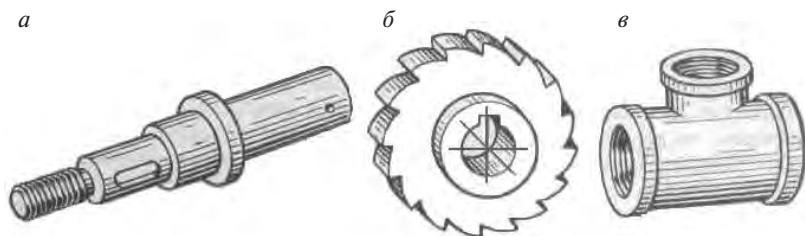


Рис. 3.1

Стержнем (брусом) называют тело, поперечные размеры которого малы по сравнению с его длиной.

Стержень может иметь постоянное или переменное по длине сечение. Кольцо рассматривают как стержень с криволинейной осью, а пружину — как пространственно изогнутый стержень.

Пластинкой называют тело, имеющее малую толщину, ограниченное двумя плоскими или слабоизогнутыми поверхностями. Модель пластинки можно использовать для схематизации, например тела колеса.

Оболочка — тело, ограниченное двумя поверхностями и имеющее малую толщину по сравнению с радиусом кривизны и длиной.

Тройник, показанный на рис. 3.1, в, можно схематизировать в виде двух составных цилиндрических оболочек.

Многие детали могут быть также представлены в виде составных моделей.

Пространственное тело (массив) — тело, все размеры которого соизмеримы (например, зуб храпового колеса).

Модели нагружения. Силы являются мерой механического взаимодействия элементов конструкций. Если элемент конструкции (деталь) рассматривается изолированно от сопряженных деталей, то их действие заменяется силами, которые называют *внешними*. Силы взаимодействия между частицами элемента конструкции называют *внутренними*.

Силы, действующие на тело, подразделяют условно на *сосредоточенные*, *распределенные* и *объемные (массовые)*.

Сосредоточенной силой называют силу, действующую на небольшую часть поверхности детали, например силу, приложенную к фланцу сосуда со стороны болта (рис. 3.2, а).

Распределенными называют силы, действующие на участках поверхности, соизмеримых с полной поверхностью детали.

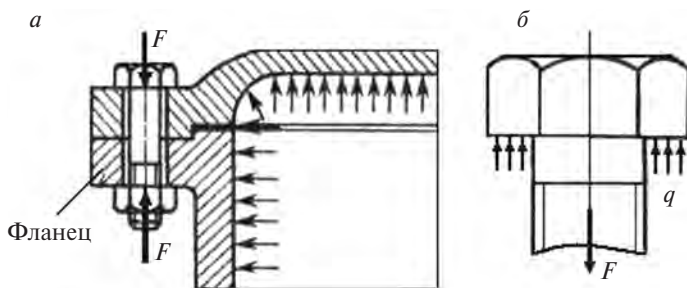


Рис. 3.2

В зависимости от цели расчета одна и та же нагрузка может приниматься либо сосредоточенной, либо распределенной. Например, при расчете работоспособности болта сила F схематизируется в виде нагрузки q , распределенной по опорной поверхности головки (рис. 3.2, б).

По характеру изменения во времени нагрузки подразделяют на статические и переменные. Статической называют нагрузку, которая медленно возрастает от нуля до своего номинального значения и остается постоянной в процессе работы детали (рис. 3.3, а). Переменной называют нагрузку, периодически меняющуюся во времени (рис. 3.3, б). Она характеризуется параметрами: амплитудой силы F_a , средней силой F_m , частотой нагружения f и формой цикла.

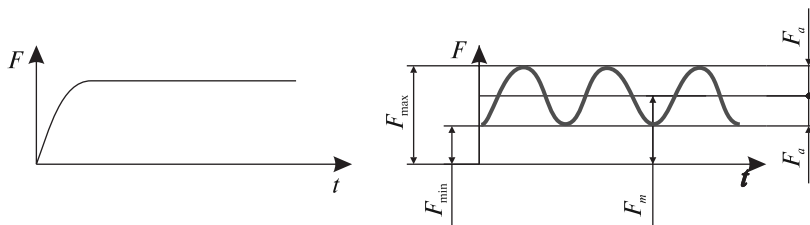


Рис. 3.3

Различают *малоцикловое* нагружение, характерное для деталей, циклы работы которых набираются за счет запуска и остановки машины. Обычно число циклов нагружений не превышает 10^4 – 10^5 . Если число циклов нагружения детали превышает 10^5 – 10^6 , то такое нагружение называют *многоцикловым*. Оно характерно для деталей длительно работающих машин.

Модели разрушения. Моделям нагружения соответствуют модели разрушения — уравнения (условия), связывающие параметры работоспособности элемента конструкции в момент разрушения с параметрами, обеспечивающими прочность.

3.1.2. Внутренние силы. Метод сечений

Все материалы, элементы конструкций и конструкции под действием внешних сил в той или иной мере испытывают смещения (перемещения относительно нагруженного состояния) и изменяют свою форму (деформируются). Взаимодействие между частями (частями) внутри элемента конструкции характеризуется внутренними силами.

Внутренние силы — силы межатомного взаимодействия, возникающие при воздействии на тело внешних нагрузок и стремящиеся противодействовать деформации.

Для расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость необходимо с помощью *метода сечений* определить возникающие внутренние силовые факторы.

Суть метода сечений заключается в том, что внешние силы, приложенные к отсеченной части тела, уравниваются внутренними силами, возникающими в плоскости сечения и заменяющими действие отброшенной части тела на оставшуюся.

Стержень, находящийся в равновесии под действием сил F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 (рис. 3.4, а), мысленно рассечем на две части I и II (рис. 3.4, б) и рассмотрим одну из частей, например левую.

Так как связи между частями устранены, то действие одной из них на другую следует заменить системой внутренних сил в сечении. Поскольку действие равно противодействию и противоположно по направлению, то внутренние силы, возникающие в сечении, уравнивают внешние силы, приложенные к оставленной части.

Поместим в точку O систему координат x, y, z . Разложим главный вектор и главный момент на составляющие, направленные по координатным осям:

$$\vec{R} = \vec{N}_x + \vec{Q}_y + \vec{Q}_z;$$

$$\vec{M} = \vec{M}_x + \vec{M}_y + \vec{M}_z.$$

Составляющая N_z — называемая *продольной (нормальной)* силой, вызывает деформацию растяжения или сжатия. Составляющие Q_x

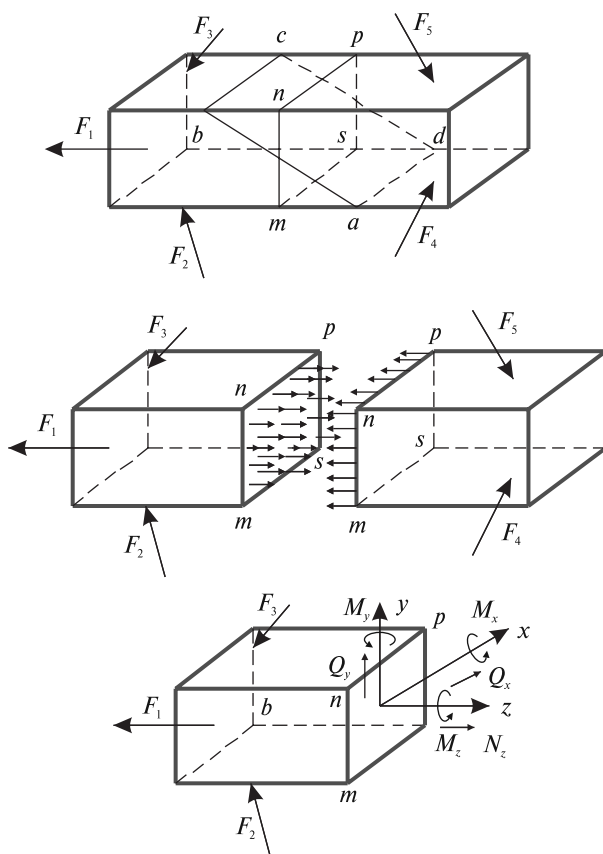


Рис. 3.4

и Q_y перпендикулярны нормали и стремятся сдвинуть одну часть тела относительно другой, их называют **поперечными** силами. Моменты M_x и M_y изгибают тело и называются **изгибающими**. Момент M_z , скручивающий тело, называют **крутящим**. Эти силы и моменты являются внутренними силовыми факторами (рис. 3.4, в).

Отыскать составляющие главного вектора и главного момента внутренних сил позволяют условия равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} &= 0; \sum F_{iy} = 0; \sum F_{iz} = 0; \\ \sum M_{ix} &= 0; \sum M_{iy} = 0; \sum M_{iz} = 0. \end{aligned}$$

В частных случаях отдельные внутренние силовые факторы могут быть равны нулю. Так, при действии плоской системы сил (например, в плоскости xy) в его сечениях возникают силовые факторы: изгибающий момент M_x , поперечная сила Q_y , продольная сила N_z . Условия равновесия для данного случая:

$$\sum F_{iy} = 0; \sum F_{iz} = 0; \sum M_{ix} = 0.$$

Для определения внутренних силовых факторов необходимо:

1. Мысленно провести сечение в интересующей нас точке конструкции или стержня.
2. Отбросить одну из отсеченных частей и рассмотреть равновесие оставленной части.
3. Составить уравнения равновесия для оставленной части и определить из них значения и направления внутренних силовых факторов.

Внутренние силовые факторы, возникающие в поперечном сечении стержня, определяют деформированное состояние.

Метод сечений не позволяет установить закон распределения внутренних сил по сечению.

Эффективными характеристиками для оценки нагруженности деталей будет интенсивность внутренних сил взаимодействия — *напряжение и деформация*.

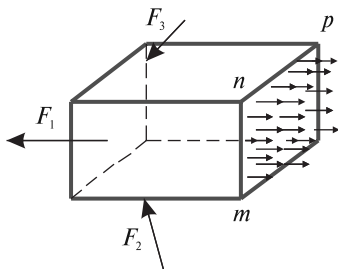


Рис. 3.5

Рассмотрим сечение тела (рис. 3.5). На основании принятого ранее допущения о том, что рассматриваемые тела сплошные, можно считать, что внутренние силы непрерывно распределены по всему сечению.

В сечении выделим элементарную площадку ΔA , а равнодействующую внутренних сил на этой площадке обозначим ΔR . Отношение равнодействующей внутренних сил ΔR на площадке ΔA к величине этой площадки называется средним напряжением на данной площадке:

$$p_{cp} = \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Если площадку ΔA уменьшать (стягивать в точку), то в пределе получим напряжение в точке:

$$P = \lim_{\Delta A} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Силу ΔR можно разложить на составляющие: нормальную ΔN и касательную ΔQ . По этим составляющим определяют нормальное σ и касательное τ напряжения (рис. 3.6):

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow A} \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow A} \frac{\Delta Q}{\Delta A}.$$

Для измерения напряжений в Международной системе единиц (СИ) служит ньютон на квадратный метр, названный паскалем Па ($\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$). Так как эта единица очень мала и пользоваться ею неудобно, применяют кратные единицы ($\text{кН}/\text{м}^2$, $\text{МН}/\text{м}^2$ и $\text{Н}/\text{мм}^2$). Отметим, что $1 \text{ МН}/\text{м}^2 = 1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н}/\text{мм}^2$. Эта единица наиболее удобна для практического использования.

В технической системе единиц (МКС) для измерения напряжений применяли килограмм-силу на квадратный сантиметр. Соотношение между единицами измерения напряжений в Международной и технической системах устанавливается на основе соотношения между единицами сил: $1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н} \approx 10 \text{ Н}$. Приближенно можно считать: $1 \text{ кгс}/\text{см}^2 = 10 \text{ Н}/\text{см}^2 = 0,1 \text{ Н}/\text{мм}^2 = 0,1 \text{ МПа}$ или $1 \text{ МПа} = 10 \text{ кгс}/\text{см}^2$.

Нормальные и касательные напряжения являются удобной мерой оценки внутренних сил тела, так как материалы различным образом им сопротивляются. Нормальные напряжения стремятся сдвинуть или удалить отдельные частицы тела по направлению нормали к плоскости сечения, а касательные напряжения стремятся сдвинуть одни частицы тела относительно других по плоскости сечения. Поэтому касательные напряжения называют еще напряжениями сдвига.

Деформация нагруженного тела сопровождается изменением расстояний между его частицами. Внутренние силы, возникающие между частицами, изменяются под действием внешней нагрузки до тех пор, пока не установится равновесие между внешней нагрузкой и внутренними силами сопротивления. Полученное состояние тела называют напряженным состоянием. Оно характеризуется совокупностью нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, которые можно провести через рассматриваемую

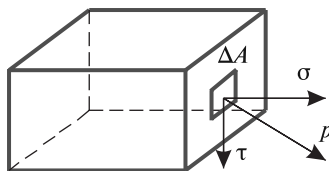


Рис. 3.6

точку. Исследовать напряженное состояние в точке тела — значит получить зависимости, позволяющие определить напряжения по любой площадке, проходящей через указанную точку.

Напряжение, при котором происходит разрушение материала или возникают заметные пластические деформации, называют предельным и обозначают $\sigma_{\text{пред}}$; $\tau_{\text{пред}}$. Эти напряжения определяют опытным путем.

Чтобы избежать разрушения элементов сооружений или машин, возникающие в них рабочие (расчетные) напряжения (σ , τ) не должны превышать допусковых напряжений, которые обозначают в квадратных скобках: $[\sigma]$, $[\tau]$. Допускаемые напряжения — это максимальные значения напряжений, обеспечивающие безопасную работу материала. Допускаемые напряжения назначаются как некоторая часть экспериментально найденных предельных напряжений, определяющих исчерпание прочности материала:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}; [\tau] = \frac{\tau_{\text{пред}}}{[n]},$$

где $[n]$ — требуемый или допускаемый коэффициент запаса прочности, показывающий, во сколько раз допускаемое напряжение должно быть меньше предельного.

Коэффициент запаса прочности зависит от свойств материала, характера действующих нагрузок, точности применяемого метода расчета и условий работы элемента конструкции.

Под действием сил возникают смещения не только в конструкции, но и в материале, из которого она изготовлена (хотя во многих случаях такие перемещения находятся далеко за пределами возможностей невооруженного глаза и обнаруживаются с помощью высокочувствительных датчиков и приборов).

Для определения деформаций в точке K рассмотрим малый отрезок KL длиной s , исходящий из этой точки в произвольном направлении (рис. 3.7).

В результате деформации точки K и L переместятся в положение K_1 и L_1 соответственно, а длина отрезка возрастет на величину Δs . Отношение

$$\frac{\Delta s}{s} = \varepsilon_{\text{ср}}$$

представляет собой среднее удлинение на отрезке s .

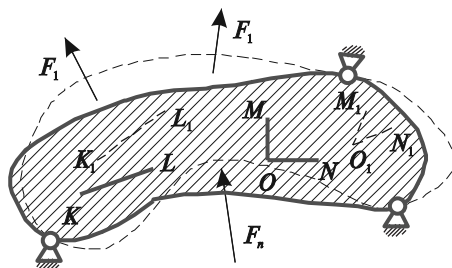


Рис. 3.7

Уменьшая отрезок s , приближая точку L к точке K , в пределе получим линейную деформацию в точке K по направлению KL :

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{S}.$$

Если в точке K провести три оси, параллельные осям координат, то линейные деформации в направлении координатных осей x , y и z будут равны соответственно ε_x , ε_y , ε_z .

Деформация тела является безразмерной и часто выражается в процентах. Обычно деформации невелики и в условиях упругости не превышают 1–1,5 %.

Рассмотрим прямой угол, образованный в недеформированном теле отрезками OM и ON (рис. 3.7). В результате деформации под действием внешних сил угол MON изменится и станет равным углу $M_1O_1N_1$. В пределе разность углов называют угловой деформацией или деформацией сдвига в точке O в плоскости MON :

$$\lim_{\substack{OM \rightarrow 0 \\ ON \rightarrow 0}} (\angle MON - \angle M_1O_1N_1) = \gamma_{MON}.$$

В координатных плоскостях угловые деформации или углы сдвига обозначаются: γ_{xy} , γ_{yx} , γ_{xz} .

В любой точке тела имеют место три линейных и три угловых компонента деформации, которые определяют деформированное состояние в точке.

3.2. Геометрические характеристики плоских сечений

При деформации изгиба и кручении прочность и жесткость характеризуются не только размерами сечения, но и его формой. К числу геометрических характеристик сечения, учитывающих оба указанных фактора, относятся статические моменты, моменты инерции, моменты сопротивления. Различают осевые, полярные и центробежные моменты инерции.

Осевым моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до соответствующей оси. Обозначая моменты инерции относительно осей z и y соответственно через J_z и J_y , имеем:

$$J_z = \int_F y^2 dF \quad J_y = \int_F z^2 dF.$$

Полярным моментом инерции (моментом инерции относительно полюса) называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до данного полюса:

$$J_\rho = \int_F \rho^2 dF.$$

Центробежным моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на обе координаты в данной прямоугольной системе осей. Обозначая центробежный момент инерции через J_{zy} , имеем:

$$J_{zy} = \int_F y \cdot z dF.$$

Моменты инерции измеряют в единицах длины в четвертой степени, чаще всего в см^4 .

Из приведенных определений следует, что момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции ее частей.

Рассмотрим некоторые свойства моментов инерции.

1. Момент инерции относительно полюса, являющегося началом прямоугольной системы координат, равен сумме моментов инерции относительно осей данной системы (рис. 3.8).

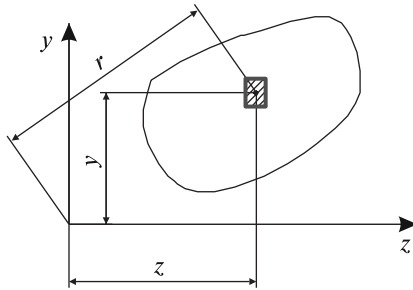


Рис. 3.8

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = \int_F (z^2 + y^2) dF = \int_F z^2 dF + \int_F y^2 dF = J_y + J_z.$$

2. Момент инерции сечения относительно какой-либо оси равен моменту инерции этого сечения относительно центральной оси, параллельной данной, сложенному с произведением площади сечения на квадрат расстояния между осями (рис. 3.9).

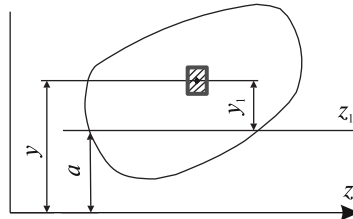


Рис. 3.9

$$J_{z_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (y + a)^2 dF = \int_F y^2 dF + 2a \int_F y dF + a^2 \int_F dF = J_z + a^2 \cdot F;$$

$$\int_F y^2 dF = J_z;$$

$$2a \int_F y dF = S_z = 0;$$

$$\int_F dF = F.$$

Рассмотрим понятие о главных осях инерции. Две взаимно перпендикулярные оси с началом в данной точке, для которых

центробежный момент инерции плоской фигуры равен нулю, называют главными осями инерции фигуры в этой точке. Глазные оси инерции в центре тяжести фигуры называют главными центральными осями инерции.

Легко показать, что в том случае, когда фигура имеет хотя бы одну ось симметрии, эта ось является одной из главных центральных осей инерции, а другая проходит через центр тяжести фигуры перпендикулярно первой. Если хотя бы одна из двух взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр тяжести сечения, является осью симметрии, то такие оси являются главными центральными осями инерции. Для таких сечений, как круг и кольцо, любые две взаимно перпендикулярные центральные оси являются главными осями инерции.

В общем случае главные центральные оси инерции фигуры могут быть найдены, если известны ее центробежный J_{zy} и осевые J_z и J_y моменты инерции относительно произвольно расположенных центральных осей z и y . Для этого систему осей z_1 и y_1 необходимо повернуть на угол α , определяемый из соотношения

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{z_1 y_1}}{J_{y_1} - J_{z_1}}.$$

Моменты инерции относительно главных центральных осей инерции называют главными моментами инерции: они обладают тем свойством, что один из них имеет максимальное, а другой минимальное значение по сравнению с моментами инерции относительно остальных центральных осей. Главные моменты инерции

$$J_{\max \atop \min_1} = \frac{J_{z_1} + J_{y_1}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{z_1} + J_{y_1})^2 - 4J_{z_1 y_1}^2}.$$

Значения моментов инерции простейших фигур, а также прокатных профилей можно найти в технических справочниках или вычислить по приведенным выше формулам.

Определим величины моментов инерции наиболее распространенных плоских сечений, встречающихся при расчетах и конструировании деталей механизмов.

Прямоугольник высотой h и шириной b (рис. 3.10)

Выделим в прямоугольнике элементарную полоску высотой dy и шириной b . Полоска отстоит от центральной оси z , параллельной основанию, на расстоянии y . При этом y изменяется в пределах от $+h/2$ до $-h/2$.

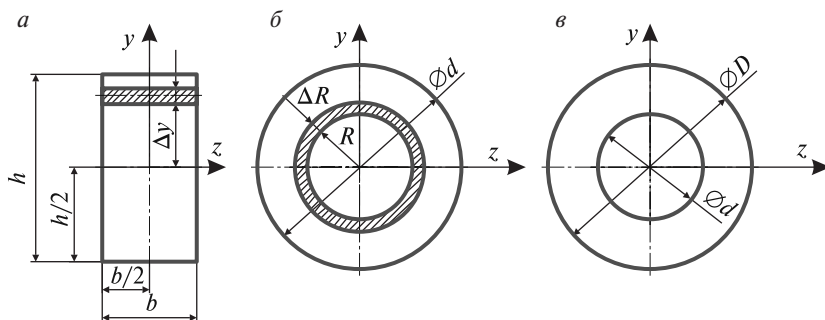


Рис. 3.10

$$J_{z_1} = \int_F y^2 dF = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 \cdot b dy = \frac{b \cdot h^3}{12}.$$

При определении момента инерции относительно оси y имеем

$$J_{y_1} = \int_F z^2 dF = \int_{-b/2}^{b/2} z^2 \cdot h dz = \frac{h \cdot b^3}{12}.$$

Для круга:

$$J_\rho = \int_F \rho^2 dF = \int_{-\rho/2}^{\rho/2} \rho^2 \frac{\pi \rho^2}{4} d\rho = \frac{\pi \cdot \rho^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Круговое кольцо с наружным диаметром D и внутренним d .

В данном случае полярный момент инерции может быть получен как разность полярных моментов инерции большого и малого круга:

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot D^4}{64} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 0,05 \cdot (D^4 - d^4).$$

3.3. Растяжение и сжатие

Растяжение (сжатие) — это вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня возникает только продольная растягивающая (сжимающая) сила.

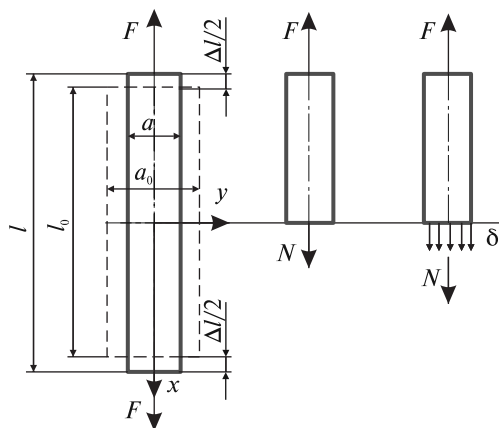


Рис. 3.11

В условиях растяжения находится стержень под действием осевых сил на краях (рис. 3.11).

Передача такого усилия к стержню может осуществляться различными способами, например через гайку и головку болта в резьбовом соединении. Но во всех случаях равнодействующая внешних сил будет равна F .

Модель растягиваемого стержня используется в расчетах болтов, ремней передач, стержней ферм, лопаток турбин и т. д.

При осевом растяжении и сжатии внутренние силы в поперечном сечении могут быть заменены одной силой, направленной вдоль оси стержня (рис. 3.12) — продольной силой N . В случае когда сила направлена к отброшенной части наружу, имеет место растяжение (рис. 3.12, а). Наоборот, если она направлена от отброшенной части внутрь (рис. 3.12, б), имеет место сжатие. Будем считать силу N положительной, если она растягивает стержень, и отрицательной — если сжимает.

Рассмотрим пример (рис. 3.13, а).

Здесь сила F приложена в сечении $x = a$. В любом сечении при $x_1 \geq a$ (рис. 3.13, б) $N(x_1) = 0$. Это означает, что часть стержня на этом участке под силой F не нагружена. Проведем второе сечение $x_2 \leq a$ (рис. 3.13, в) и рассмотрим равновесие нижней части. Уравнение равновесия относительно оси x :

$$F - N(x_2) = 0, F = N(x_2).$$

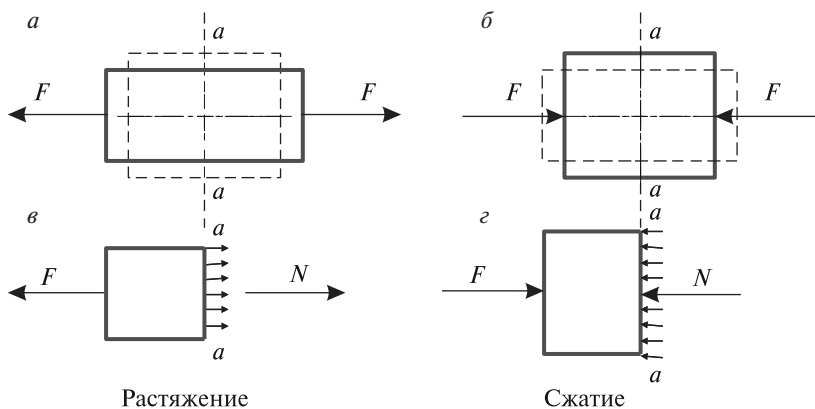


Рис. 3.12

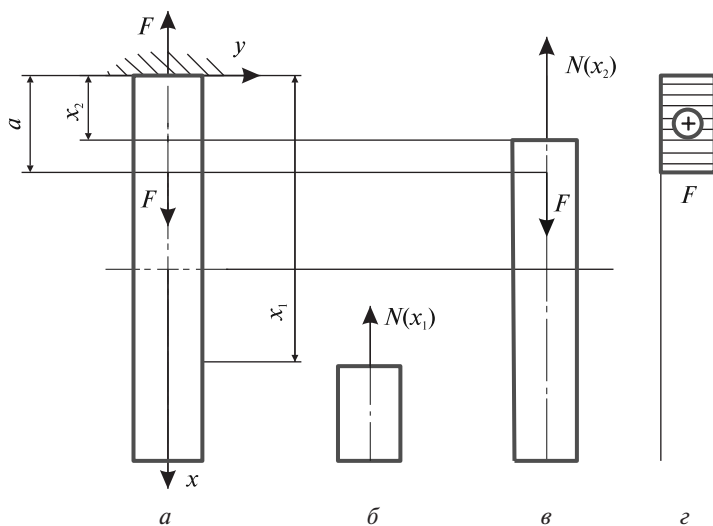


Рис. 3.13

График изменения внутренних сил (эпюра) приведен на рис. 3.13, г. Каждая ордината эпюры равна значению N в данном сечении. Эпюру строят на линии, проведенной параллельно оси стержня.

Нормальное напряжение в поперечном сечении стержня при растяжении равно поделенной на площадь сечения продольной силе в этом сечении:

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (3.1)$$

Таким образом, часть стержня, находящаяся под силой F , не напряжена.

При сжатии стержня напряжения имеют лишь другой (отрицательный) знак (нормальная сила направлена в тело стержня).

Под действием осевых растягивающих сил стержень постоянного сечения площадью A удлиняется на величину

$$\Delta l = l_1 - l_0, \quad (3.2)$$

где l_1, l_0 — длины стержня в деформированном и недеформированном состоянии; Δl — абсолютное (полное) удлинение при растяжении (в случае сжатия данная величина называется **абсолютным** (полным) укорочением).

Экспериментально установлено, что чем больше l_0 , тем больше Δl . Наиболее удобной мерой деформации является **относительное удлинение** — удлинение, отнесенное к первоначальной длине стержня:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}. \quad (3.3)$$

Величина ε обычно выражается в процентах от начальной длины. При сжатии ε называют относительным укорочением.

Из опыта следует, что удлинение стержня в осевом направлении сопровождается уменьшением его поперечных размеров. Следовательно, при растяжении и сжатии возникает не только продольная, но и поперечная деформация стержня.

Если первоначальная ширина стержня a_0 , то под действием сил F она уменьшится на величину

$$\Delta a = a_1 - a_0. \quad (3.4)$$

Относительная поперечная деформация будет определяться выражением

$$\varepsilon_n = -\frac{\Delta a}{a_0}. \quad (3.5)$$

Знак «минус» показывает, что при растяжении стержня поперечные размеры уменьшаются.

Отношение поперечной деформации к продольной при растяжении (сжатии), взятое по абсолютной величине, называют *коэффициентом Пуассона*:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon} \right|. \quad (3.6)$$

На основании экспериментов получено: для сталей $\mu = 0,25 \dots 0,3$; для алюминиевых сплавов $\mu = 0,3 \dots 0,35$; для медных сплавов $\mu = 0,35$.

Между напряжениями и малыми деформациями существует линейная зависимость, называемая *законом Гука*. Для центрального растяжения (сжатия) она имеет вид

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (3.7)$$

где E — коэффициент пропорциональности, именуемый модулем упругости (*модулем Юнга*). По физическому смыслу модуль упругости — напряжение, которое вызывает деформацию $\varepsilon = 1$ (удлинение стержня, равное первоначальной длине). По данным экспериментов: $E = (2 \dots 2,2) \cdot 10^5$ МПа — для сталей; $E = 1,1 \cdot 10^5$ МПа — для титановых сплавов; $E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа — для алюминиевых сплавов.

Для некоторых материалов (например, коррозионно-стойких сталей) закон Гука является приближенным даже при сравнительно небольших деформациях.

С учетом выражений (3.1) и (3.3) закон Гука для растянутого (сжатого) стержня (3.7) можно записать в виде

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = \mu \cdot F, \quad (3.8)$$

где μ — *коэффициент продольной податливости стержня*, показывающий удлинение (укорочение) стержня, вызываемое растягивающей (сжимающей) силой $F = 1$ Н. Произведение $E \cdot A$ называют *жесткостью сечения стержня при растяжении (сжатии)*.

Для стержня переменного (ступенчатого) сечения удлинения определяют по участкам (ступеням) и результаты суммируют алгебраически:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot A_i}, \quad (3.9)$$

где i — номер участка ($i = 1, 2, \dots, n$).

При расчете упругих перемещений стержня от нескольких сил часто применяют *принцип независимости действия сил: перемещение*

стержня от действия группы сил может быть получено как сумма перемещений от действия каждой силы в отдельности.

Экспериментально установлено, что модуль упругости E при умеренном нагреве незначительно меняется с температурой, а коэффициент α практически не зависит от напряжения σ . Для стали эта зависимость имеет место до температуры 300...400 °С. При более высоких температурах необходимо учитывать зависимость модуля упругости E от температуры t .

Следует отметить, что формулы (3.7), (3.8) выведены в предположении, что стержень растянут силами, равномерно распределенными по сечению (рис. 3.14, а).

При растяжении сосредоточенными силами, как показывают эксперименты и расчеты методами теории упругости, сечения стержня вблизи мест приложения внешних сил в результате деформации искривляются (рис. 3.14, б) возникают большие местные деформации и напряжения.

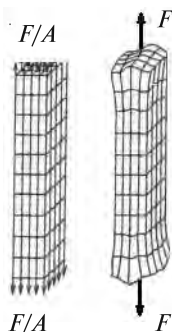


Рис. 3.14

Решение задач на тему «Растяжение и сжатие»

Задача 1

Построить эпюру распределения продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса (рис. 3.15). Определить перемещение сечения А-А.

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, A = 2 \text{ см}^2.$$

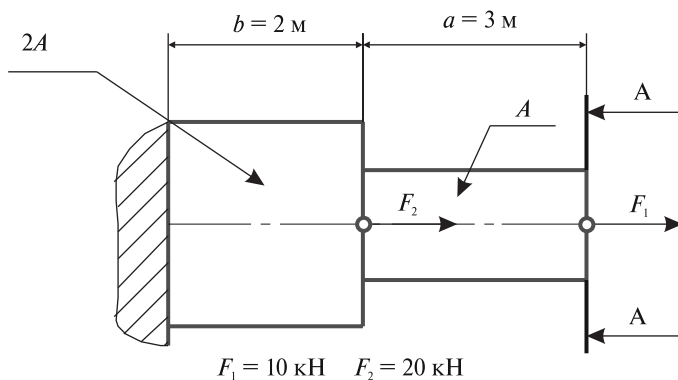


Рис. 3.15

Решение

Разобьем брус на отдельные участки, начиная со свободного конца. Границы участков — сечения, в которых приложены внешние силы и места изменения размеров поперечного сечения. Имеем два участка.

Применяя метод сечений, отбрасываем левую часть бруса. Проведем произвольное сечение на первом участке и рассмотрим равновесие оставшейся части, изображенной на рис. 3.16, проектируя на ось z продольные силы F_1, N_1 .

$$F_1 - N_1 = 0;$$

$$N_1 = F_1 = 10 \text{ кН}.$$

Проведем произвольное сечение на втором участке и рассмотрим равновесие оставшейся части, изображенной на рис. 3.16, проектируя на ось z продольные силы F_1, F_2, N_2 :

$$F_1 + F_2 - N_2 = 0;$$

$$N_2 = F_1 + F_2 = 10 + 20 = 30 \text{ кН}.$$

Построим график (эпюру), показывающую, как изменяется N по длине бруса. В пределах одного участка продольная сила не меняется, поэтому эпюра N ограничена линией параллельной оси.

Эпюру нормальных напряжений получим, разделив значения N на соответствующие площади поперечных сечений.

$$\sigma = \frac{N_1}{A_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^2} = 50 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 50 \text{ МПа};$$

$$\sigma = \frac{N_2}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^2} = 75 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 75 \text{ МПа}.$$

Эпюрой перемещений называется график, показывающий закон изменения величин перемещений поперечных сечений бруса по его длине. Эпюру перемещений строят, начиная с зашечленного конца. Перемещение произвольного сечения $b - b$ бруса на участке 2 равно удлинению части бруса длиной z_2 . На конце второго участка $z_2 = 2 \text{ м}$.

$$\Delta_2 = \frac{N_2 z_2}{A_2 E} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 2}{4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,75 \text{ мм}.$$

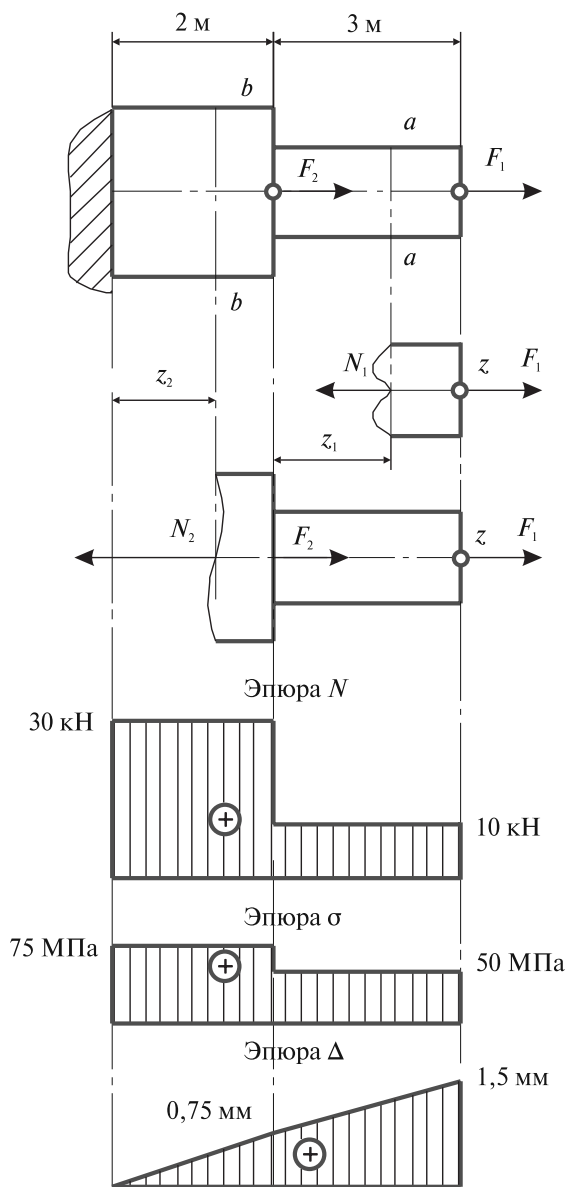


Рис. 3.16

Перемещение произвольного сечения $a - a$ бруса на участке 1 равно удлинению части бруса длиной z_1 . На конце первого участка $z_1 = 3$ м:

$$\Delta_1 = \frac{N_1 z_1}{A_1 E} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,75 \text{ мм.}$$

Перемещение сечения $A-A$ равно сумме перемещений на первом и втором участке:

$$\Delta_{AA} = \Delta_1 + \Delta_2 = 0,75 + 0,75 = 1,5 \text{ мм.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Стальной стержень переменного сечения находится под действием силы.

Найти наибольшее напряжение в сечении стержня, круглого сечения и определить величину перемещения указанного на рис. 3.17 сечения.

Таблица 3.1

Данные для решения задачи

Величины	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2$	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8
$a, \text{ м}$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$b, \text{ м}$	7	7	7	6	5	5	5	4	4	3
$c, \text{ м}$	8	7	6	6	6	5	4	4	3	3
$F_1, \text{ кН}$	40	40	50	50	60	60	70	70	80	80
$F_2, \text{ кН}$	30	20	60	40	10	70	30	40	50	80

Расчетные схемы указаны на рис. 3.17, а числовые данные приведены в табл. 3.1.

При расчете можно принимать модуль упругости при растяжении для стали $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МН/м}^2$.

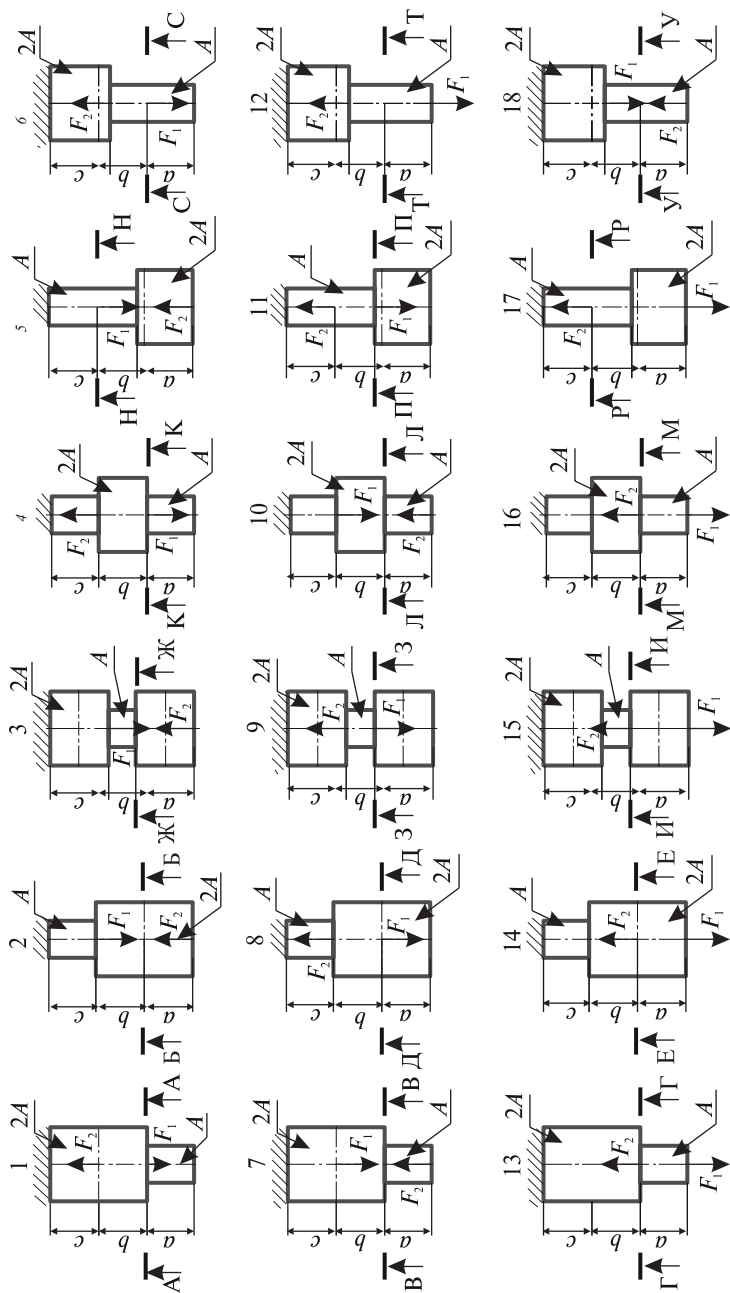


Рис. 3.17

3.4. Сдвиг

Сдвигом называется нагружение, при котором две равные силы, близко расположенные друг к другу, перпендикулярные к оси бруса и направленные в противоположные стороны. В поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор — поперечная сила.

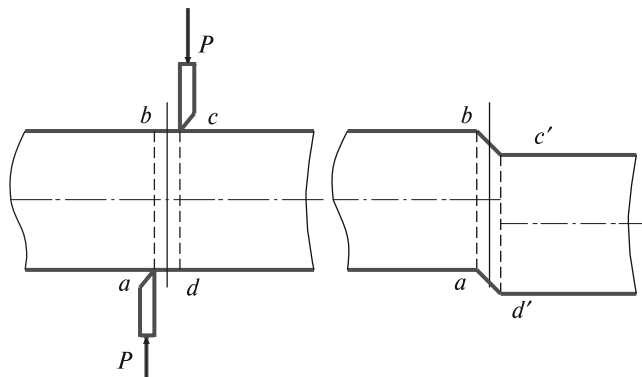


Рис. 3.18

Рассмотрим брус, на который действуют равные по величине, противоположно направленные, перпендикулярные продольной оси силы (рис. 3.18), как это бывает при разрезании ножницами. При достаточной величине усилия происходит срез. Левая часть тела отделяется от правой по сечению ab . Величина, на которую сечение cd сдвинулось относительно сечения ab , называется чистым сдвигом.

Угол, на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называют относительным сдвигом (рис. 3.19)

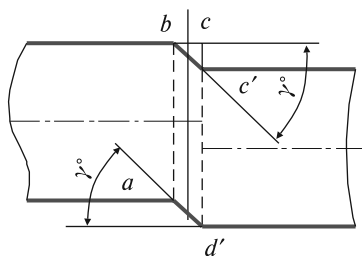


Рис. 3.19

Относительный сдвиг может быть определен из соотношения

$$\frac{cc_1}{bc} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma.$$

Величина касательных напряжений в сечении может быть определена из формулы

$$\tau_c = \frac{P}{A}.$$

Экспериментально установлено, что величина сдвига cc_1ac пропорциональна силе P , обратно пропорциональна площади A и расстоянию ac , на котором этот сдвиг происходит:

$$cc_1 = \frac{P \cdot ac}{GA},$$

где G — коэффициент пропорциональности, который зависит от свойств материала.

Учитывая, что

$$\frac{cc_1}{ac} = \gamma, \text{ а } \tau_c = \frac{P}{A},$$

получим выражение, которое носит название закона Гука при сдвиге: $\tau = G \cdot \gamma$.

G можно рассчитать по формуле $G \cong 0,4E$, E — модуль упругости при растяжении [G] = МПа.

Условие прочности при сдвиге имеет вид:

$$\tau_c = \frac{Q}{A} \leq [\tau_c],$$

где $[\tau_c]$ — допускаемое напряжение сдвига, обычно его определяют по формуле $[\tau_c] = (0,25 \div 0,35) \sigma_m$.

3.5. Кручение

При кручении возникает один внутренний силовой фактор — крутящий момент M_z (рис. 3.20). Кручение круглого бруса происходит при нагружении его парами сил с моментами в плоскостях, перпендикулярных продольной оси.

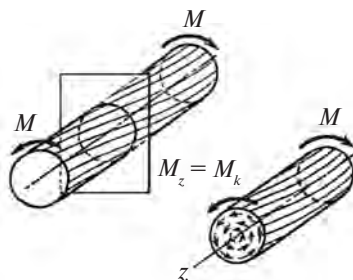


Рис. 3.20

При этом образующие бруса искривляются и разворачиваются на угол γ , называемый *углом сдвига* (угол поворота образующей). Поперечные сечения разворачиваются на угол φ , называемый *углом закручивания* (угол поворота сечения, рис. 3.21).

Длина бруса и размеры поперечного сечения при кручении не изменяются.

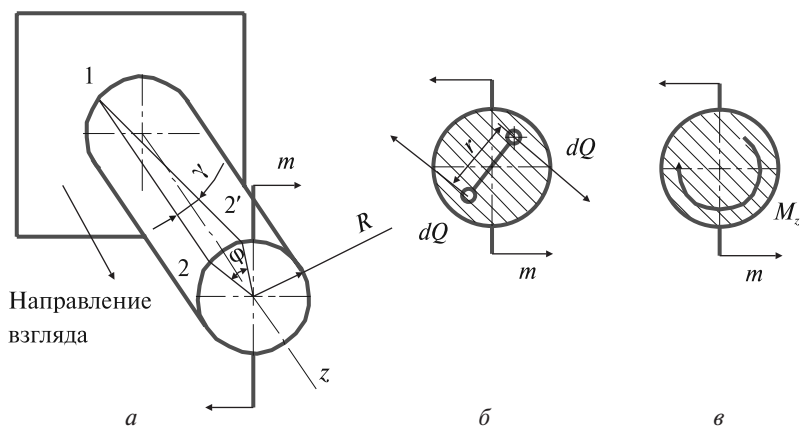


Рис. 3.21

Связь между угловыми деформациями определяется соотношением

$$\frac{\varphi}{\gamma} = \frac{l}{R},$$

где l — длина бруса; R — радиус сечения, γ — угол сдвига, φ — угол закручивания.

Длина бруса значительно больше радиуса сечения, следовательно, $\varphi > \gamma$.

Угловые деформации при кручении рассчитываются в радианах.

Гипотезы при кручении

1. Гипотеза плоских сечений: поперечное сечение бруса, плоское и перпендикулярное продольной оси, после деформации остается плоским и перпендикулярным продольной оси.

2. Радиус, проведенный из центра поперечного сечения бруса, после деформации остается прямой линией (не искривляется).

3. Расстояние между поперечными сечениями после деформации не меняется. Ось бруса не искривляется, диаметры поперечных сечений не меняются.

Внутренние силовые факторы при кручении

Кручением называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент.

Внешними нагрузками также являются две противоположно направленные пары сил.

Рассмотрим внутренние силовые факторы при кручении круглого бруса.

Для этого разрежем брус плоскостью I и рассмотрим равновесие сеченной части (рис. 3.21, *а*). Сечение рассматриваем со стороны отброшенной части.

Внешний момент пары сил разворачивает участок бруса против часовой стрелки, внутренние силы упругости сопротивляются повороту. В каждой точке сечения возникает поперечная сила dQ (рис. 3.21, *б*). Каждая точка сечения имеет симметричную точку, где возникает поперечная сила, направленная в обратную сторону. Эти силы образуют пару с моментом $dm = \rho dQ$; ρ – расстояние от точки до центра сечения. Сумма поперечных сил в сечении равна нулю: $\sum dQ = 0$.

С помощью интегрирования получим суммарный момент сил упругости, называемый крутящим моментом:

$$M_k = \int_A dm = \int_A \rho dQ .$$

Практически крутящий момент определяется из условия равновесия отсеченной части бруса.

Крутящий момент в сечении равен сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть (рис. 3.21, *в*):

$$\sum m_z = 0, \text{ т.е. } -m + M_z = 0; M_z = m = M_k.$$

Эпюры крутящих моментов

Крутящие моменты могут меняться вдоль оси бруса. После определения величин моментов по сечениям строим график-эпюру крутящих моментов вдоль оси бруса.

Крутящий момент считаем положительным, если моменты внешних пар сил направлены по часовой стрелке, в этом случае момент внутренних сил упругости направлен против часовой стрелки (рис. 3.22).

Порядок построения эпюры моментов аналогичен построению эпюр продольных сил. Ось эпюры параллельна оси бруса. Значения моментов откладывают от оси вверх или вниз, масштаб построения выдерживать обязательно.

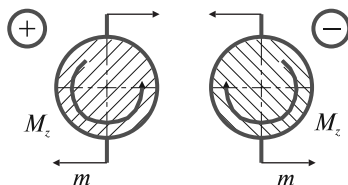


Рис. 3.22

Пример решения задачи

На вал переменного сечения насажены шкивы (рис. 3.23). Ступени вала имеют сплошное и кольцевое сечение. Соотношение внутреннего и наружного диаметра кольцевого сечения $c = d/D = 0,5$. Шкив 1 передает мощность от источника энергии на вал $N_1 = 100$ кВт,

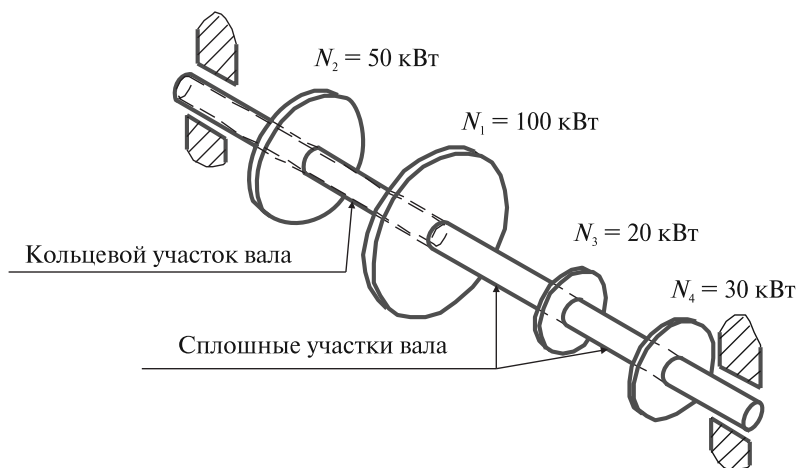


Рис. 3.23

а остальные шкивы снимают с вала и передают машинам мощности соответственно $N_2 = 50$ кВт, $N_3 = 20$ кВт. Вал вращается со скоростью $n = 250$ об/мин. Допускаемые касательные напряжения $[\tau] = 30$ МПа, допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 7,5 \cdot 10^{-3}$ рад/м.

Определить диаметры его ступеней из расчетов на прочность и жесткость.

Решение

$$\text{Угловая скорость вала } \omega_1 = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26,18 \text{ с}^{-1}.$$

Определим мощность на четвертом шкиве.

$$N_1 = N_2 + N_3 + N_4; N_4 = N_1 - (N_2 + N_3) = 100 - (50 + 20) = 30 \text{ кВт}.$$

Определим величины моментов, передаваемых каждым из шкивов:

$$m_1 = \frac{N_1}{\omega} = \frac{100 \cdot 10^3}{26,18} = 3820 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$m_2 = \frac{N_2}{\omega} = \frac{50 \cdot 10^3}{26,18} = 1910 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$m_3 = \frac{N_3}{\omega} = \frac{20 \cdot 10^3}{26,18} = 763 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$m_4 = \frac{N_4}{\omega} = \frac{30 \cdot 10^3}{26,18} = 1147 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов начинается от шкива 2.

$$M_z^1 = -m_2 = -1910 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_z^2 = -m_2 + m_1 = -1910 + 3820 = 1910 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_z^3 = -m_2 + m_1 - m_3 = -1910 + 3820 - 763 = 1147 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра M_z изображена на рис. 3.24.

Выполним проектный расчет. Определим диаметры ступеней вала.

Наибольший крутящий момент на сплошном и кольцевом участках вала одинаков: $M_z = 1910 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

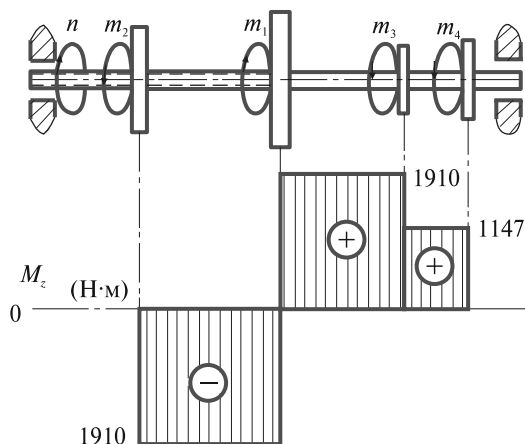


Рис. 3.24

Определим диаметры вала из расчета на прочность:

$$W_p \geq \frac{M_{z \max}}{[\tau]} = \frac{1910}{30 \cdot 10^6} = 6,36 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3;$$

сплошное сечение:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 6,36 \cdot 10^{-5}}{3,14}} = 0,068 \text{ м} = 68 \text{ мм};$$

кольцевое сечение:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi \cdot (1 - c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 6,36 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot (1 - 0,5^4)}} = 0,070 \text{ м} = 70 \text{ мм}.$$

Определим диаметры вала из расчета на жесткость:

$$\Theta = \frac{M_{\text{я max}}}{GJ_p} \leq [\Theta],$$

где G — модуль сдвига, $G = 8 \cdot 10^{10}$ Па, J_p — полярный момент инерции сечения.

Требуемый полярный момент инерции сечения:

$$J_p = \frac{M_{z \max}}{G \cdot [\Theta]} = \frac{1910}{8 \cdot 10^{10} \cdot 7,5 \cdot 10^{-3}} = 3,18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Диаметр сплошного сечения:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3,18 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 0,075 \text{ м} = 75 \text{ мм};$$

диаметр кольцевого сечения:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi \cdot (1 - c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3,18 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot (1 - 0,5^4)}} = 0,077 \text{ м} = 77 \text{ мм}.$$

Окончательно принимаем диаметр сплошного участка $d = 75$ мм, диаметр кольцевого участка $d = 80$ мм.

При этом касательные напряжения в опасных сечениях вала будут ниже допускаемых $[\tau] = 30$ МПа:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z \max}}{W_p} = \frac{M_{z \max} \cdot 16}{\pi d^3} = \frac{1910 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,075^3} = 23 \cdot 10^7 \text{ Па} = 23 \text{ МПа};$$

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{M_{z \max}}{W_p} = \frac{M_{z \max} \cdot 16}{\pi d^3} = \frac{1910 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,08^3 \cdot (1 - 0,5^4)} = \\ &= 20,27 \cdot 10^7 \text{ Па} = 20,27 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

На вал переменного сечения насажены шкивы. Ступени вала имеют сплошное и кольцевое сечение. Соотношение внутреннего и наружного диаметров кольцевого сечения $c = d/D = 0,5$. Шкив 1 передает мощность от источника энергии на вал N_1 , а остальные шкивы снимают с вала и передают машинам мощности соответственно N_2 , N_3 , N_4 . Вал вращается со скоростью $n = 250$ об/мин. Допускаемые касательные напряжения $[\tau] = 30$ МПа, допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 7,5 \cdot 10^{-3}$ рад/м.

Определить диаметры его ступеней из расчетов на прочность и жесткость.

Расчетные схемы указаны на рис. 3.25, а числовые данные приведены в табл. 3.2.

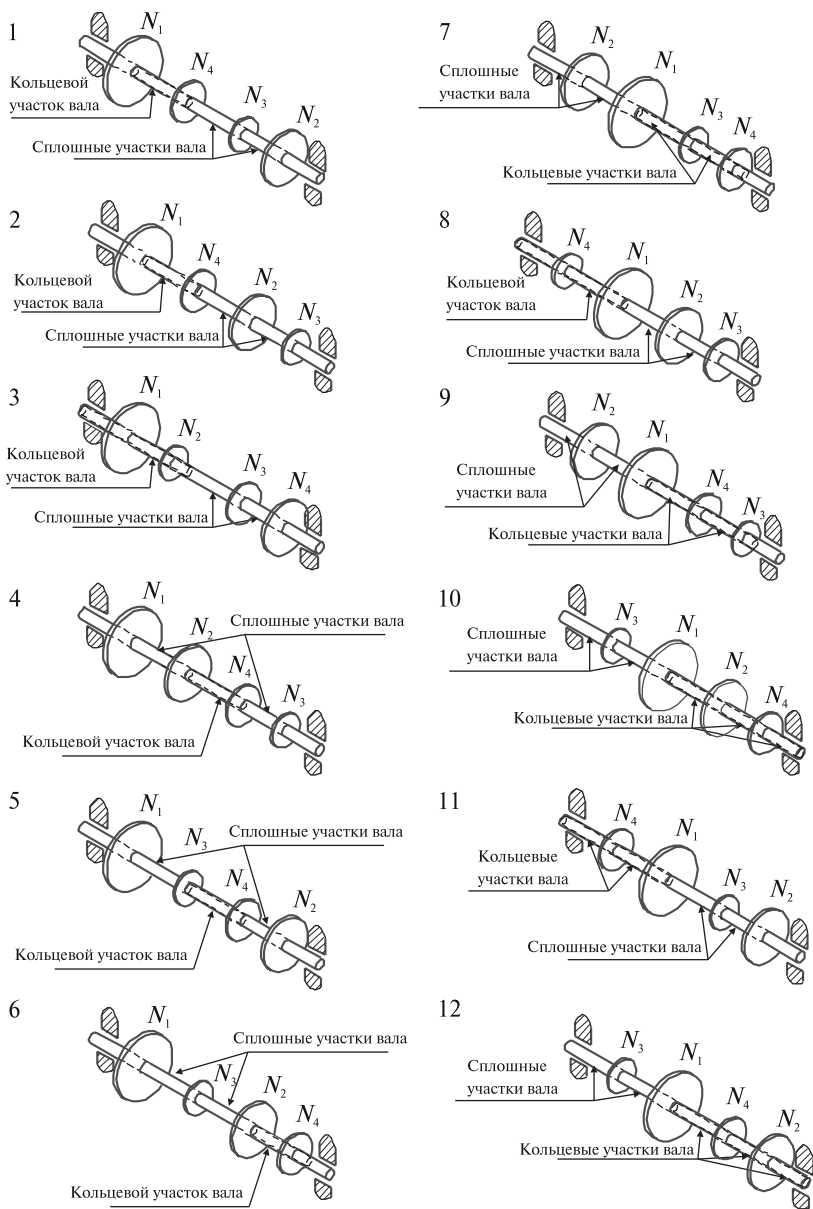


Рис. 3.25

Таблица 3.2

Мощность, передаваемая шкивами, кВт

Вариант	N_1	N_2	N_3	N_4
1	100	50	19	
2	120	70	35	
3	130	90	?	15
4	90	65	15	
5	86	52	?	13
6	125	79	26	?
7	116	88	?	16
8	104	71	23	?
9	96	53	?	20
10	110	67	24	?

Поперечные сечения прямоугольной формы при кручении стержня искривляются по некоторой поверхности. Точки поперечного сечения перемещаются вдоль продольной оси стержня. Это явление называется *депланацией сечения*.

Если депланации всех поперечных сечений стержня одинаковы, то такой случай кручения называется *свободным кручением*, а в поперечных сечениях возникают только касательные напряжения (рис. 3.26).

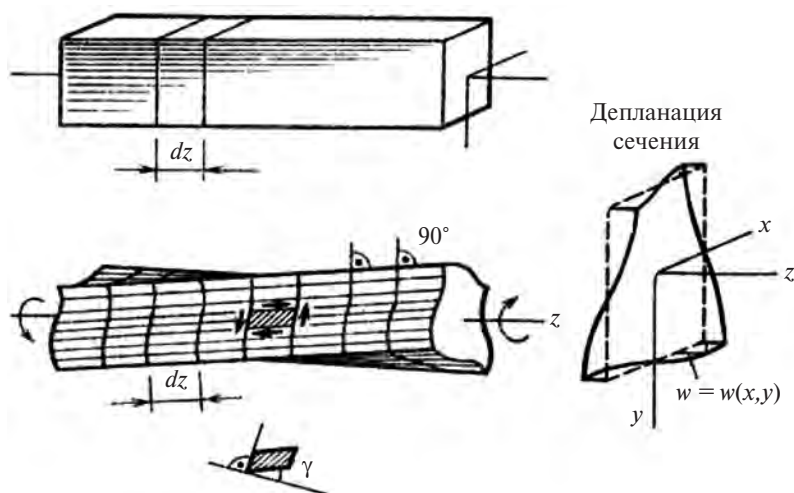


Рис. 3.26

Если деформации меняются по длине стержня, то кручение называется *стеснённым*, а в поперечных сечениях помимо касательных напряжений возникают и нормальные напряжения.

Методами сопротивления материалов задачу о нахождении касательных напряжений решить невозможно.

Для расчета на кручение используют результаты, полученные методами теории упругости, но этим результатам придают вид формул, используемых в сопротивлении материалов.

Распределение касательных напряжений при свободном кручении по разным линиям поперечного сечения показано на рис. 3.27.

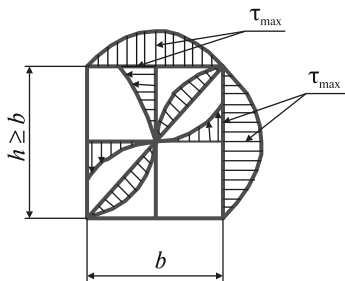


Рис. 3.27

Наибольшие напряжения возникают в точках, расположенных посередине длинных сторон прямоугольника. В центре сечения и в угловых точках напряжения отсутствуют.

Максимальные напряжения вычисляют по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_k},$$

где $W_k = \beta b^3$ — момент сопротивления при кручении. Коэффициент β зависит от соотношения сторон прямоугольника $\beta = \beta(h/b)$.

Касательные напряжения в точках посередине коротких сторон выражаются через наибольшие напряжения

$$\tau' = \gamma \tau_{\max}, \text{ где } \gamma = \gamma(h/b) \leq 1.$$

Угол закручивания стержня находят по формуле

$$\varphi = \frac{M_k l}{G I_k},$$

где $I_k = \alpha b^4$ называется моментом инерции при кручении. Коэффициент α зависит от соотношения сторон прямоугольника $\alpha = \alpha(h/b)$.

Для стержней должны выполняться два условия:

$$\text{условие прочности } \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_k} \leq [\tau],$$

$$\text{условие жесткости } \varphi = \frac{M_k l}{GI_k} \leq [\varphi].$$

В табл. 3.3 приведены величины коэффициентов α , β , γ .

Таблица 3.3

Коэффициенты для расчета прямоугольных сечений при кручении

h/b	1	1,5	2	3	6	10
α	0,140	0,294	0,457	0,790	1,789	3,123
β	0,208	0,346	0,493	0,801	1,789	3,123
γ	1	0,859	0,795	0,753	0,742	0,742

3.6. Изгиб

Если в сечении возникает только изгибающий момент M_x или M_y (рис. 3.28), имеет место чистый изгиб.

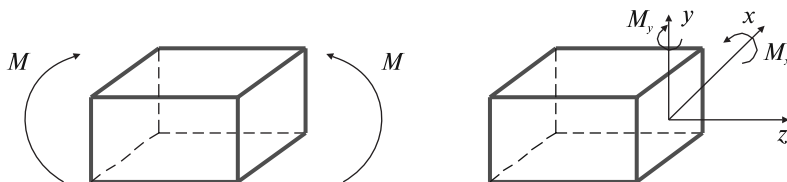


Рис. 3.28

Если же кроме изгибающего момента в сечении стержня возникает еще поперечная сила, то изгиб называют поперечным. Случаи действия в поперечных сечениях стержня одновременно нескольких внутренних силовых факторов относят к сложным видам деформированного состояния.

Значительное количество деталей механизмов или элементов этих деталей в процессе работы подвергаются воздействию нагрузки, перпендикулярной к продольной оси, или внешних пар, действующих в плоскости, проходящей через продольную ось (рис. 3.29, а, б).

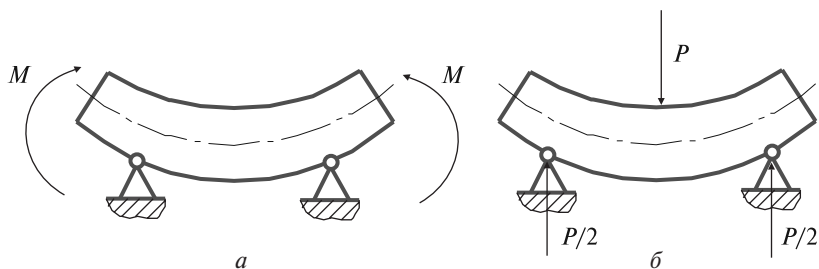


Рис. 3.29

При этом в поперечных сечениях деталей или их элементов возникают изгибающие моменты, т. е. внутренние моменты, действующие в плоскости, перпендикулярной к плоскости поперечного сечения. Такой вид нагружения называют изгибом. Стержни, работающие в основном на изгиб, принято называть балками. Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, изгиб называют *чистым*. При этом в сечении отсутствуют поперечные силы. При наличии в поперечном сечении наряду с моментом поперечных сил изгиб называют *поперечным*.

Плоскость действия изгибающего момента называется *силовой* плоскостью. Если силовая плоскость проходит через одну из главных центральных осей поперечного сечения балки, изгиб называют *простым* или *плоским*. При этом ось балки после деформации остается в силовой плоскости.

Деформацию изгиба легко проследить на модели, представляющей собой прямолинейный призматический брус, длина которого значительно превышает его поперечные размеры. На боковые грани бруса нанесены равноотстоящие горизонтальные и вертикальные линии (рис. 3.30, *а*). В плоскости симметрии *aebf* к концам бруса приложены два равных противоположно направленных момента, под действием которых брус изгибается.

Основные признаки чистого изгиба

Плоские поперечные сечения бруса остаются плоскими и поворачиваются на некоторый угол относительно друг друга.

Плоские продольные сечения искривляются (рис. 3.30, *б*), о чем свидетельствует искривление продольных горизонтальных прямых, нанесенных на боковые грани.

Волокна на вогнутой стороне бруса укорачиваются, что свидетельствует об их сжатии, а на выпуклой стороне — удлиняются, растягиваются. Кроме того, у бруса существует слой, который не

испытывает ни растяжения, ни сжатия. Такой слой называют нейтральным слоем. След ef нейтрального слоя на плоскости поперечного сечения называют нейтральной осью (рис. 3.30, $в$). След $a'b'$ силовой плоскости на поперечном сечении балки называют силовой линией.

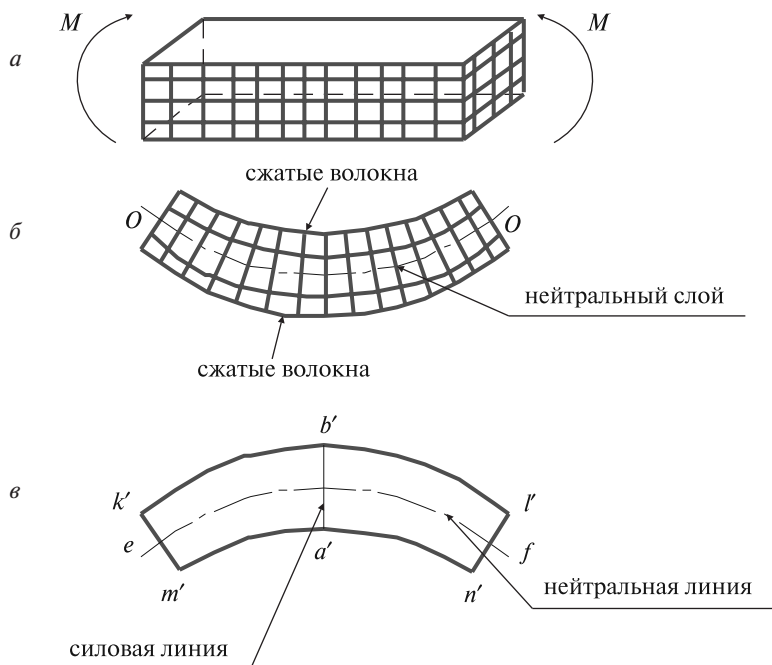


Рис. 3.30

Рассматривая торцовые плоскости изогнутого бруса, легко заметить, что поперечное волокно $k'l'$ (рис. 3.30, $в$), расположенное на сжатом продольном слое, оказывается растянутым, а волокно $n'm'$, расположенное на растянутом продольном слое, — сжатым. Нейтральная ось ef своей длине не изменяет. Таким образом, здесь наблюдаются те же явления, что и при простом растяжении и сжатии, когда знак поперечной деформации противоположен знаку продольной деформации, т. е. продольное растяжение сопровождается поперечным сжатием и продольное сжатие приводит к поперечному растяжению.

Величина деформации волокон как в продольном, так и в поперечном направлении тем больше, чем дальше они расположены от нейтрального слоя или нейтральной оси.

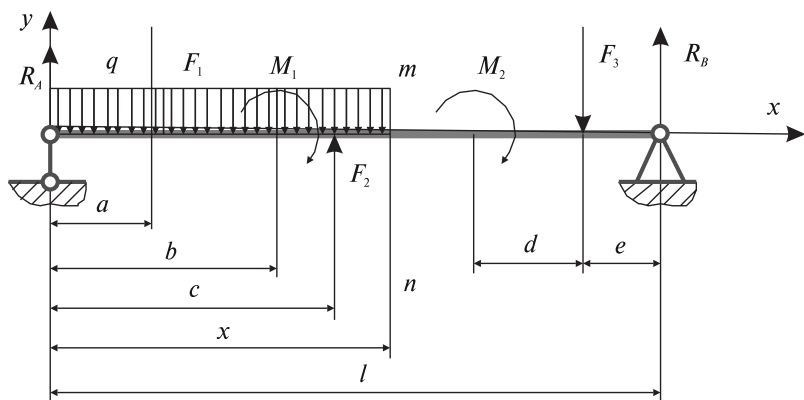


Рис. 3.31

Рассмотрим поперечное сечение балки mn (рис. 3.31), определяемое абсциссой x . Сечение mn делит внешние силы и моменты, приложенные к балке, на две взаимно уравновешивающиеся системы, одна из которых действует слева от сечения, другая – справа.

Главный вектор и главный момент сил, действующих слева от сечения, соответственно равны по модулю и противоположны по направлению главному вектору и главному моменту, действующих справа от сечения.

Главный вектор Q и главный момент M являются статическими эквивалентами внутренних сил, возникающих при изгибе в поперечном сечении. Главный вектор внешних сил, действующих на балку по одну сторону от данного сечения, называется поперечной силой в данном сечении.

В соответствии с характером деформаций стержня примем следующие правила знаков. Изгибающий момент считается положительным, если он изгибает горизонтально расположенный стержень (балку) выпуклостью вниз (рис. 3.32, *а*), и отрицательным, если изгибает балку выпуклостью вверх (рис. 3.32, *б*).

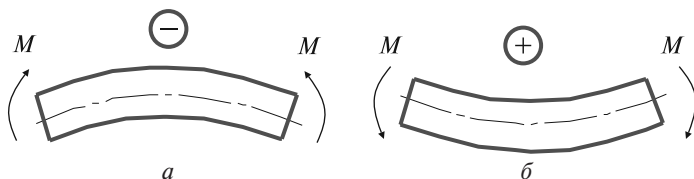


Рис. 3.32

Поперечная сила считается положительной, если для левой части балки она направлена вверх, а для правой — вниз, и отрицательной, если для левой части балки она направлена вниз, а для правой — вверх (рис. 3.33).

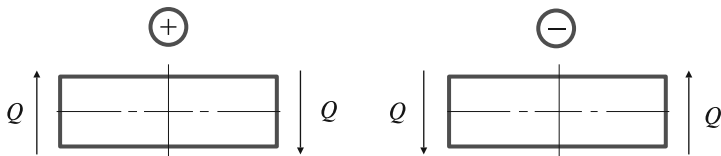


Рис. 3.33

Конструктивная деталь в виде прямого бруса, закрепленная на опорах и изгибаемая приложенными к ней силами, называется балкой. Высота сечения балки незначительна по сравнению с длиной.

По способу приложения нагрузки делятся на сосредоточенные и распределенные. Если реально передача нагрузки происходит на пренебрежимо малой площадке (в точке) (рис. 3.34 сила F и F_1), нагрузку называют *сосредоточенной*.

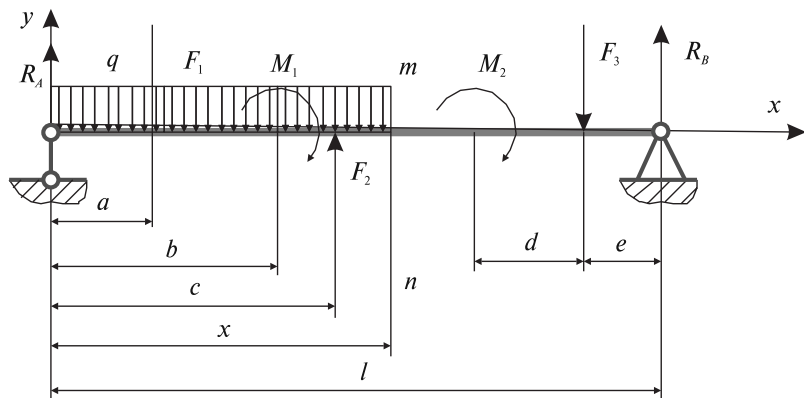


Рис. 3.34

Часто нагрузка распределена по значительной площадке или линии (давление воды на плотину, давление снега на крышу и т. п.), тогда нагрузку считают *распределенной* (рис. 3.35 нагрузка q).

В задачах статики для абсолютно твердых тел *распределенную нагрузку можно заменить равнодействующей сосредоточенной силой*

(см. рис. 3.35), равной по величине произведению распределенной нагрузки на длину нагруженного участка и приложенную по середине нагруженного участка.

На балку также может действовать пара сил (изгибающий момент M).

Для передачи нагрузок балка должна быть зафиксирована относительно корпуса (фундамента, плиты и пр.). Фиксирование осуществляют с помощью опор – устройств (элементов конструкций), воспринимающих внешние силы. Конструкции опор разнообразны. Различают три основных типа опор.

Шарнирно-подвижная опора – опора, которая допускает поворот сечения балки над опорой и поступательное перемещение вдоль опорной поверхности. Схематическое изображение такой опоры показано на рис. 3.36, опорная реакция в этом случае направлена перпендикулярно плоскости опирания катков.

Шарнирно-неподвижная опора – опора, допускающая только угловое смещение (поворот вокруг собственной оси) и не воспринимающая моментной нагрузки. Схематическое изображение опоры показано на рис. 3.37; реакция такой опоры разлагается на две взаимно ортогональные составляющие.

Жесткая заделка (зашемление) – опора, исключая осевые и угловые смещения балки и воспринимающая осевые силы и моментную нагрузку. Схематическое изображение опоры показано на рис. 3.38. Реакция такой опоры имеет три составляющие – вертикальную, горизонтальную и реактивный момент.

Балки, имеющие две опоры, называют однопролетными, двухопорными или

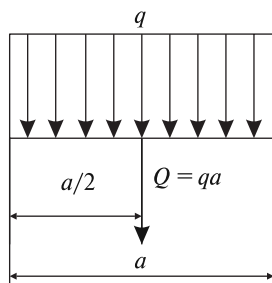


Рис. 3.35

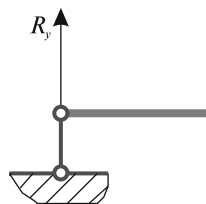


Рис. 3.36

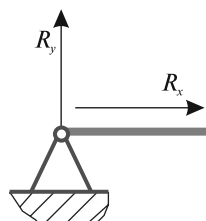


Рис. 3.37

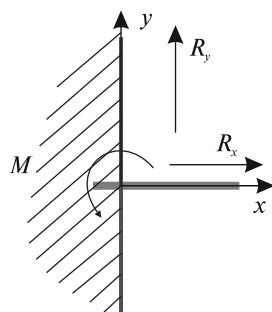


Рис. 3.38

простыми. Балку, защемленную одним концом и не имеющую других опор, называют **консольной балкой** (консолью). Консолями называют также свешивающиеся за опоры части балки.

Под действием внешних нагрузок в местах закрепления стержня возникают опорные реакции. Так как деформации, изучаемые в сопротивлении материалов, малы по сравнению с размерами элементов конструкций, то при определении опорных реакций этими деформациями пренебрегают. Опорные реакции находят из уравнений статики. Балка будет находиться в равновесии, если суммы проекций на оси x и y (ось y перпендикулярна оси стержня) всех сил, приложенных к балке, и сил реакций опор равны нулю, а также равна нулю сумма моментов всех сил относительно любой точки плоскости балки.

Пусть на балку (рис. 3.39), лежащую на опорах A и B , действует вертикальная сосредоточенная сила F , распределенная нагрузка q , и момент M . На рис. 3.40 приведены реакции опор системы, которые необходимо определить.

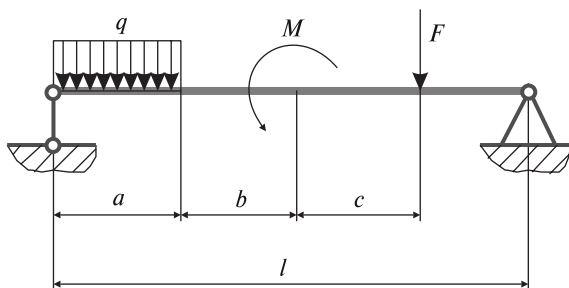


Рис. 3.39

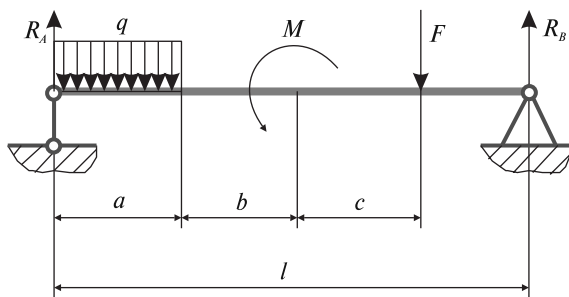


Рис. 3.40

Составим уравнения равновесия:

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad R_A - F - q \cdot a + R_B = 0; \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0, \quad F \cdot (a + b + c) - M + q \cdot a \cdot a/2 - R_B \cdot 1 = 0; \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0, \quad -F \cdot (1 - a - b - c) - M - q \cdot a \cdot (1 - a/2) + R_A \cdot 1 = 0. \quad (3.12)$$

Из уравнений (3.11) и (3.12) найдем силы реакций опор R_A и R_B . При подстановке значений R_A и R_B в выражение (3.11) данное равенство должно выполняться.

Анализ внутренних силовых факторов будет наглядным при наличии эпюр — графиков изменения поперечных сил и изгибающих моментов вдоль центральной оси стержня. Построение эпюр обычно начинают с определения опорных реакций. Затем стержень разбивают на участки с однородной внешней нагрузкой. Далее рассматривают произвольное сечение в пределах данного участка и составляют общие выражения для поперечной силы и изгибающего момента в этом сечении. Давая аргументу x произвольные значения в пределах того же участка, находят ординаты эпюр.

Решение задач на тему «Изгиб»

Задача 1

Для заданной балки (рис. 3.41) (поперечное сечение — двутавр) построить эпюры M и Q и подобрать сечение $a = 1$ м; $b = 4$ м; $F = 15$ кН; $q = 10$ кН/м; $[\sigma] = 160$ МПа.

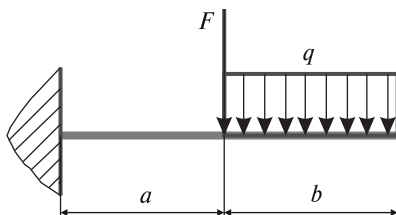


Рис. 3.41

Заданная балка имеет два участка нагружения, границы которых совпадают с точками приложения внешних сил (рис. 3.42 и рис. 3.43).

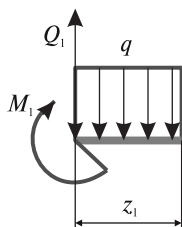


Рис. 3.42

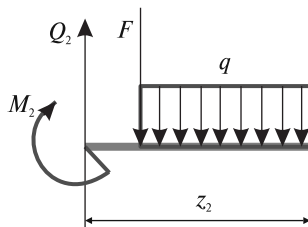


Рис. 3.43

Будем считать, что внешняя сила, стремящаяся повернуть оставшуюся часть балки по ходу часовой стрелки, вызывает положительную поперечную силу.

Ордината положительных поперечных сил откладывается вверх от оси балки.

Изгибающий момент считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз.

Построим эпюру поперечных сил и изгибающих моментов.

Поперечная сила равна сумме проекций всех внешних сил, действующих на отсеченную часть балки.

Изгибающий момент численно равен сумме моментов всех внешних сил, действующих на отсеченную часть балки, относительно оси OX .

Участок 1

$$Q_1 = q \cdot z_1$$

$$z_1 = 0; Q_1 = 0 \text{ кН};$$

$$z_1 = b = 4 \text{ м}; Q_1 = 10 \cdot 4 = 40 \text{ кН};$$

$$M_1 = \frac{q \cdot z_1^2}{2};$$

$$z_1 = 0; M_1 = 0 \text{ кН};$$

$$z_1 = b = 4 \text{ м}; M_1 = \frac{q \cdot z_1^2}{2} = \frac{10 \cdot 4^2}{2} = 80 \text{ кНм}.$$

Участок 2

$$Q_2 = q \cdot b + F = 10 \cdot 4 + 15 = 55 \text{ кН};$$

$$M_2 = q \cdot b \cdot \left(z_2 - \frac{b}{2} \right);$$

$$z_2 = b = 4 \text{ м}; M_2 = q \cdot b \cdot \left(z_2 - \frac{b}{2} \right) = 10 \cdot 4 \cdot (4 - 2) = 80 \text{ кН};$$

$$z_2 = a + b = 5 \text{ м}; M_2 = q \cdot b \cdot \left(z_2 - \frac{b}{2} \right) = 10 \cdot 4 \cdot (5 - 2) = 120 \text{ кН}.$$

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов представлены на рис. 3.44.

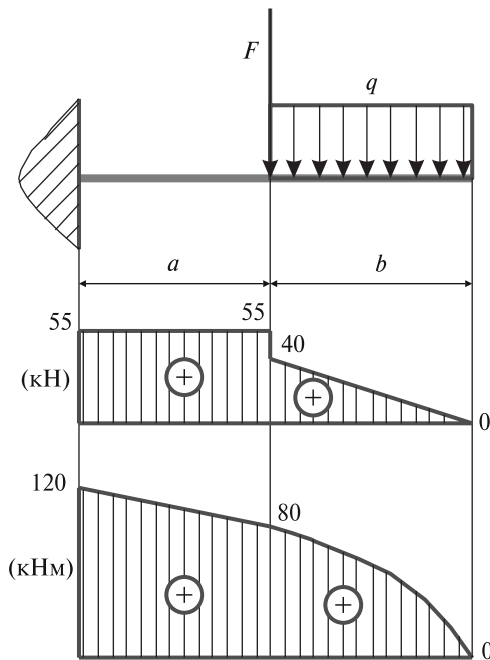


Рис. 3.44

Требуемый момент сопротивления поперечного сечения:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

Принимаем двутавр № 36, $W_x = 745 \text{ см}^3$, напряжение

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{120 \cdot 10^3}{7,45 \cdot 10^{-4}} = 161 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Перенапряжение составляет

$$\Delta\sigma = \frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} 100\% = \frac{160 - 161}{161} 100\% = 0,6\% \leq 5\%,$$

что допустимо.

Задача 2

Для заданной балки (поперечное сечение — прямоугольник со сторонами $h/b = 2$) построить эпюры M и Q и подобрать сечение $a = 5$ м; $b = 2$ м; $c = 3$ м;

$F = 25$ кНм; $q = 15$ кН/м, $[\sigma] = 160$ МПа.

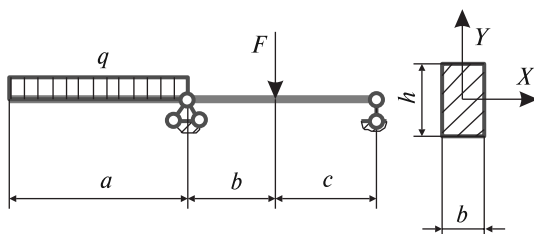


Рис. 3.45

Решение

Определяем опорные реакции, приравнявая к нулю моменты всех внешних сил, относительно точек A и B , которыми обозначены опоры. Действие опор на балку заменяем реакциями опор R_A и R_B (рис. 3.46).

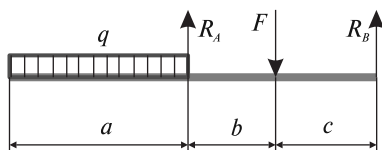


Рис. 3.46

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0, \quad -q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + F \cdot b - R_B(b+c) = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot b - q \cdot a \cdot \frac{a}{2}}{(b+c)} = \frac{25 \cdot 2 - 15 \cdot 5 \cdot 2,5}{5} = -27,5 \text{ кН},$$

знак минус говорит о том, что первоначальное направление реакции R_B выбрано неверно.

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0, \quad -q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + b + c \right) - F \cdot c + R_A(b + c) = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot c - q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + b + c \right)}{(b + c)} = \frac{25 \cdot 2 + 15 \cdot 5 \cdot (2,5 + 2 + 3)}{5} = 127,5 \text{ кН.}$$

Проверка

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad R_A + R_B - F - q \cdot a = -27,5 + 127,5 - 25 - 15 \cdot 5 = 0 \text{ — ре-}$$

акции определены верно.

Заданная балка имеет три участка нагружения, границы которых совпадают с точками приложения внешних сил (рис. 3.47–3.49).

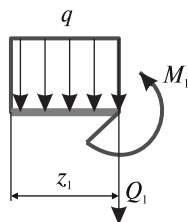


Рис. 3.47

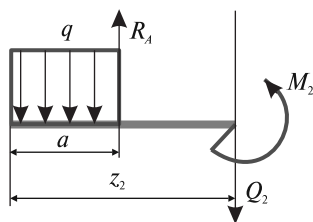


Рис. 3.48

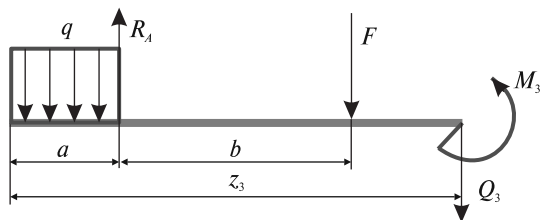


Рис. 3.49

Построим эпюру поперечных сил и изгибающих моментов.

Участок 1

$$Q_1 = -q \cdot z_1$$

$$z_1 = 0; \quad Q_1 = 0 \text{ кН};$$

$$z_1 = a = 5 \text{ м}; Q_1 = -15 \cdot 5 = -75 \text{ кН};$$

$$M_1 = -\frac{q \cdot z_1^2}{2};$$

$$z_1 = 0; M_1 = 0 \text{ кН};$$

$$z_1 = b = 5 \text{ м} \quad M_1 = -\frac{q \cdot z_1^2}{2} = -\frac{15 \cdot 5^2}{2} = -187,5 \text{ кНм}.$$

Участок 2

$$Q_2 = -q \cdot a + R_A = -15 \cdot 5 + 127,5 = 52,5 \text{ кН};$$

$$M_2 = -q \cdot a(z_2 - a/2) + R_A(z_2 - a);$$

$$z_2 = a = 5 \text{ м};$$

$$M_2 = -q \cdot a(z_2 - a/2) + R_A(z_2 - a) = -15 \cdot 5(5 - 5/2) + 127,5 \cdot 0 = -187,5 \text{ кНм};$$

$$z_2 = a + b = 7 \text{ м};$$

$$M_2 = -q \cdot a(z_2 - a/2) + R_A(z_2 - a) = -15 \cdot 5(7 - 5/2) + 127,5 \cdot 2 = -82,5 \text{ кНм}.$$

Участок 3

$$Q_3 = -q \cdot a + R_A - F = -15 \cdot 5 + 127,5 - 25 = 27,5 \text{ кН};$$

$$M_3 = -q \cdot a(z_3 - a/2) + R_A(z_3 - a) - F(z_3 - (a + b));$$

$$z_3 = a + b = 7 \text{ м};$$

$$z_3 = a + b + c = 10 \text{ м};$$

$$M_3 = -q \cdot a(z_3 - a/2) + R_A(z_3 - a) - F(z_3 - (a + b)) = -15 \cdot 5(10 - 5/2) + 127,5 \cdot 5 - 25 \cdot 3 = 0 \text{ кНм}.$$

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов представлены на рис. 3.50.

Требуемый момент сопротивления поперечного сечения:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{187,5 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,17 \cdot 10^{-3} = 1170 \text{ см}^3;$$

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{h \cdot h^2}{2 \cdot 6} = \frac{h^3}{12};$$

$$h = \sqrt[3]{12 \cdot W_x} = \sqrt[3]{12 \cdot 1170} = 24,124 \text{ см} = 240 \text{ мм};$$

$$W_x = \frac{h^3}{12} = \frac{240^3}{12} = 1,152 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 = 1,152 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$b = 240/2 = 120 \text{ мм.}$$

Напряжение:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{187,5 \cdot 10^3}{1,152 \cdot 10^{-3}} = 162,76 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Перенапряжение составляет:

$$\Delta\sigma = \frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{160 - 162,76}{160} \cdot 100\% = 1,72\% \leq 5\%, \text{ что допустимо.}$$

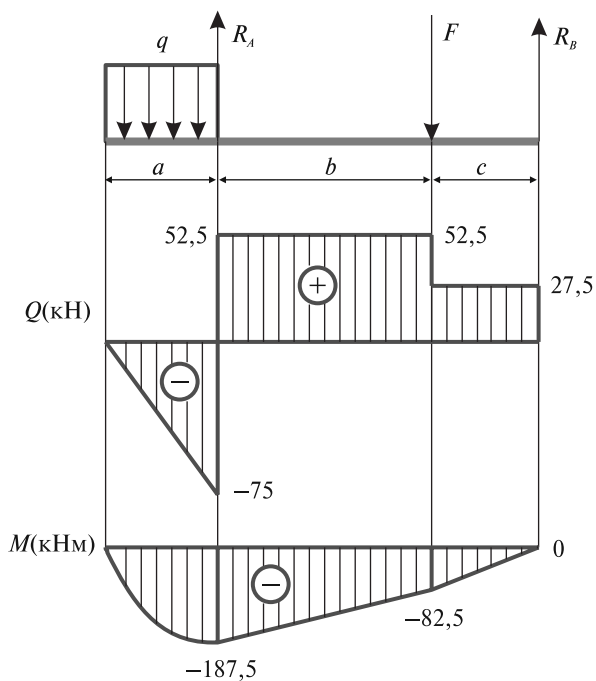


Рис. 3.50

Задачи для самостоятельного решения

Для заданной балки (поперечное сечение — двутавр) построить эпюры M и Q и подобрать сечение $[\sigma]=160$ МПа.

Схемы балки приведены на рис. 3.51, варианты задания в табл. 3.4

Таблица 3.4

Данные для решения задачи

Вариант	a , м	b , м /	c , м	l , м	F , кНм	q , кН/м	M , кНм
1	4	3	1	10	10	2	20
2	5	4	2	12	11	3	22
3	6	2	1	13	12	4	23
4	7	3	2	14	13	5	24
5	8	2	1	15	14	2	25
6	2	5	2	16	15	3	26
7	3	6	1	17	10	4	22
8	4	7	2	18	11	5	23
9	5	8	3	19	12	2	24
10	6	2	1	11	12	3	25

3.7. Прочность при динамических нагрузках, усталость

Многие детали машин работают при переменных во времени нагрузках и, следовательно, возникающие в них напряжения также переменны во времени. Практика машиностроения уже в середине XIX века показала, что это обстоятельство необходимо учитывать. Особенно наглядно влияние переменности напряжений на прочность выявили железнодорожные катастрофы, вызванные поломками осей вагонов. Эти оси, рассчитанные по статическим механическим характеристикам σ_T или σ_B , разрушались, проработав некоторое время в условиях переменных напряжений, вызванных

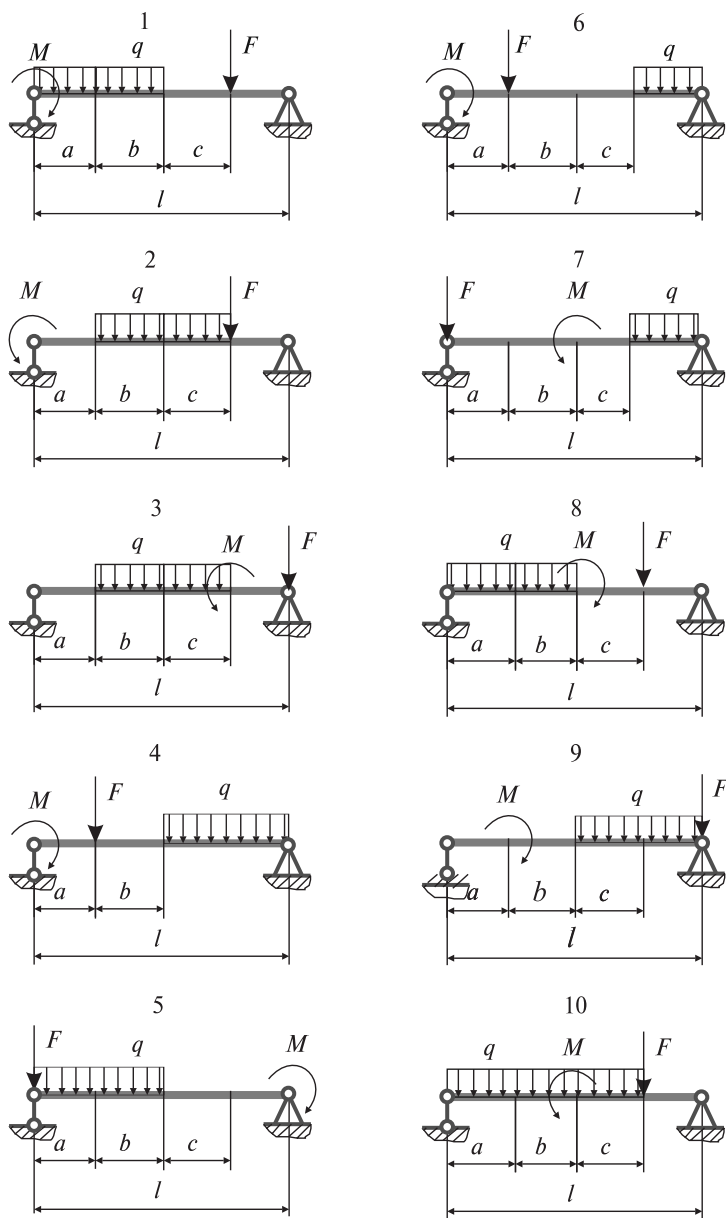


Рис. 3.51

вращением оси относительно вагона и ударными нагрузками из-за неправильностей рельсового пути. Вагонная ось неподвижного состава (рис. 3.52, *а*) нагружена таким образом, что в верхней части поперечного сечения возникают нормальные напряжения растяжения, а в нижней — сжатия. При движении вагона каждая точка оси оказывается то в верхней части, то в нижней половине сечения; напряжения изменяются по синусоиде (рис. 3.52, *б*).

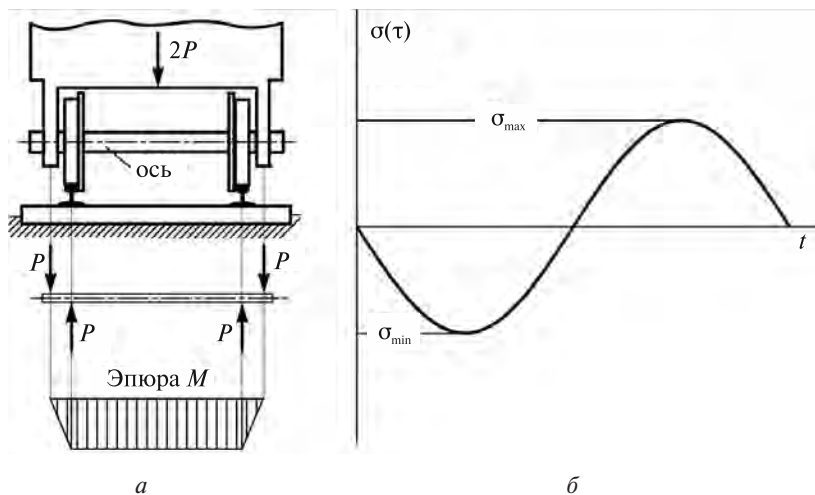


Рис. 3.52

Законы изменения нагрузок во времени могут быть самыми разнообразными. К простейшим режимам, которые вызывают в деталях циклически изменяющиеся во времени напряжения, может быть сведено нагружение большинства деталей машин и элементов конструкций.

Обычно предполагают, что закон изменения напряжений характеризуется кривой, имеющей вид синусоиды. Как показывают многочисленные эксперименты, вид этой кривой не имеет значения; прочность материала зависит от величин наибольшего и наименьшего напряжений. Совокупность всех последовательных значений переменных напряжений за один период их изменения называется циклом напряжений. Наибольшее (в алгебраическом смысле) напряжение цикла называется максимальным, а наименьшее — минимальным. Алгебраическая полусумма максимального и минимального напряжения цикла называется его средним значением (рис. 3.53).

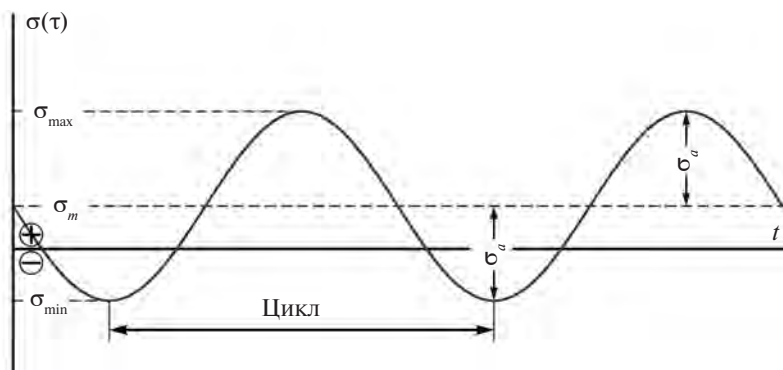


Рис. 3.53

Алгебраическая полуразность максимального и минимального напряжений называется амплитудой цикла. Важной характеристикой цикла напряжений является коэффициент асимметрии цикла.

Если напряжения симметричны относительно оси, то цикл называют симметричным. Асимметричные циклы могут быть знакопеременными, знакопостоянными и отнулевыми (пульсирующими) (рис. 3.54).

Многочисленные опыты позволили установить, что при действии переменных напряжений разрушение материалов происходит при напряжениях значительно меньших, чем опасные напряжения при статическом нагружении. Другими словами, многократное приложение нагрузки приводит к понижению прочности. Такое явление называется усталостью.

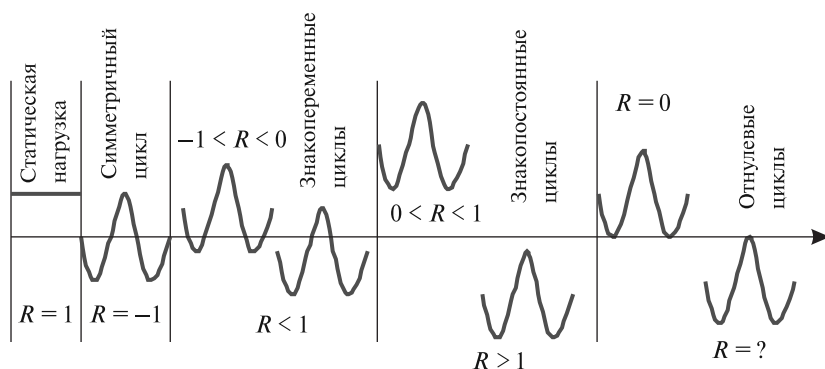


Рис. 3.54

Например, для того чтобы сломать проволоку, мы перегибаем ее несколько раз то в одну, то в другую сторону. При этом в продольных волокнах проволоки создаются попеременно то растягивающие, то сжимающие напряжения. Если проволоку перегибать сильно, то она сломается после 5–10 циклов. Нетрудно убедиться, что если уменьшить степень перегиба, то число циклов до разрушения увеличится. Перегибая проволоку, мы стремимся создать в ней пластическую деформацию. Если этого не делать, то максимальные напряжения окажутся меньше предела текучести и проволока может выдержать миллионы циклов. Причиной разрушения при циклических нагрузках является неоднородность структуры металла (наличие зерен, микроскопических трещин и т. п.). При действии повторных повторяющихся напряжений в окрестностях точек с пониженной прочностью возникают микроскопические трещины. У концов этих трещин возникает высокая концентрация напряжений, приводящая к развитию трещин по мере увеличения числа циклов. Если площадь сечения в результате развития трещин уменьшится на столько, что сечение не выдерживает возникающего в нем усилия, происходит разрушение элемента. Получается, что явление усталости материала заключается в постепенном накоплении повреждений материала при действии повторно-переменных напряжений, приводящих к образованию трещин и разрушению. На рис. 3.55 изображена поверхность после излома.



Рис. 3.55

Для расчетов на прочность при действии повторно-переменных напряжений необходимо знать соответствующие характеристики

материала. Данные характеристики определяются путем испытания на усталость образцов на специальных машинах (ГОСТ 28841-90). На рис. 3.56 показана схема машины для испытания образцов при чистом изгибе. Образец 1 зажимается во вращающихся цангах 2 и 3. Усилие передается от груза, подвешенного на серьгах 4 и 5. Счетчик 6 фиксирует число оборотов образца. Когда образец ломается, происходит автоматическое отключение двигателя 7 от контакта 8.

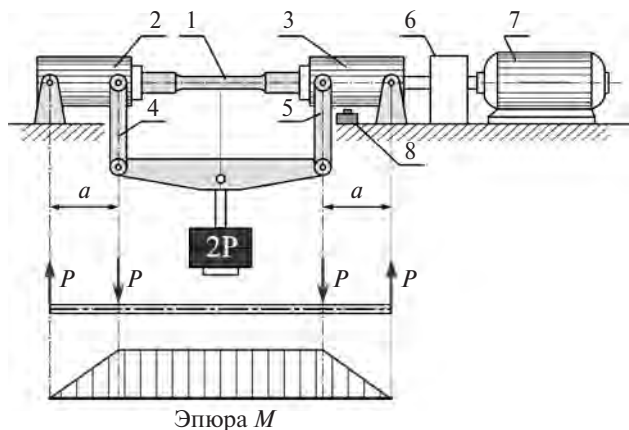


Рис. 3.56

Для проведения стандартных испытаний на усталость необходимо иметь не менее десятка одинаковых образцов. Наиболее распространены испытания на чистый изгиб при симметричном цикле изменения напряжений; их проводят в следующем порядке. В первом образце создают циклы напряжений, характеризуемые значениями σ_r . Напряжение принимают достаточно большим (немного меньшим предела прочности материала) для того, чтобы разрушение образца происходило после сравнительно небольшого числа циклов. Результат испытания образца наносят на график в виде точки I (рис. 3.57), абсцисса которой равна (в принятом масштабе) числу циклов, вызвавших разрушение образца, а ордината — значению напряжения.

Затем другой образец испытывается до разрушения при напряжениях σ_{II} . Результат испытания отобразится точкой. Продолжая испытания остальных образцов, уменьшая с каждым разом значения максимальных напряжений, получают точки и т. д. Соединяя

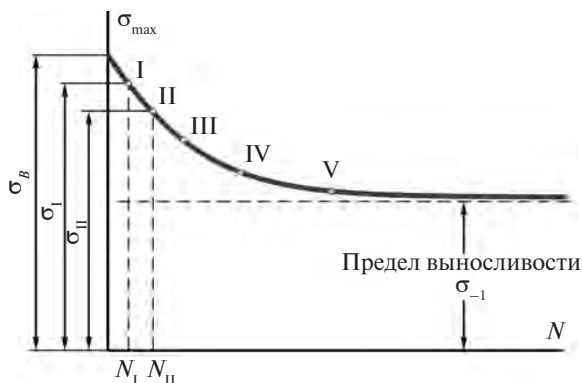


Рис. 3.57

полученные по данным опытов точки плавной кривой, получают так называемую кривую усталости (выносливости). Первым, кто разработал и провел систематические экспериментальные исследования на усталость, был немецкий ученый А. Вёллер, поэтому кривую усталости в литературе обычно называют кривой Вёллера.

Кривая усталости характерна тем, что, начиная с некоторого напряжения, она идет практически горизонтально. Это означает, что при определенном напряжении образец может, не разрушаясь, выдержать бесконечно большое число циклов. Экспериментальные испытания стальных образцов показали, что если образец не разрушился до циклов, то образец не разрушается и при более длительном испытании. Предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытания на усталость называется базой испытаний. Для стальных образцов в обычных условиях база испытания равна 10 млн циклов. Введение понятия базового числа циклов позволяет принять следующее определение. *Предел выносливости* — это наибольшее по величине значение максимального напряжения цикла, при котором образец выдерживает без разрушения базовое число циклов.

По испытаниям стальных образцов на симметричный цикл при чистом изгибе имеется большое количество данных, позволяющих сказать, что для сталей предел выносливости составляет около половины предела прочности.

Аналогичным образом, но на других машинах проводят испытания и находят пределы выносливости при действии осевых сил, при кручении и при сложных деформациях. Следует отметить, что

у материала не один предел выносливости, а совокупность — в зависимости от коэффициента асимметрии цикла.

Предел усталости также зависит от конструктивно-технологических факторов. Как показывают многочисленные опыты, на предел выносливости кроме характеристики цикла существенно влияет ряд различных факторов: концентрация напряжений, размеры поперечных сечений деталей, состояние поверхности, характер технологической обработки, среда, в которой происходят испытания и др. Для выяснения влияния того или иного фактора в качестве эталона принят предел усталости, полученный испытанием на воздухе при симметричном цикле партии гладких полированных образцов диаметром 7–10 мм. Тогда влияние различных факторов на выносливость оценивается отклонением предела выносливости партии рассматриваемых образцов от предела выносливости эталонных.

Рассмотрим влияние *концентрации напряжений*. Концентраторами напряжения являются резкие изменения формы детали, отверстия, выточки, надрезы, которые значительно снижают предел выносливости. Это снижение учитывается эффективным коэффициентом концентрации напряжений, который определяется экспериментальным путем и приводится в справочной литературе. Данный коэффициент показывает, во сколько раз предел выносливости при симметричном цикле для образцов без концентрации напряжений превышает предел выносливости для образцов с концентрацией напряжений.

На предел выносливости также влияют *размеры детали (масштабный фактор)*. Как показывают эксперименты, при увеличении диаметра образцов до 150–200 мм снижение пределов выносливости при чистом изгибе может достигать 30–40 %. При однородном напряженном состоянии (растяжении–сжатии) опыты показывают о малом влиянии абсолютных размеров на выносливость. При кручении, как и при изгибе, наблюдается существенное снижение предела выносливости с ростом размеров образцов. Падение предела выносливости с ростом размеров особенно сильно выражено у неоднородных металлов, например у серого чугуна.

Состояния поверхности — один из факторов, оказывающих влияние на предел выносливости. В большинстве случаев поверхностные слои элемента конструкции, подверженного действию циклических нагрузок, оказываются наиболее нагруженными. Кроме того, поверхность детали всегда имеет дефекты, связанные с качеством

механической обработки, а также с коррозией вследствие воздействия окружающей среды. Поэтому усталостные трещины, как правило, начинаются с поверхности, а плохое качество последней приводит к снижению сопротивления усталости.

Перерывы в нагружении (паузы) увеличивают число циклов до разрушения до 15–20 %. Увеличение числа циклов тем больше, чем чаще паузы и чем они длиннее. Если приложить к образцу напряжения немного ниже предела выносливости и затем постепенно повышать величину переменной нагрузки, то сопротивление усталости можно немного повысить. Это явление называют тренировкой материала и широко используют в технике.

На предел выносливости детали влияет *температура*. С повышением температуры предел выносливости обычно падает, а с понижением — растет.

Учитывая вышесказанное предлагают применять следующие практические меры повышения сопротивления усталости:

- применять более однородные материалы с мелкозернистой структурой, свободные от внутренних очагов концентрации;
- придавать деталям очертания, при которых была бы уменьшена концентрация напряжений;
- тщательно обрабатывать поверхность детали;
- применять специальные методы повышения сопротивления усталости (поверхностное упрочнение, тренировка деталей и т. д.).

3.8. Устойчивость сжатых стержней

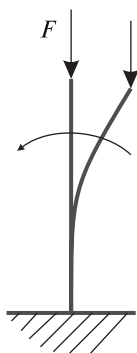


Рис. 3.58

Относительно короткие и массивные стержни рассчитывают на сжатие, так как они выходят из строя в результате разрушения или остаточных деформаций. Длинные стержни небольшого поперечного сечения под действием осевых сжимающих сил изгибаются и теряют равновесие, то есть работают одновременно на изгиб и сжатие. Для характеристики состояний таких стержней вводят понятие устойчивого и неустойчивого равновесия.

Равновесие считают *устойчивым*, если за счет сил упругости после снятия внешней отклоняющей силы стержень восстановит первоначальную форму (рис. 3.58).

Если упругое тело после отклонения от равновесного положения не возвращается к исходному состоянию, то говорят, что произошла потеря устойчивости, а равновесие было *неустойчивым*.

Потерю устойчивости под действием центрально приложенной продольной сжимающей силы называют *продольным изгибом*.

На устойчивость равновесия влияет величина сжимающей силы.

Наибольшее значение сжимающей силы, при которой прямолинейная форма стержня сохраняет устойчивость, называют *критической силой*. Даже при небольшом превышении критического значения силы стержень недопустимо деформируется и разрушается.

Расчет на устойчивость

Расчет на устойчивость заключается в определении допускаемой сжимающей силы и в сравнении с ней силы действующей:

$$F \leq [F]; \quad [F] = \frac{F_{кр}}{[s_y]}; \quad F \leq \frac{F_{кр}}{[s_y]},$$

где F — действующая сжимающая сила; $[F]$ — допускаемая сжимающая сила, обеспечивает некоторый запас устойчивости; $F_{кр}$ — критическая сила; $[s_y]$ — допускаемый коэффициент запаса устойчивости.

Обычно для сталей $[s_y] = 1,8 \div 3$; для чугуна $[s_y] = 5$; для дерева $[s_y] \approx 2,8$.

Способы определения критической силы

Расчет по формуле Эйлера

Задачу определения критической силы математически решил Л. Эйлер в 1744 г.

Для шарнирно закрепленного с обеих сторон стержня (рис. 3.59) формула Эйлера имеет вид

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2},$$

где E — модуль упругости; $J_{\min}$ — минимальный осевой момент инерции стержня; l — длина стержня.

Потеря устойчивости происходит *в плоскости наименьшей жесткости*, поэтому в формулу входит минимальный из осевых моментов инерции сечения (J_x или J_y).

Формулу распространили на другие формы закрепления стержней, рассмотрев форму потери устойчивости в каждом случае. Длина

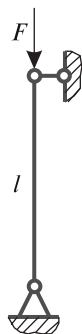


Рис. 3.59

стержня заменяется ее приведенным значением, учитывающим форму потери устойчивости в каждом случае: $l_{\text{прив}} = \mu l$, где μ — коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления стержня (рис. 3.60).

Формула для расчета критической силы для всех случаев

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{(\mu \cdot l)^2}.$$

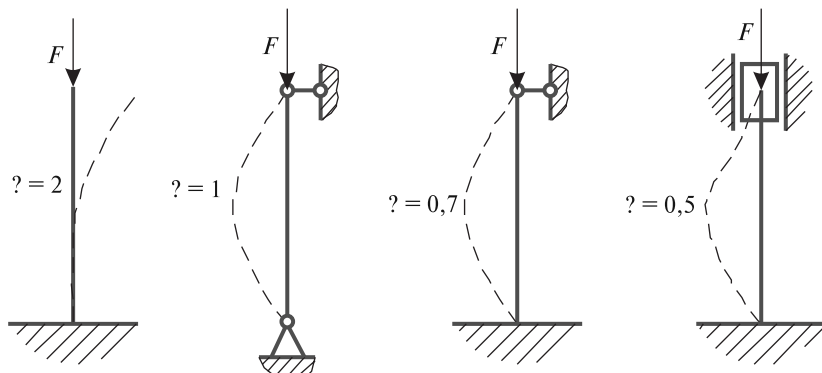


Рис. 3.60

Критические напряжения

Критическое напряжение — напряжение сжатия, соответствующее критической силе.

Напряжение от сжимающей силы определяется по формуле

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{(\mu \cdot l)^2 A},$$

где $\sigma_{\text{кр}}$ — напряжение сжатия, при котором стержень еще устойчив. Корень квадратный из отношения минимального момента инерции сечения к площади поперечного сечения принято называть *минимальным радиусом инерции* i_{min} :

$$i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{J_{\text{min}}}{A}}; \quad \frac{J_{\text{min}}}{A} = i_{\text{min}}^2.$$

Тогда формула для расчета критического напряжения примет следующий вид:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu \cdot l)^2}.$$

Отношение $\mu l / i_{\min}$ носит название *гибкости стержня* λ .

Гибкость стержня — величина безразмерная. Чем больше гибкость, тем меньше напряжение:

Заметим, что гибкость не зависит от материала, а определяется только геометрией стержня.

Пределы применимости формулы Эйлера

Формула Эйлера выполняется только в пределах упругих деформаций.

Таким образом, *критическое напряжение должно быть меньше предела упругости материала.*

Предел упругости при расчетах можно заменять пределом пропорциональности. Таким образом, $\sigma_{кр} \leq \sigma_y \approx \sigma_{пц}$, где σ_y — предел упругости; $\sigma_{пц}$ — предел пропорциональности материала;

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{пц}. \text{ Откуда гибкость стержня: } \lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}};$$

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}} \text{ — предельная гибкость.}$$

Предельная гибкость зависит от материала стержня.

В случае, если $\lambda < \lambda_{пред}$ в материале стержня возникают остаточные деформации. Поскольку в реальных конструкциях могут возникать пластические деформации, не приводящие к потере работоспособности, созданы эмпирические формулы для расчетов в этих случаях.

Расчет критического напряжения по формуле Ф. О. Ясинского для стальных стержней

Таблица 3.5

Данные для расчета по формуле Ф. О. Ясинского

Материал	a , МПа	b , МПа	λ_0	$\lambda_{пред}$
Сталь Ст2	264	0,70	60	105
Сталь Ст3	310	1,14	60	100
Сталь 20, Ст4	328	1,15	60	96
Сталь 45	449	1,67	52	85
Дюралюмин Д16Т	406	1,83	30	53
Сосна, ель	29,3	0,194	—	70

Критическое напряжение определяется по формуле $\sigma_{кр} = a - b\lambda$, где a и b — коэффициенты, зависящие от материала; их значения представлены в таблице.

На рис. 3.61 представлена зависимость критического напряжения от гибкости стержня.

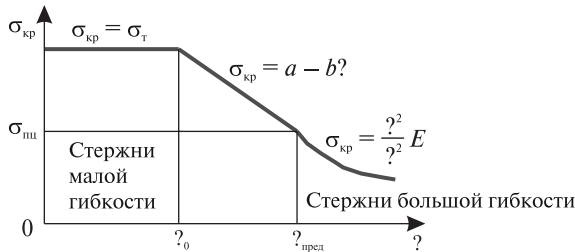


Рис. 3.61

Для стержней малой гибкости проводится расчет на сжатие $\sigma_{сж} \leq [\sigma]_{сж}$. Для стержней средней гибкости расчет проводят по формуле Ясинского $\sigma_{кр} = a - b\lambda$.

Для стержней большой гибкости расчет проводят по формуле Эйлера $\sigma_{кр} = \pi^2 E / \lambda^2$.

Критическую силу при расчете критического напряжения по формуле Ясинского можно определить как $F_{кр} = \sigma_{кр} A = (a - b\lambda) A$.

Условие устойчивости: $F \leq \frac{F_{кр}}{[s_y]}$.

4. ДЕТАЛИ МАШИН

4.1. Основные направления в развитии машиностроения

Современное производство немислимо без всевозможных высокоэффективных машин — устройств для преобразования энергии и (или) движения, накопления и переработки информации.

Машина — это устройство, создаваемое человеком для изучения и использования законов природы с целью облегчения физического и умственного труда, увеличения его производительности путем частичной или полной замены человека в его трудовых функциях.

По назначению машины условно подразделяют на несколько групп.

Энергетические машины, в которых какой-либо вид энергии (электрической, тепловой и т. д.) преобразуется в механическую работу, и наоборот. К этой группе относятся машины-двигатели (электродвигатели, тепловые двигатели, двигатели внутреннего сгорания, турбины) и машины-преобразователи (электрические генераторы, компрессоры и др.).

Рабочие машины — машины, предназначенные для выполнения производственных процессов по изменению формы, свойств и положений объектов.

Рабочие машины подразделяются на **транспортные** и **технологические**.

Транспортной машиной называется рабочая машина, в которой преобразование материала состоит только в изменении положения основного перемещаемого объекта. К транспортным машинам относятся локомотивы, турбовозы, автомобили, тракторы, лифты, транспортеры и т. д.

Технологической машиной называется рабочая машина, в которой преобразование материала состоит в изменении формы, свойства и положения материала или обрабатываемого объекта. К технологическим машинам принадлежат станки, текстильные машины, машины, используемые в сельском хозяйстве, металлургические, полиграфические, пищевые и др.

Информационные машины — машины, в которых происходит преобразование вводимой информации для контроля, регулирования и управления технологическими процессами.

Информационные машины подразделяются на **контрольно-управляющие** и **математические**.

Контрольно-управляющей машиной называется машина, которая преобразует получаемую контрольно-измерительную информацию с целью управления энергетической или рабочей машиной.

Математической машиной называется машина, которая преобразует информацию, получаемую в виде различных математических образов, заданных в форме отдельных чисел или алгоритмов.

Кибернетические машины — машины, заменяющие или имитирующие различные механические, физиологические или биологические процессы, присущие человеку и живой природе, и обладающие элементами искусственного интеллекта.

Главным в кибернетических машинах является их «оочувствление», т. е. оснащение этих машин искусственным осязанием с помощью соответствующих датчиков, искусственным зрением с помощью телевизионных устройств и т. д.

С помощью специальных управляющих машин роботы, манипуляторы и другие машины оснащаются искусственным интеллектом, т. е. по заложенной в систему управления программе могут выполнять технологические операции того или другого вида в зависимости от ситуации, например при сборке каких-либо узлов, выбирать требуемые детали, различая их по форме, цвету, геометрическим параметрам.

В зависимости от способа управления различают машины ручного управления (на встроеном рабочем месте или дистанционного), полуавтоматического и автоматического действия.

Машиной-автоматом называется машина, которая выполняет преобразования энергии, материалов и информации без непосредственного участия человека.

Совокупность машин-автоматов, соединенных между собой автоматическими транспортными устройствами и предназначенных для выполнения определенного технологического процесса, образует **автоматическую линию**.

Для управления над процессами и контроля над ними и для замены умственного труда человека широкое развитие получили **логические машины**. К этим машинам относятся **счетно-решающие машины, машины, моделирующие различные процессы, информационные машины** и др.

Механизмом называется часть машины, в которой рабочий процесс реализуется путем выполнения определенных механических движений.

Механизм представляет собой систему тел, предназначенных для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

Механизм осуществляет:

- передачу энергии (движения), как правило;
- преобразование и регулирование механического движения.

Механизмы, входящие в состав машины, весьма разнообразны. Одни из них представляют собой сочетания только твердых тел. Другие имеют в своем составе жидкие или газообразные тела, участвующие в преобразовании движения. Такие механизмы называются соответственно гидравлическими и пневматическими.

Однотипные механизмы используются в конструкциях самых разнообразных по назначению машин.

С точки зрения функционального назначения механизмы машины обычно делятся на следующие виды:

- механизмы двигателей и преобразователей;
- передаточные механизмы;
- исполнительные механизмы;
- механизмы управления, контроля и регулирования;
- механизмы подачи, транспортировки, питания и сортировки обрабатываемых сред и объектов;
- механизмы автоматического счета, взвешивания и упаковки готовой продукции.

Механизмы двигателей осуществляют преобразование различных видов энергии в механическую работу. К механизмам двигателей относятся механизмы двигателей внутреннего сгорания, паровых машин, электродвигателей, турбин и др.

Механизмы преобразователей (генераторов) осуществляют преобразование механической работы в другие виды энергии. К механизмам преобразователей относятся механизмы насосов, компрессоров, гидроприводов и др.

Передаточные механизмы (привод) имеют своей задачей передачу движения от двигателя к технологической машине или исполнительным механизмам. Так как вал двигателя обычно имеет большее число оборотов в минуту, чем основной вал технологической машины, задачей передаточных механизмов является уменьшение числа оборотов в минуту вала двигателя до уровня числа оборотов в минуту основного вала технологической машины.

Исполнительными механизмами называются те механизмы, которые непосредственно воздействуют на обрабатываемую среду или

объект. В их задачу входит изменение формы, состояния, положения и свойств, обрабатываемых среды или объекта. К исполнительным механизмам относятся механизмы прессов, деформирующих обрабатываемый объект, механизмы металлообрабатывающих станков, изменяющие форму заготовки снятием стружки до той формы, которая требуется по технологическим условиям.

Механизмами управления, контроля и регулирования называются различные механизмы и устройства для контроля размеров обрабатываемых объектов. Например, регуляторы, реагирующие на отклонение угловой скорости главного вала машины и устанавливающие нормальную заданную угловую скорость этого вала; механизмы по контролю размеров, давления, уровней жидкостей и т. д.

К **механизмам подачи, транспортировки, питания и сортировки** обрабатываемых сред и объектов относятся механизмы винтовых шнеков, скребковых и ковшевых элеваторов для транспортировки и подачи сыпучих материалов, механизмы загрузочных бункеров для штучных заготовок, механизмы подачи пруткового материала в высадочных автоматах, механизмы сортировки готовой продукции по размерам, массе и конфигурации и т. д.

Механизмы автоматического счета, взвешивания и упаковки готовой продукции применяются во многих машинах, в основном выпускающих массовую штучную продукцию. Такие механизмы могут быть и исполнительными механизмами, если они входят в специальные машины, предназначенные для этих операций.

Несмотря на разницу в функциональном назначении механизмов отдельных видов, в их строении, кинематике и динамике много общего. Поэтому можно к исследованию механизмов с различными функциональными назначениями применять общие методы, базирующиеся на основных принципах современной механики. В механике обычно рассматриваются статика, кинематика и динамика как абсолютно твердых, так и упругих тел. При исследовании машин и механизмов, как правило, можно считать жесткие тела, образующие механизм, абсолютно твердыми, так как перемещения, возникающие от упругих деформаций тел, малы по сравнению с перемещениями самих тел и их точек. Если рассматривать механизмы как устройства, в состав которых входят только твердые тела, то для исследования их кинематики и динамики можно пользоваться методами, принятыми в теоретической механике. Если же требуется изучить кинематику и динамику механизмов с учетом упругости звеньев, то кроме методов теоретической механики необходимо

еще применять методы, применяемые в сопротивлении материалов, теории упругости и теории колебаний. Если в состав механизма входят жидкие или газообразные тела, то необходимо привлекать к исследованию кинематики и динамики механизмов гидромеханику и аэромеханику.

4.2. Основные характеристики и требования, предъявляемые к машинам и механизмам

Основными характеристиками машин являются: назначение и область применения, способ управления, мощность и производительность, коэффициент полезного действия, масса, габаритные размеры, стоимость и др.

Производительность машин измеряют в единицах, которые наиболее пригодны для обрабатываемых материалов. Например, производительность ткацких станков характеризуют количеством метров сотканной ткани, транспорта — массой транспортируемого груза в единицу времени и т. п.

Коэффициент полезного действия является характеристикой экономичности машин. Он показывает долю полезно реализуемой энергии и эффективность ее использования.

Массу и габаритные размеры необходимо знать для транспортирования машин и размещения их на производственных площадях.

Основные характеристики машин указывают в их техническом паспорте.

Основные требования, предъявляемые к машинам и механизмам:

- работоспособность;
- надежность;
- технологичность;
- экономичность;
- эргономичность.

Работоспособностью называют состояние машин и механизмов, при котором они способны нормально выполнять заданные функции с параметрами, установленными нормативно-технической документацией (техническими условиями, стандартами и т. п.).

Надежностью изделия называют свойство выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих

заданным режимам в условиях использования, технического обслуживания, ремонта, хранения и транспортирования.

Обеспечение надежности является общей проблемой для всех отраслей машиностроения и приборостроения. Любая современная машина или прибор, какими бы высокими характеристиками они ни обладали, будут обесценены при ненадежной работе.

Надежность обеспечивается на всех этапах создания и эксплуатации изделий. Ошибки проектирования, погрешности в производстве, упаковке, транспортировке и эксплуатации изделия сказываются на его надежности.

Технологичными называют машины, требующие минимальных затрат средств, времени и труда при их производстве, эксплуатации и ремонте.

Машины должны быть конструктивно гибкими, т. е. приспособленными к гибкому автоматизированному производству (ГАП). Для этого их конструкции должны характеризоваться преемственностью и высоким уровнем стандартизации и унификации конструктивных элементов, материалов, расчетов и технологий, возможностью «сращивания» систем автоматизированного проектирования и производства и др.

При оценке **экономичности** учитывают затраты на проектирование, изготовление, эксплуатацию и ремонт машины.

Экономичность машин достигается путем снижения материалоемкости, энергоемкости и трудоемкости производства за счет максимального коэффициента полезного действия в эксплуатации при высокой надежности; высокой специализации производства и т. д.

Эргономичность. Совершенство и красота внешних форм машины и удобство обслуживания существенно влияют на отношение к ней со стороны обслуживающего персонала.

Красивый внешний вид деталям, узлам и машине придают форма и внешняя отделка конструкции (декоративная полировка, окраска, нанесение гальванических покрытий и оксидных пленок и т. д.).

Кроме того, существенное значение имеет и влияние машин на окружающую среду.

Указанные требования к машинам и механизмам в процессе их создания, совершенствования и эксплуатации. Обеспечивают их выполнение не только инженеры-конструкторы, но и инженеры-технологи, инженеры по эксплуатации и ремонту, инженеры-экономисты и другие специалисты, а также техники и рабочие, занятые в технологических процессах.

Для понимания принципа действия машин, и в особенности для их совершенствования, необходимо иметь представление о построении машин, распространенных в технике механизмах, методах их анализа и оценки надежности.

4.3. Краткие сведения о машиностроительных материалах и основах их выбора

Выбор материала

Ресурсосбережение в промышленности подразумевает повышение мощности выпускаемых машин, качества, надежности, экономичности, конкурентоспособности и производительности оборудования и других изделий машиностроения. При этом предполагается уменьшение их габаритов, металлоёмкости, энергопотребления и снижение их себестоимости. Для этого должен быть решен вопрос о расширении и систематическом обновлении номенклатуры и ассортимента конструкционных материалов, внедрении высокоэффективных методов повышения их прочностных свойств; коррозионно- и износостойкости; об увеличении производства новых композитных конструкционных материалов; изделий на основе порошковой металлургии, порошков-сплавов, заменяющих черные и цветные металлы; широком применении малооперационной и безотходной технологии, а также прогрессивной технологии обработки, как электронно-лучевой, лазерной, электроэрозионной, плазменно-механической.

При выборе материала прежде всего учитывают эксплуатационные, технологические и экономические требования, предъявляемые к детали.

Эксплуатационные требования к материалу определяются условиями работы детали в механизме. Для выполнения этих требований учитываются следующие свойства материала: прочность – способность материала сопротивляться разрушению или появлению остаточных деформаций, характеризуется пределом прочности σ_u , пределом текучести σ_y , условным пределом текучести $\sigma_{0,2}$, пределом выносливости σ_R , твердостью по Бринеллю HB или Роквеллу HRC₃; **износостойкость** – способность материала сопротивляться износу, характеризуется твердостью HB, HRC₃ или допустимым удельным давлением q_{adm} ; **жесткость** – способность материала сопротивляться упругим деформациям, характеризуется при растяжении (сжатии)

и изгибе модулем упругости E , при кручении — модулем упругости G ; **упругость** характеризуется пределом упругости σ_e и модулем упругости E ; **антифрикционность** характеризуется коэффициентом трения скольжения f ; **плотность**; **удельные характеристики** — характеристики, приходящиеся на единицу массы; **электропроводность**, **теплопроводность**, **коррозионная стойкость**, **жаропрочность** и др.

Технологические требования к материалу определяют возможность изготовления деталей с минимальными трудозатратами. При изготовлении деталей методами обработки давлением (штамповка, прессование и т. д.) учитывают **пластичность** — свойство материала получать без разрушения значительные остаточные деформации; при изготовлении литьем учитывают **легкоплавкость** и **жидкотекучесть** — заполняемость без пустот узких полостей различных форм; при изготовлении методами механической обработки учитывают **обрабатываемость резанием**. К технологическим требованиям относят также **термообрабатываемость** — способность материала изменять механические свойства при термической (закалка, отпуск, отжиг) и термохимической (цементация, азотирование и т. д.) обработках и **свариваемость** — способность материала образовывать прочные соединения при сварке.

Экономические требования к материалу определяются его стоимостью и дефицитностью.

Стоимость материалов, из которых изготавливают машину, составляет 30...60 % полной стоимости машины. Экономия на стоимости материалов можно получить как путем уменьшения количества потребного материала на машину, так и путем замены дорогостоящего материала более дешевым. Но не всегда дешевый материал оказывается выгоднее более дорогого.

При проектировании деталей зубчатых передач наиболее ответственный момент в решении — правильный выбор материала для сопряженной пары зубчатых колес. В практике машиностроения зубчатые колеса для силовых передач, как правило, изготавливают из углеродистых и легированных сталей различных марок. Зубчатые колеса из чугуна находят применение только в слабонагруженных малоответственных передачах. Зубчатые колеса из цветных металлов (из бронзы) применяют главным образом при изготовлении червячных колес и в основной комбинированной конструкции: зубчатый венец изготавливают из бронзы, ступицу — из чугуна и стали.

Выбирая тип заготовки и материал для изготовления деталей специалист должен идти по пути наименьших затрат на изготовление

машины и отчётливо представлять технологический процесс её изготовления. Если, например, закладывается поверхностная термическая или химикотермическая обработка зубьев шестерни, то на предприятии-изготовителе должно быть оборудование для выполнения данной обработки (печь ТВЧ или печь газового азотирования ...), а также оборудование для шлифовки зубьев после закалки (зубошлифовальный станок). Это значительно удорожает процесс изготовления и, достигаемое уменьшение габаритов машины может оказаться несоизмеримым с произведенными затратами.

Широкое применение в машинах нашли пластмассы, которые изготавливаются без снятия стружки, где в 5 раз меньше трудоёмкость изготовления и количество отходов.

Алюминиевые порошки, распыленные плазмотроном на поверхность детали, увеличивают срок службы в 2–3 раза от коррозии.

Применение биметаллических материалов для деталей рациональной пустотелой формы увеличивает контактную прочность, при этом масса детали уменьшается в 2 раза.

Научно-технический прогресс в машиностроении тесно связан с созданием новых конструкционных материалов. Для повышения качества, надежности изделия с одновременным ресурсосбережением разрабатываются эффективные методы повышения прочности, коррозионной стойкости, тепло- и хладостойкости сплавов. Расширено производство новых полимерных и композиционных материалов с заданным свойством.

Так, например, ионная имплантация снижает точечную коррозию, поверхностное легирование приводит к экономии дорогостоящих сталей. Повышение удельной прочности приводит к значительному сокращению металлоёмкости изделия.

Основные машиностроительные материалы

Конструкционными называют материалы, обладающие прочностью и применяемые для изготовления конструкций, воспринимающих силовую нагрузку. Конструкционные материалы подразделяют на металлические, неметаллические и композиционные.

Материалы имеют решающее значение для качества и экономичности машин. Выбирая материал, необходимо учитывать следующие факторы:

- 1) соответствие свойств материала основным требованиям надежности деталей в течение заданного срока службы;

- 2) весовые и габаритные требования к детали и машине в целом;
- 3) соответствие технологических свойств материала конструктивной форме и намеченному способу обработки детали (штамповка, обрабатываемость на станках и т. д.);
- 4) стоимость и дефицитность материала.

Таблица 4.1

	Критерии оценки материалов
Эксплуатационные требования	1. Прочность 2. Жёсткость 3. Износостойкость 4. Теплостойкость 5. Виброустойчивость 6. Устойчивость 7. Коррозионная стойкость 8. Жаростойкость 9. Хладостойкость 10. Теплопроводность 11. Электропроводность 12. Магнитная проницаемость 13. Долговечность 14. Надежность
Производственные факторы	1. Серийность изделия 2. Требуемая точность изготовления деталей и сборки узлов 3. Наличие оборудования для получения заготовок передовой технологией 4. Наличие режущего инструмента и металлообрабатывающего оборудования 5. Наличие химико-термических и упрочняющих установок 6. Наличие исследовательской базы
Экономические показатели	1. Доступность и стоимость материала 2. Затраты на проектирование 3. Затраты на изготовление 4. Эксплуатационные затраты 5. Затраты на ведение НИР 6. Затраты на разработку перспективных конструкций 7. Затраты на приобретение лицензии на производство машин или наукоемкой технологии

	Критерии оценки материалов
Механические свойства	1. Предел текучести 2. Предел прочности 3. Относительное удлинение 4. Модуль упругости 5. Модуль сдвига 6. Коэффициент Пуассона 7. Твёрдость HB, HRC, HV. 8. Модуль объемной упругости 9. Удельная прочность
Технологические свойства	1. Обрабатываемость резанием 2. Жидкотекучесть 3. Литейные усадки 4. Деформируемость (пластичность) 5. Упрочняемость 6. Свариваемость 7. Пластичность 8. Флокене-чувствительность 9. Отпуская хрупкость

Металлы подразделяют на черные металлы (сталь, чугун) и сплавы цветных металлов (на основе меди, алюминия, титана и др.). К неметаллическим материалам относятся пластмассы (текстолит, волокнит, лигнофоль), резина, кожа, графит, минералокерамические материалы, древесина и др.

Черные металлы, подразделяемые на чугуны и стали, имеют наибольшее распространение. Это объясняется прежде всего их высокой прочностью и жесткостью, а также сравнительно невысокой стоимостью. Основные недостатки черных металлов большая плотность и слабая коррозионная стойкость.

Железо и сплавы на его основе

Железо — это металл сероватого цвета, атомная масса которого равна 55,85, а атомный радиус — 0,127 нм. Температура плавления 1539 °С. В твердом состоянии железо имеет кристаллическую решетку, для которой характерно два возможных состояния, называемых полиморфной модификацией и обозначаемых как α -Fe и γ -Fe. Существование этих модификаций зависит от температуры нагрева.

Углерод является неметаллическим элементом, который растворяется в железе как в жидком, так и твердом состояниях. Чаще всего система Fe-C существует в виде жидкого сплава или твердого раствора. Твердыми растворами называют такие фазы, в которых один из компонентов сохраняет свою кристаллическую структуру, а атомы других компонентов присутствуют в решетке первого, изменяя ее размеры. Различают твердые растворы замещения и внедрения.

Твердый раствор углерода и других примесей в α -Fe называется **ферритом**. Углерод при этом располагается в центре грани куба, в котором может поместиться сфера радиусом, равным $0,29R$, где R – атомный радиус железа.

Раствор углерода и других примесей в γ -Fe называют **аустенитом**. Атом углерода при этом размещается в центре куба со вписанной сферой радиусом $0,41R$. Аустенит характеризуется высокой пластичностью и низкой прочностью.

Наиболее распространенными сплавами на основе железа являются сталь и чугун, которые представляют собой твердые растворы (сплавы) железа Fe с углеродом C. Если содержание углерода в растворе менее 2,14 %, то такой сплав называется сталью, а если больше 2,14 %, то чугуном. Граница разделения чугуна и стали соответствует предельной растворимости углерода в аустените. Стали после за твердевания не содержат хрупкой структурной составляющей и при высоком нагреве имеют только аустенитную структуру, обладающую высокой пластичностью. По этой причине стали легко деформируются при нормальных и повышенных температурах, т. е. являются ковкими материалами. В отличие от сталей чугуны характеризуются хрупкостью, но обладают хорошими литейными свойствами, в том числе более низкими температурами плавления.

Стали – это деформируемые сплавы железа с углеродом (до 2,14 % углерода) и другими элементами.

По химсоставу стали делят на углеродистые и легированные. Углеродистые стали содержат кроме железа и углерода также марганец (до 1 %) и кремний до (0,8 %), а также примеси, от которых трудно избавиться в процессе выплавки – серу и фосфор. Сера и фосфор снижают механические свойства сталей: сера увеличивает хрупкость в горячем состоянии (красноломкость), а фосфор – при пониженных температурах (хладноломкость). В зависимости от содержания углерода различают низко- ($C \leq 0,25 \%$), средне- ($0,25 < C \leq 0,6 \%$) и высокоуглеродистые ($C > 0,6 \%$) стали. С повышением содержания

углерода повышается твердость и прочность, но уменьшается пластичность и ухудшается свариваемость стали.

В общем объеме продукции машиностроения, продукции из стали обыкновенного качества (ГОСТ 380-94) и качественной (ГОСТ 1050-74), а также легированной (ГОСТ 4543-71) составляют почти 80 %. Они дешевые и имеют удовлетворительные механические свойства в сочетании с хорошей обрабатываемостью резанием и давлением.

По назначению стали делят на конструкционные, инструментальные и с особыми свойствами. Наиболее широко применяют конструкционные стали. Они бывают как углеродистыми ($C \leq 0,7 \%$), так и легированными. Инструментальные стали служат для изготовления режущего, ударно-штампового и мерительного инструментов. Они бывают углеродистыми ($C \geq 0,8 \dots 1,3 \%$) и легированные хромом, марганцем, кремнием и другими элементами. К сталям с особыми свойствами относят нержавеющие, немагнитные, электротехнические стали, стали постоянных магнитов и др.

По качеству стали делят на обыкновенные, качественные, высоко и особо высококачественные. Различие между ними заключается в количестве вредных (сера и фосфор) примесей. Так, в сталях обыкновенного качества допускается содержание серы до 0,06 % и фосфора до 0,07 %; в качественных — каждого элемента не более 0,035 %; а в высококачественных — не более 0,025 %.

По характеру застывания из жидкого состояния, степени раскисления различают спокойную, полуспокойную и кипящую стали. Чем полнее удален из расплава кислород, тем спокойнее протекает процесс затвердевания и меньше выделение пузырьков окиси углерода («кипение»). Выбор технологии раскисления определяется назначением и возможностями производства, но каждый способ имеет свои достоинства и недостатки.

Марки **углеродистой стали обыкновенного качества** обозначаются буквами Ст (сталь) и цифрами от 0 до 6, например Ст 0 — Ст 6. Цифры соответствуют условному номеру марки в зависимости от химического состава и механических свойств.

Углеродистые качественные стали маркируются двузначными цифрами (08, 10, 15, ..., 70), показывающими среднее содержание углерода в стали в сотых долях процента. Эти стали можно условно разделить на несколько групп. Стали 08, 10 обладают высокой пластичностью, хорошо штампуются и свариваются. Низкоуглеродистые стали 15, 20, 25 хорошо свариваются и обрабатываются резанием,

после цементации и термообработки обладают повышенной износостойкостью. Наибольшее распространение получили среднеуглеродистые стали 30, 35, 40, 45 и 50 благодаря хорошему сочетанию прочностных и пластических свойств, хорошей обрабатываемости резанием. Высокоуглеродистые стали 60, 65, 70 обладают высокой прочностью, износостойкостью и упругостью, используются для изготовления деталей типа пружин. Прочность и твердость средне- и высокоуглеродистых сталей можно повысить с помощью термической обработки.

Легированными называют стали, в состав которых для придания им специальных свойств вводят легирующие элементы. В качестве легирующих элементов, как правило, используются: хром (Cr), кремний (Si), никель (Ni), ванадий (W), алюминий (Al), марганец (Mg) и др. Они по-разному влияют на свойства стали: марганец повышает прочность и износостойкость; кремний увеличивает упругие характеристики стали; хром повышает коррозионную стойкость, твердость, прочность, жаропрочность; никель снижает коэффициент линейного расширения, повышает прочность и износостойкость; вольфрам и молибден повышают прочность и твердость, улучшают режущие свойства при повышенной температуре.

Маркируют легированные стали буквами и цифрами, указывающими ее химический состав. Первые цифры марок перед буквами указывают содержание углерода для конструкционных сталей в сотых долях процента (две цифры), а для инструментальных и специальных сталей — в десятых долях. Далее обозначение состоит из букв, указывающих, какие легирующие элементы входят в состав стали, и стоящих непосредственно за каждой буквой цифр, характеризующих среднее содержание легирующего элемента в процентах. Цифры за буквой не ставятся при содержании легирующего элемента менее 1,5 %. Легирующие элементы обозначаются следующими буквами: Т — титан, С — кремний, Г — марганец, Х — хром, Н — никель, М — молибден, В — вольфрам и т. п. Например, нержавеющая сталь X18H10T содержит 18 % хрома, 10 % никеля и до 1,5 % титана.

Чугун — сплав железа Fe и углерода C (свыше 2,14 %), содержащие постоянные примеси марганца, кремния, фосфора и серы, а также при необходимости легирующие элементы. Повышенное содержание углерода улучшает его литейные свойства при одновременном увеличении хрупкости. Из-за своей относительно низкой стоимости чугун применяется для изготовления массивных

деталей, например корпусных, и различного рода станин, а также для маховиков при окружной скорости не выше 30 м/с. Не рекомендуется применять серый чугун при действии на детали машин больших крутящих моментов. Марки чугуна обозначаются буквами, показывающими назначение чугуна: СЧ — серый чугун, ВЧ — высокопрочный, КЧ — ковкий чугун; для антифрикционных чугунов в начале марки указывается буква А (АСЧ, АВЧ, АКЧ). Цифры в обозначении марки нелегированного чугуна указывают на его механические свойства. Для серых чугунов цифры указывают величину предела прочности (кгс/мм²) при растяжении. Например, марка СЧ18 показывает, что чугун имеет $\sigma_{\text{ит}} = 18 \text{ кгс/мм}^2 = 180 \text{ МПа}$. Для высокопрочного и ковкого чугуна цифры определяют предел прочности (кгс/мм²) и относительное удлинение при растяжении в процентах, например ВЧ60-2 — высокопрочный чугун с $\sigma_{\text{ит}} = 600 \text{ МПа}$ и $\delta = 2 \%$.

Медь — это металл красноватого цвета плотностью 8,94 г/см³, имеющий гранецентрированную кристаллическую решетку с периодом $a = 0,31607 \text{ нм}$.

Медь в чистом виде характеризуется высокой электро- и теплопроводностью, хорошей обрабатываемостью давлением, небольшой прочностью и применяется для изготовления токопроводящих деталей. На основе меди получают различные сплавы, которые широко используются в качестве материалов для изготовления различных деталей. Эти сплавы обладают хорошими механическими и антикоррозионными свойствами, они износостойки, имеют низкий коэффициент трения, высокую электро- и теплопроводность. Различают две основные группы медных сплавов: *латуни* и *бронзы*. В латунях основным легирующим элементом является цинк, в бронзах — иные элементы.

Легирующие элементы в марках медных сплавов обозначают следующими буквами: А — алюминий, Н — никель, О — олово, Ц — цинк, С — свинец, Ж — железо, Мц — марганец, К — кремний, Ф — фосфор, Т — титан.

Латуни — сплав меди с цинком. Содержание цинка в сплаве достигает 40...45 %. Латуни пластичны и обладают хорошими литейными свойствами. Их предел текучести равен $\sigma_T = 250...450 \text{ МПа}$. Прочность можно несколько повысить за счет использования обработки давлением при высокой температуре.

Бронзы классифицируют по основным легирующим элементам: оловянистые и безоловянистые (или специальные). К безоловянистым

относят алюминиевые, бериллиевые, кремнистые, свинцовистые и т. д. Широко используются оловянистые бронзы, они характеризуются высокой стойкостью против истирания, низким коэффициентом трения скольжения, наилучшими антифрикционными свойствами. Оловянистые бронзы по технологическому признаку разделяют на литейные и деформируемые. Безоловянистые бронзы хорошо обрабатываются, в ряде случаев обладают более высокими механическими и антикоррозийными свойствами, чем оловянистые, поэтому они нашли широкое применение в промышленности.

Алюминий — это металл серебристо-белого цвета с температурой плавления 600 °С. Он имеет гранецентрированную кристаллическую решетку с периодом $a = 0,4041$ нм. Так как алюминий обладает низкой плотностью $\rho = 2,7$ гр/см³, то сплавы на основе алюминия называются *легкими*. Алюминий, как и медь, имеет высокую электро- и теплопроводность. Модуль упругости $E = (7,0...7,5) \cdot 10^4$ МПа.

Алюминий является коррозионно-стойким материалом, так как на его поверхности появляется пленка окислов, защищающая основной металл от коррозии. Чистый алюминий применяется редко, так как имеет низкую прочность. Чаще при изготовлении деталей применяют сплавы на основе алюминия. Они обладают малой плотностью, высокой электро- и теплопроводностью, коррозионной стойкостью и удельной прочностью. Наибольшее распространение получили сплавы Al-Cu, Al-Si, Al-Mg, Al-Cu-Mg, Al-Cu-Mg-Si, Al-Mg-Si, Al-Zn-Mg-Si. Наиболее известным представителем класса деформируемых сплавов является *дюралюминий* (Al-Cu-Mg), который получил распространение в авиационной технике и транспортном машиностроении (марки Д1, Д16). Марганец добавляется в состав сплава для повышения коррозионной стойкости.

Термообработка металлов — процесс тепловой обработки металлов и сплавов с целью изменения их структуры, а следовательно, и свойств, заключающихся в термической (совокупность операций нагрева, выдержки и охлаждения) или химико-термической обработке (процесс диффузии в поверхностный слой материала углерода, азота, кремния и другие элементов за счет воздействия среды на нагретую заготовку). Возможно также механическое упрочнение поверхностных слоев деталей. К основным видам термической обработки относятся: отжиг, нормализация, закалка, отпуск и улучшение. Данную обработку проводят для повышения механических свойств металлов (прочности, износостойкости, исправления структуры).

Отжиг — вид термообработки, устраняющий химическую и физическую неоднородности, полученные в результате предшествующей обработки. Отжиг бывает низкотемпературным и высокотемпературным. В первом случае температура нагрева не превышает температуру фазовых превращений, а во втором — выше этой температуры. Отжиг дает возможность уменьшить в заготовках остаточные внутренние напряжения (снятие остаточных напряжений в стальных деталях после литья, сварки, пластической деформации или механической обработки) и тем самым улучшить их структуру перед последующей механической обработкой.

Нормализация (отжиг нормализационный) отличается от отжига технологией охлаждения заготовок и обеспечивает несколько большую твердость и прочность материала. Нормализация достигается нагревом, выдержкой и последующим охлаждением на спокойном воздухе. Обеспечивает исправление структуры перегретой стали, снятие внутренних напряжений в деталях из конструкционных сталей и улучшение их обрабатываемости; увеличение глубины прокаливаемости инструментальных сталей перед закалкой.

Закалка представляет собой процесс нагрева стали до температуры выше температуры фазовых изменений, выдержке при этой температуре и последующего охлаждения с большой скоростью. При этом материал упрочняется, но остается хрупким. Закалка не является окончательной операцией термообработки. Чтобы уменьшить хрупкость, снять остаточные напряжения и получить требуемые механические свойства, закаленные детали подвергают *отпуску*.

Улучшение — термообработка, состоящая из закалки и высокотемпературного (нагрев до 500...670 °С) отпуска. Его используют для повышения прочности деталей машин при сохранении или повышении вязкости материала. Улучшение обеспечивает большую твердость стали, чем нормализация. Например, нормализованная сталь 45 имеет твердость 170...217 НВ, улучшенная — 269...302 НВ. Назначение: обеспечение сочетания высокой прочности и пластичности при окончательной термообработке деталей из конструкционных сталей, испытывающих в работе ударные и вибрационные нагрузки.

Термомеханическая обработка — нагрев, быстрое охлаждение до 400...500 °С. Многократное пластическое деформирование, закалка и отпуск. Назначение: обеспечение для проката и простых деталей, не подвергаемых сварке, повышенной прочности по сравнению с прочностью, получаемой при обычной термической обработке.

Старение — нагрев и длительная выдержка при повышенной температуре. Назначение: стабилизация размеров деталей и инструментов из различных сталей.

4.4. Основы стандартизации и взаимозаменяемости. Допуски и посадки.

Шероховатость поверхностей

Взаимозаменяемость — принцип конструирования и изготовления деталей, обеспечивающий возможность сборки и замены при ремонтах независимо изготовленных с заданной точностью деталей и сборочных единиц без дополнительной обработки и припасовки и с сохранением соответствия качеству.

Детали и сборочные единицы будут взаимозаменяемые только в случае, когда их размеры, форма и другие параметры находятся в определенных пределах. Параметры деталей оценивают количественно с помощью размеров.

Размер — это числовое значение линейной величины в выбранных единицах измерения:

номинальный — это размер, относительно которого определяются пределы, и который используется для отсчета отклонений (определяется во время конструирования на основе расчетов или по конструктивным соображениям и проставляется на чертежах деталей или соединений, после расчетов округляется до стандартного значения по ГОСТ 6636-69);

действительный — размер, установленный измерениями с допустимой погрешностью;

предельный — два допустимых размера, т. е. наибольший и наименьший, между которыми должен находиться действительный размер.

На чертежах проставляют номинальные размеры, а каждое из двух предельных определяют по отклонением от номинального.

Предельные отклонения — это отклонение от номинального размера, которые проставляются на чертеже.

Различают верхнее и нижнее отклонения:

D — номинальный размер отверстия d — номинальный размер вала

ES верхнее отклонение номинального размера отверстия D , EI нижнее отклонение номинального размера отверстия D ;

$$D_{EI}^{ES}$$

es верхнее отклонение номинального размера вала d ;

ei нижнее отклонение номинального размера вала d ;

$$d_{ei}^{es}.$$

Предельные отклонения определяются как алгебраическая разность между предельным и номинальными размерами:

$$ES = D_{\max} - D;$$

$$es = d_{\max} - d;$$

$$EI = D - D_{\min};$$

$$ei = d - d_{\min}.$$

Отверстие – охватываемый размер.

Вал – охватываемый размер.

Разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами или абсолютная величина алгебраической разности между верхним и нижним пределами называется **допуском размера T** :

Допуск отверстия

$$TD = D_{\max} - D_{\min} = ES - EI.$$

Допуск вала

$$Td = d_{\max} - d_{\min} = es - ei.$$

Поле допуска – поле, ограниченное верхним и нижним отклонениями, которое определяется величиной допуска и располагается относительно номинального размера – нулевой линии. Нулевая линия при графическом изображении полей допусков соответствует номинальному размеру (рис. 4.1).

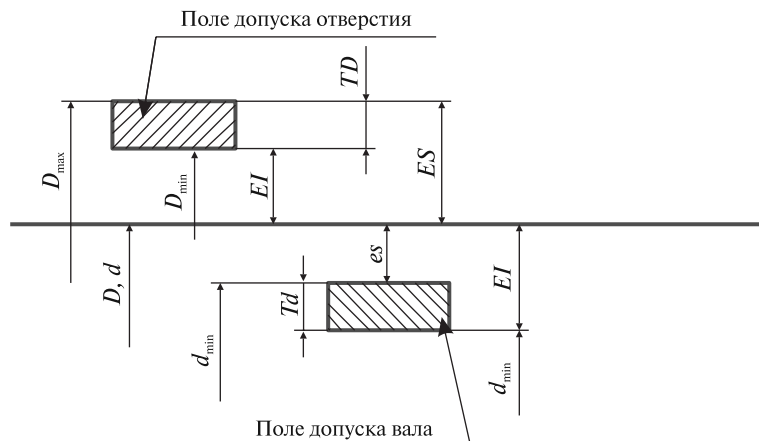


Рис. 4.1

Единая система допусков и посадок (ЕСДП)

ЕСДП — это совокупность закономерно построенных рядов допусков и посадок, оформленных в виде стандартов, предназначенная для выбора минимально необходимых, но достаточных для практики вариантов допусков и посадок.

ЕСДП охватывает размеры до 3150 мм.

Составной частью в ЕСДП входят стандарты:

ГОСТ 25346-82 «ЕСДП, общие положения...»;

ГОСТ 25347-82 «ЕСДП, поля допусков и рекомендуемые посадки» (СТ СЭВ 144-75).

Для нормирования различных уровней точности для размеров до 500 мм стандартом предусмотрены 19 квалитетов точности:

IT01, IT0, IT1, IT2 — для концевых мер;

IT2 ... IT5 — для калибров;

IT5 ... IT11 — для сопряженных размеров деталей машин;

IT12 ... IT19 — для свободных (несопряженных) размеров.

Допуск размера в ЕСДП образуется соединением основного отклонения и квалитета: и т.п. 8 F5, 750 f10.

Посадка — это характер соединения деталей, которая определяется величиной полученных в ней зазоров или натягов, и которая характеризует свободу перемещения соединенных деталей или сопротивление их взаимному перемещению.

Зазор — это разность между размерами отверстия и вала, если отверстие больше вала.

Натяг — это разность между размерами отверстия и вала, если вал больше отверстия.

Посадка с зазором — это посадка, в которой обеспечивается зазор в соединении.

Они предназначены для подвижных и неподвижных соединений. В подвижных соединениях зазор служит для обеспечения свободы движения, размещения слоя смазочного материала, компенсирования температурных деформаций, а также компенсирования отклонений формы и расположение поверхностей, погрешностей сборки и т. п. В неподвижных соединениях посадки с зазором применяются для обеспечения беспрепятственной сборки деталей.

Посадка с натягом — это посадка, при которой обеспечивается натяг соединения. Они используются для неподвижных неразъемных соединений (разъемных лишь в отдельных случаях при ремонте) без дополнительного крепления винтами, штифтами, шпонками и т. п.

Переходная посадка — это посадка, при которой можно получить как зазор, так и натяг. Они предназначены для неподвижных, но разъемных соединений и обеспечивают хорошее центрирование сопряженных деталей. Для них характерно получение как небольших зазоров, так и небольших натягов. Их применяют с дополнительным креплением шпонками, штифтами, винтами и т. п., применяют в относительно точных квалитетах (валы 4...7, отверстия 5...8).

В ЕСДП существует:

— система **отверстия** (рис. 4.2) — посадки, в которых зазоры и натяги получаются соединением разных валов с основным отверстием (**основное отверстие** — это отверстие, нижнее отклонение которого равняется 0);

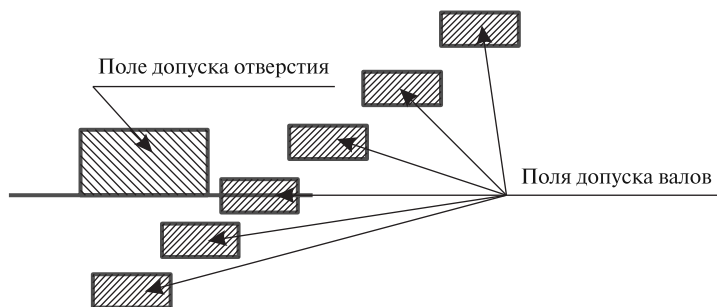


Рис. 4.2

— система **вала** (рис. 4.3) — посадки, в которых зазоры и натяги получаются соединением разных отверстий с основным валом (**основной вал** — это вал, верхнее отклонение которого равняется 0);

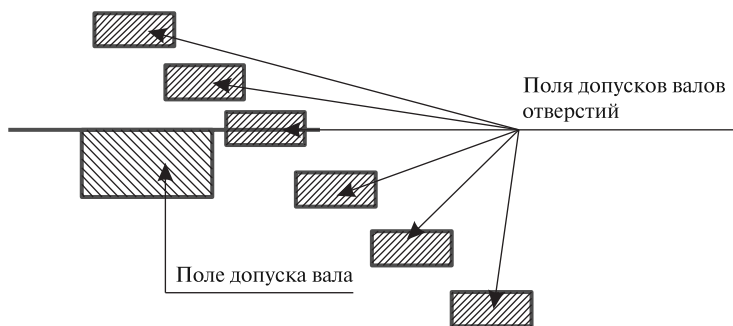


Рис. 4.3

Системе отверстия отдают предпочтение как более экономичной.
Например:

При расчетах посадок шпоночных соединений рассматривают две посадки:

- шпонка – вал;
- шпонка – ступица.

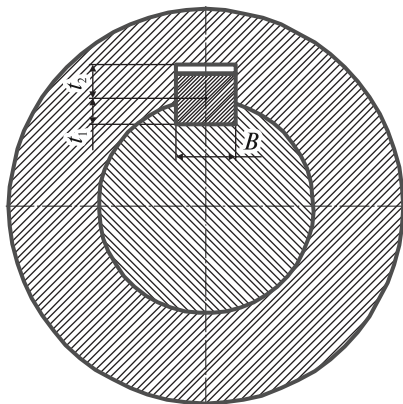


Рис. 4.4

Предельные отклонения для размера по ширине шпонки b (рис. 4.4) принимают по $h9$ (по ГОСТ 253447-82). Предельные отклонения размеров по ширине паза вала и втулки выбираются по ГОСТ 23360-78 в зависимости от типа соединения.

Таблица 4.2

Предельные отклонения размеров по ширине	на валу	во втулке
свободное (для направляющих шпонок)	$H9$	$D10$
нормальное (для крупносерийного и массового производства)	$N9$	$Js9$
плотное (для единичного и серийного производства)	$P9$	$P9$

Размеры шпонок:

- по высоте h выбирают по $h11$ (по ГОСТ 253447-82);
- по длине шпонки l по $h14$ (по ГОСТ 253447-82);
- по длине шпоночного паза $H15$ (по ГОСТ 253447-82).

Размер глубины паза в валу t_1 и во втулке t_2 , а также отклонения этих размеров определяются по ГОСТ 23360-78 и зависят от размеров сечения шпонки.

Шероховатость поверхности

Поверхности, полученные обработкой на металлорежущих станках или иным путем, имеют чередующиеся выступы и впадины разной высоты и формы и сравнительно малых размеров по высоте и шагу. Шероховатость поверхности в сочетании с другими характеристиками определяет состояние поверхности и является наряду с точностью формы одной из основных геометрических характеристик качества поверхности.

Шероховатость поверхности — это совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами в пределах базовой длины.

Шероховатость поверхности независимо от материала и способа изготовления можно оценить одним или несколькими параметрами:

Ra — среднее арифметическое отклонение;

Rz — высота неровностей профиля по 10 точкам (5 выступлений и 5 впадин);

$R_{\max}$ — наибольшая высота неровностей;

$S_{\min}$ — средний шаг неровностей;

S — средний шаг местных выступов;

t_p — относительная опорная длина профиля.

Наиболее полную информацию представляет параметр Ra , он является основным из высотных параметров шероховатости и его назначают на все сопряженные и чисто обработанные несопряженные поверхности деталей.

Чистовые поверхности с малой шероховатостью повышают прочность и коррозионную устойчивость деталей, уменьшают трение срабатывания в сопряженных подвижных деталях. Однако при этом возрастает стоимость обработки поверхностей. Поэтому выбор параметров шероховатости должен быть экономически обоснованным.

Непосредственной связи между качествами точности размеров и параметрами шероховатости не существует, но не допускается высокая точность со значительной шероховатостью поверхностей, поскольку высота неровностей должна быть соизмерима с допуском на размер. Поверхности деталей, которые предназначены для соединений по стандартным посадкам, должны иметь параметр шероховатости Ra 0,2...3,2 мкм.

Требования к шероховатости поверхности устанавливают путем указания параметра шероховатости (или нескольких параметров), его числового значения (наибольшего, наименьшего, номинального), а также при необходимости базовой длины и направления неровностей.

Согласно ГОСТ 2.309-73 (с изменением № 3 2002 г.) шероховатость поверхностей обозначают на чертеже для всех поверхностей детали, которые выполняются по данному чертежу (рис. 4.5).



Рис. 4.5

Например, $\sqrt{Ra\ 0,32}$; $\sqrt{Rz\ 40}$

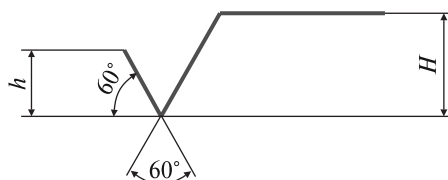


Рис. 4.6. Вид обработки не указан

Шероховатость поверхности определяется снятием слоя материала (шлифование, полирование и другое) (рис. 4.7)

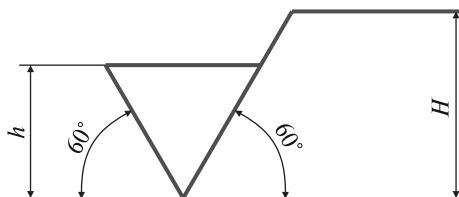


Рис. 4.7

Шероховатость поверхности образуется без снятия слоя материала (чеканка, накатывание роликами и др.) и необработанных поверхностей (рис. 4.8).

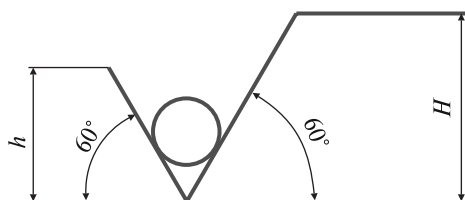


Рис. 4.8

Если преобладающее число поверхностей не обрабатывается, шероховатость показывают в правом верхнем углу $\sqrt{Ra6,3(\sqrt{})}$.

4.5. Валы и оси.

Назначение, конструкция и материалы осей и валов.

Критерии работоспособности и расчет валов и осей

Назначение, конструкция и материалы валов и осей

Валом называют деталь (как правило, гладкой или ступенчатой цилиндрической формы), предназначенную для поддержания установленных на ней шкивов, зубчатых колес, звездочек, катков и т. д., и для передачи вращающего момента.

При работе вал испытывает изгиб и кручение, а в отдельных случаях помимо изгиба и кручения валы могут испытывать деформацию растяжения (сжатия).

Некоторые валы не поддерживают вращающиеся детали и работают только на кручение.

Вал 1 (рис. 4.9) имеет опоры 2, называемые подшипниками. Часть вала, охватываемую опорой, называют цапфой. Концевые цапфы именуют шипами 3, а промежуточные — шейками 4.

Осью называют деталь, предназначенную только для поддержания установленных на ней деталей.

В отличие от вала ось не передает вращающего момента и работает только на изгиб. В машинах оси могут быть неподвижными или же могут вращаться вместе с сидящими на них деталями (подвижные оси).

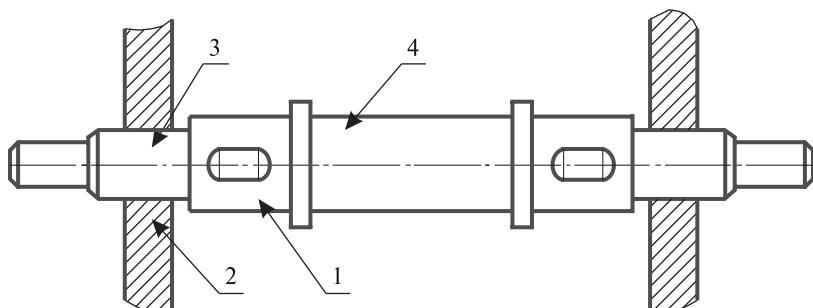


Рис. 4.9. Прямой вал: 1 – вал; 2 – опоры вала; 3 – цапфы; 4 – шейка

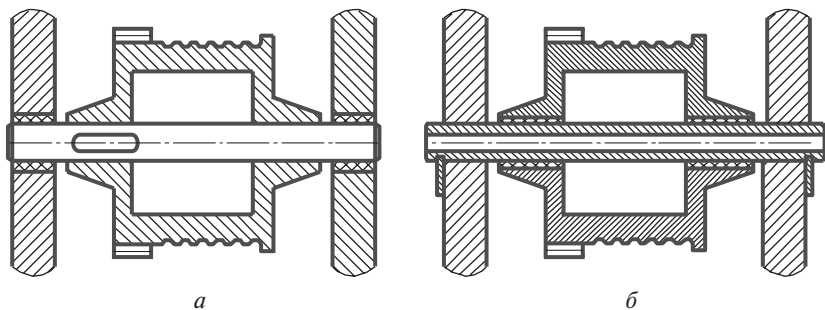


Рис. 4.10. Конструкции осей:
а – вращающаяся ось; б – неподвижная ось

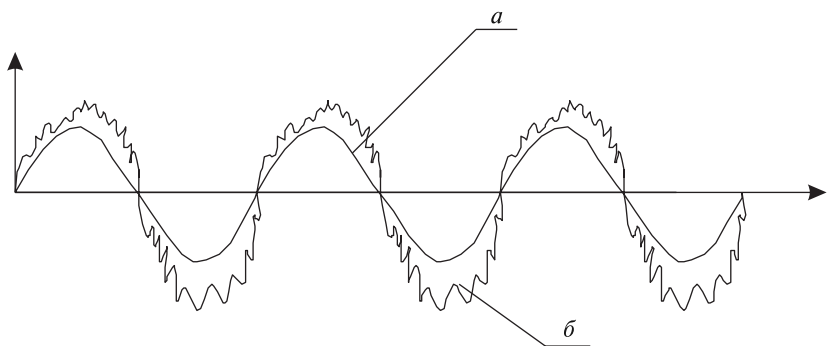


Рис. 4.11. Колебания изгибных напряжений оси колёсной пары в движении
а – на малой скорости; б – на эксплуатационной скорости

Формы валов и осей весьма многообразны — от простейших цилиндров до сложных коленчатых конструкций. Известны конструкции гибких валов, которые предложил шведский инженер Карл де Лаваль ещё в 1889 г.

Форма вала определяется распределением изгибающих и крутящих моментов по его длине. Правильно спроектированный вал представляет собой балку равного сопротивления. Валы и оси вращаются, а следовательно, испытывают знакопеременные нагрузки, напряжения и деформации (рис. 4.11). Поэтому поломки валов и осей имеют усталостный характер.

Классификация валов и осей

По назначению валы делят на валы передач (на них устанавливаются детали передач) и коренные валы (на них устанавливают дополнительно еще и рабочие органы машины). По конструктивным признакам: гладкие валы и оси (см. рис. 4.10); ступенчатые валы и оси (см. рис. 4.9); валы-шестерни; валы-червяки.

Для осевого фиксирования деталей на валу или оси используются уступы, буртики, конические участки, стопорные кольца, распорные втулки, которые могут монтироваться в одном комплекте с другими деталями.

Наиболее удобны для сборки узлов ступенчатые валы: уступы предохраняют детали от осевого смещения и фиксируют их положения при сборке, обеспечивают свободное продвижение детали по валу до места ее посадки. Желательно, чтобы высота уступов допускала разборку узла без вынимания шпонок из вала. Диаметры посадочных участков должны быть выполнены по ГОСТ 6636-69, поскольку на эти диаметры существуют калибры массового производства.

Для обеспечения необходимого вращения деталей вместе с осью или валом применяют шпонки, шлицы, штифты, профильные участки валов и посадки с натягом.

По типу сечения валы и оси бывают: сплошные (см. рис. 4.10, а); полые (см. рис. 4.10, б). Применение полых валов приводит к существенному снижению массы и повышению жесткости вала при той же прочности, но изготовление полых валов сложнее сплошных. Полыми валы изготавливают и в тех случаях, когда через вал пропускают другую деталь, подводят масло.

Участки *1* осей и валов (рис. 4.12), которыми они *опираются на подшипники* при восприятии осевых нагрузок, называют *пятями*.

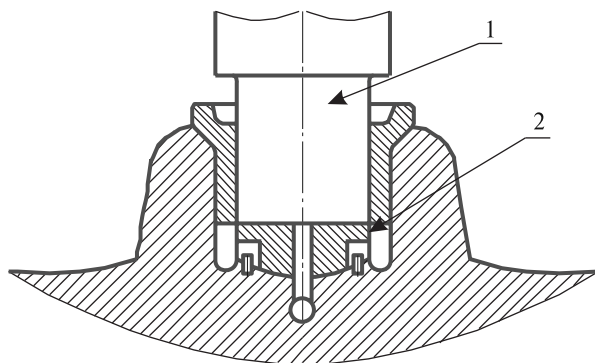


Рис. 4.12. Опора вертикального вала: 1 — пята; 2 — подпятник

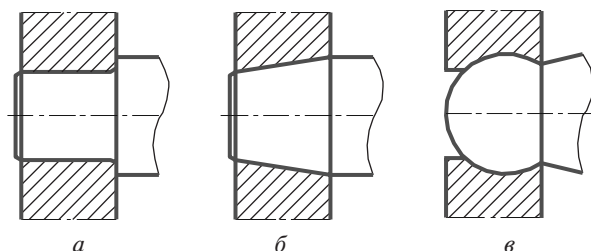


Рис. 4.13. Цапфы: цилиндрические — а; конические — б; шаровые — в

Опорами для пят служат подпятники 2. Посадочные поверхности валов и осей под ступицы насаживаемых деталей называют цапфами и выполняют цилиндрическими, коническими или шаровыми (рис. 4.13). При этом принято называть промежуточные цапфы шейками, концевые — шипами. Широкое распространение в машиностроении получили цилиндрические цапфы; конические и шаровые цапфы применяют редко.

Переходные участки между двумя диаметрами выполняют: 1) с галтелью постоянного радиуса; 2) с галтелью переменного радиуса. Такая галтель снижает концентрацию напряжений и увеличивает долговечность. Применяется она на сильно нагруженных участках валов и осей.

Конструктивные разновидности переходных участков между ступенями валов и осей: канавка со скруглением для выхода шлифовального круга (рис. 4.14, а); галтель постоянного радиуса (рис. 4.14, б); галтель переменного радиуса (рис. 4.14, в).

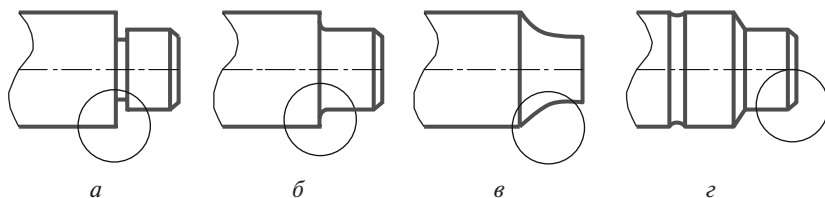


Рис. 4.14. Конструктивные разновидности переходных участков вала:
а – канавка; *б* – галтель; *в* – галтель переменного радиуса; *г* – фаска

Торцы валов и осей делают с *фасками*, т. е. слегка обтачивают их на конце (см. рис. 4.14, *а*, *г*). Посадочные поверхности валов и осей обрабатывают на токарных и шлифовальных станках.

Заплечики валов и осей препятствуют сдвигам лишь в одном направлении. В случае возможного осевого смещения в противоположную сторону для его исключения применяют гайки, штифты, стопорные винты и т. д. Концы валов для установки муфт, шкивов и других деталей, передающих вращающие моменты, выполняют цилиндрическими или коническими, а их размеры стандартизованы. Для установки шпонок вал снабжают пазом.

Материалы валов и осей

Основными критериями работоспособности валов и осей являются жесткость, объемная прочность и износостойкость при относительных микроперемещениях, которые вызывают коррозию.

В качестве материала для осей и валов чаще всего применяют углеродистые и легированные стали (прокат, поковка и реже стальные отливки), так как они обладают высокой прочностью, способностью к поверхностному и объемному упрочнению, легко получают прокаткой цилиндрические заготовки и хорошо обрабатываются на станках, а также высокопрочный модифицированный чугун и сплавы цветных металлов (в приборостроении). Для неответственных малонагруженных конструкций валов и осей применяют углеродистые стали без термической обработки. Ответственные тяжело нагруженные валы изготавливают из легированной стали 40ХНМА, 25ХГТ и др.

Шейки валов, работающие на трение в подшипниках скольжения, должны иметь более твердую поверхность ($HRC = 50-60$), что может быть достигнуто применением закалки ТВЧ или цементации и закалки.

При небольших диаметрах зубчатых колес вал и шестерню выполняют как одно целое. В этом случае материал для изготовления вала-шестерни выбирают в соответствии с требованиями, предъявляемыми к материалу шестерни.

Механическую обработку валов обычно производят в центрах, для чего заготовки валов снабжают центровыми отверстиями.

Критерии работоспособности и расчет валов и осей

В процессе работы валы и оси испытывают постоянные или переменные по величине и направлению нагрузки. Прочность валов и осей определяется величиной и характером напряжений, возникающих в них под действием нагрузок. Постоянные по величине и направлению нагрузки вызывают в неподвижных осях постоянные напряжения, а во вращающихся осях (и валах) — переменные.

Характерной особенностью валов является то, что они работают при циклическом изгибе наиболее опасного симметричного цикла, который возникает вследствие того, что вал, вращаясь, поворачивается к действующим изгибающим нагрузкам то одной, то другой стороной. При разработке конструкции вала должно быть обращено самое пристальное внимание на выбор правильной его формы, чтобы избежать концентрации напряжений в местах переходов, причиной которых могут быть усталостные разрушения. С этой целью следует избегать:

- а) резких переходов сечений;
- б) канавок и малых радиусов скруглений;
- в) некруглых отверстий;
- г) грубой обработки поверхности.

Для работоспособности вала или оси необходимо обеспечить:

- объемную прочность (способность сопротивляться $M_{\text{изг}}$ и $M_{\text{крут}}$);
- поверхностную прочность (особенно в местах соединения с другими деталями);
- жёсткость на изгиб;
- крутильную жёсткость (особенно для длинных валов).

Все валы в обязательном порядке рассчитывают на объёмную прочность.

Из изложенного выше следует, что в зависимости от характера напряжений, возникающих в валах и осях, возможны два случая расчета их на прочность: на статическую прочность и на усталостную прочность.

Валы и оси в основном испытывают *циклически меняющиеся напряжения*. Отсюда следует, что основным критерием работоспособности валов и осей является *усталостная прочность*. Усталостная прочность (выносливость) валов и осей оценивается *коэффициентом запаса прочности*.

Неподвижные оси при действии постоянных нагрузок рассчитывают только на *статическую прочность*.

Подвижные быстроходные оси и валы рассчитывают на *выносливость*.

Тихоходные валы и оси, нагруженные переменной нагрузкой, рассчитывают на *статическую прочность и выносливость*.

Основными расчетными силовыми факторами для осей и валов являются изгибающие M_n и крутящие M_k (только для валов) моменты.

Влияние растягивающих и сжимающих сил незначительно, поэтому, как правило, в расчетах не учитывается.

Методом оценки прочности осей и валов является сравнение расчетных напряжений с допускаемыми по следующим условиям прочности:

$$\sigma_n = [\sigma]_n; \tau_k = [\tau]_k, \quad (4.1)$$

где σ_n и τ_k — возникающие (расчетные) напряжения изгиба и кручения в опасном сечении вала, оси; $[\sigma]_n$ и $[\tau]_k$ — допускаемые напряжения на изгиб и на кручение.

Валы и оси дополнительно рассчитывают на *жесткость и колебания*.

Жесткость валов и осей оценивается величиной прогиба в местах установки деталей или углом закручивания сечений; колебания — критической угловой скоростью.

Для расчета валов и осей на прочность и жесткость составляют расчетную схему. При расчете на изгиб вращающиеся валы и оси рассматривают как балки на шарнирных опорах. На расчетных схемах силы и вращающие моменты условно принимают как сосредоточенные.

Расчет осей на статическую прочность

Как указывалось выше, оси не испытывают кручения, поэтому их рассчитывают только на изгиб.

Последовательность проектировочного расчета

По конструкции узла (рис. 4.15, а) составляют расчетную схему (рис. 4.15, б), определяют силы, действующие на ось, строят эпюры изгибающих моментов; диаметр оси определяют по формуле

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{и}}}{0,1[\sigma_{\text{и}}]}}, \quad (4.2)$$

где $M_{\text{и}}$ — максимальный изгибающий момент; $[\sigma_{\text{и}}]$ — допускаемое напряжение изгиба.

Выбор $[\sigma_{\text{и}}]$

Во вращающихся осях напряжение изгиба изменяется по симметричному циклу; для них принимают $[\sigma_{\text{и}}] = [\sigma_{-1}]_{\text{и}} = (0,5 \div 0,6)[\sigma_0]_{\text{и}}$, в неподвижных $[\sigma_{\text{и}}] = [\sigma_0]_{\text{и}}$. Для вращающихся осей из Ст5 $[\sigma_{\text{и}}] = 50 \div 80$ МПа, для невращающихся $[\sigma_{\text{и}}] = 100 \div 160$ МПа (меньшие значения рекомендуется принимать при наличии концентраторов напряжений).

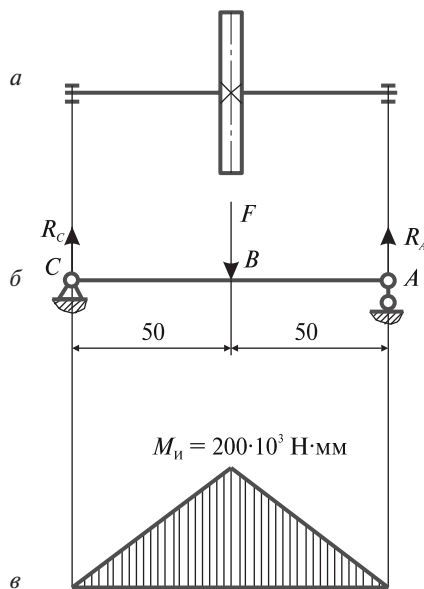


Рис. 4.15. Расчетная схема оси:

а — конструкция; б — расчетная схема; в — эпюра изгибающих моментов

Полученное значение диаметра оси d округляют до ближайшего большего стандартного размера:

16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24;
25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40;
42; 45; 48; 50; 52; 55; 60; 63; 65;
70; 75; 80; 85; 90; 95; 100.

Если ось в расчетном сечении имеет шпоночную канавку, то ее диаметр увеличивают на 10 %.

Проверочный расчет осей на статическую прочность

Этот расчет производят по формуле

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{M_{\text{н}}}{0,1d^3} \leq [\sigma]_{\text{н}}, \quad (4.3)$$

где $[\sigma]_{\text{н}}$ — расчетное напряжение изгиба в опасном сечении оси.

Расчет валов на кручение

При этом расчете обычно определяют диаметр выходного конца вала или диаметр вала под подшипником (под опорой), который испытывает только кручение.

Исходя из условия прочности (1), выполняют проектировочный расчет

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{к}}}{0,2[\tau]_{\text{н}}}} \quad (4.4)$$

и проверочный расчет

$$\tau_{\text{к}} = \frac{M_{\text{к}}}{0,2d^3} \leq [\tau]_{\text{к}}, \quad (4.5)$$

где d — расчетный диаметр вала; $M_{\text{к}}$ — крутящий момент в опасном сечении вала; $\tau_{\text{к}}$ и $[\tau]_{\text{к}}$ — расчетное и допускаемое напряжения кручения в опасном сечении вала (для сталей 45 и Ст5 $[\tau]_{\text{к}} = 25 \div 35$ МПа).

Расчет валов на совместное действие кручения и изгиба

Участок вала между опорами (под шестерней, колесом и т. п.) рассчитывают на совместное действие кручения и изгиба по эквивалентному моменту $M_{\text{экр}}$.

Эквивалентный момент вычисляют обычно по формуле (при расчете по теории максимальных касательных напряжений):

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + M_{\text{к}}^2}, \quad (4.6)$$

где $M_{\text{и}}$ и $M_{\text{к}}$ — изгибающий и крутящий моменты.

По аналогии с рассмотренными выше случаями расчета выполняют:

проектировочный расчет

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma_{\text{и}}]}} \quad (4.7)$$

и проверочный расчет

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{0,1d^3} \leq [\sigma]_{\text{и}}, \quad (4.8)$$

где $\sigma_{\text{экв}}$ — эквивалентное напряжение для расчетного сечения вала.

Получив расчетным путем размеры, с учетом технологии изготовления проектируют конструктивную форму вала.

Уточненный расчет валов (осей) на выносливость

После предварительных расчетов и конструктивного оформления валов (осей) фасонных конструкций, имеющих ряд ступеней, отверстий, канавок кольцевых и шпоночных и т. п., в ответственных случаях производят уточненный (проверочный) расчет валов (осей) на усталостную прочность (на выносливость).

Усталостная прочность вала (оси) обеспечена, если соблюдается условие

$$S = [S], \quad (4.9)$$

где s и $[s]$ — фактический (расчетный) и допускаемый коэффициенты запаса прочности для опасного сечения; (обычно $[s] = 1,5 \div 2,5$; для валов передач $[s] > 1,7 \div 3$).

При расчете на усталостную прочность необходимо установить характер *цикла* изменения напряжений.

Для опасных сечений определяют коэффициенты запаса сопротивления усталости и сравнивают их с допускаемыми. При одновременном действии напряжений изгиба и кручения коэффициент запаса сопротивления усталости определяют по формуле

$$S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} \geq [S] = 1,5 \dots 2,5, \quad (4.10)$$

где S_σ — коэффициент запаса сопротивления усталости по нормальным напряжениям при изгибе

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \frac{K_\sigma}{K_d K_F} + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (4.11)$$

S_τ — коэффициент запаса сопротивления усталости по касательным напряжениям при кручении

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \frac{K_\tau}{K_d K_F} + \psi_\tau \sigma_m}. \quad (4.12)$$

В этих формулах σ_{-1} и τ_{-1} — пределы выносливости соответственно при изгибе и при кручении при симметричном цикле изменения напряжений. Это характеристики материала, которые выбираются по справочникам или по приближенным формулам:

$$\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_B; \tau_{-1} = (0,2 \dots 0,3) \sigma_B;$$

σ_a и τ_a — амплитуды переменных составляющих циклов напряжений;

σ_m и τ_m — средние напряжения циклов соответственно при изгибе и кручении.

Согласно принятому условию, при расчете валов

$$\sigma_a = \frac{M}{0,1d^3}; \sigma_m = 0; \tau_a = \tau_m = \frac{T}{0,2d^3}, \quad (4.13)$$

ψ_σ и ψ_x — коэффициенты, учитывающие влияние асимметрии цикла напряжений на прочность вала соответственно при изгибе и при кручении. Эти значения зависят от механических характеристик материала.

Их принимают:

$$\psi_\sigma = 0,05; \psi_x = 0 \text{ — углеродистые мягкие стали;}$$

$$\psi_\sigma = 0,1; \psi_x = 0,05 \text{ — среднеуглеродистые стали;} \quad (4.14)$$

$$\psi_\sigma = 0,15; \psi_x = 0,1 \text{ — легированные стали.}$$

K_d — масштабный фактор, то есть коэффициент, учитывающий влияние размеров сечения вала на прочность (выбирают по справочникам в зависимости от диаметра и марки материала); K_F — фактор шероховатости поверхности (выбирают по справочникам в зависимости шероховатости поверхности и предела прочности σ_a стали);

K_σ и K_τ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении (выбирают по табл. 4.3 в зависимости от вида концентратора в расчетном сечении и σ_θ).

Сопротивление усталости можно значительно повысить, применив один из методов поверхностного упрочнения: азотирование, поверхностную закалку ТВЧ, дробеструйный наклеп, обкатку роликами и т. п. При этом можно получить увеличение предела выносливости до 50 % и более. Чувствительность деталей к поверхностному упрочнению уменьшается с увеличением ее размеров.

Проверочный расчет осей на усталостную прочность ведут аналогично расчету валов при $M_k = 0$.

Таблица 4.3

Значения коэффициентов K_σ и K_τ

Концентратор напряжения	K_a		K_τ	
	Для стали с σ_a , МПа			
	до 700	св. 1000	до 700	св. 1000
Галтель:				
$h/r = 1$ и $r/r_f = 0,02$	1,49	1,60	1,37	1,39
$r/r_f = 0,05$	1,69	1,83	1,46	1,51
$r/r_f = 0,10$	1,55	1,72	1,42	1,46
Шпоночная канавка, выполненная торцевой фрезой	1,89	2,26	1,71	2,22
Прессовая посадка при $p > 20$ МПа	2,4	3,6	1,8	2,5
Резьба	2,2	2,61	1,0	1,0

Таблица 4.4

Коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения

Напряженное состояние и материал	Диаметр вала d , мм				
	30	40	50	70	100
Изгиб для углеродистой стали	0,88	0,85	0,81	0,76	0,71
Изгиб для легированной стали	0,77	0,73	0,70	0,67	0,62
Кручение для всех сталей					

Последовательность расчета валов и осей на усталостную прочность (выносливость)

1. Составляют расчетную схему.
2. Определяют силы, действующие на вал.
3. Определяют опорные реакции и строят эпюры изгибающих моментов в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, после чего вычисляют суммарный изгибающий момент.
4. Определяют крутящие моменты и строят эпюру (для валов).
5. По формуле (4.8) определяют эквивалентный момент $M_{\text{экв}}$.
6. В соответствии с эпюрами моментов $M_{\text{п}}$, $M_{\text{к}}$ и $M_{\text{экв}}$ рассчитывают диаметры опасных сечений, подлежащих проверке на усталостную прочность.
7. Для каждого опасного сечения по формуле (4.13) определяют расчетные коэффициенты запаса прочности, а по формуле (4.14) оценивают выносливость.
8. При кратковременных перегрузках наиболее нагруженные сечения вала проверяют на статическую прочность (по теории энергии формоизменения):

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_{\text{н}}^2 + 3\tau_{\text{к}}^2} \leq [\sigma]_{\text{н}}. \quad (4.15)$$

Проверка статической прочности

Эту проверку выполняют с целью предупреждения пластических деформаций и разрушений при кратковременных перегрузках (например, пусковых и т. п.). При этом определяют эквивалентное напряжение по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_{\text{н}}^2 + 3\tau_{\text{к}}^2} \leq [\sigma]_{\text{н}}, \quad (4.16)$$

где

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{M}{0,1d^3}, \quad \tau = \frac{T}{0,2d^3}. \quad (4.17)$$

Здесь M и T — изгибающий и крутящий моменты в опасном сечении при перегрузке.

Предельное допускаемое напряжение $[\sigma]$ принимают близким к пределу текучести σ_{T} :

$$[\sigma] = 0,8 \sigma_{\text{T}} \quad (4.18)$$

Расчет осей и валов на жесткость

Валы и оси, рассчитанные на статическую или усталостную прочность, не всегда обеспечивают нормальную работу машин. Под действием нагрузок F валы и оси в процессе работы деформируются и получают линейные прогибы f и угловые θ перемещения, что, в свою очередь, ухудшает работоспособность отдельных узлов машин. Так, например, значительный прогиб f вала электродвигателя увеличивает зазор между ротором и статором, что отрицательно сказывается на его работе. Угловые перемещения θ вала или оси ухудшают работу подшипников, точность зацепления передач. От прогиба вала в зубчатом зацеплении возникает концентрация нагрузки по длине зуба. При больших углах поворота θ в подшипнике может произойти защемление вала. В металлорежущих станках перемещения валов (в особенности шпинделей) снижают точность обработки и качество поверхности деталей. В делительных и отсчетных механизмах упругие перемещения снижают точность измерений и т. д.

Расчет валов и осей на изгибную жесткость

Параметрами, характеризующими изгибную жесткость валов и осей, являются *прогиб* вала f и *угол наклона* θ , а также угол закручивания.

Условие для обеспечения в процессе эксплуатации требуемой жесткости на изгиб:

$$f \leq [f] \text{ и } \theta \leq [\theta], \quad (4.19)$$

где f – действительный прогиб вала (оси), определяемый по формуле $f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}$ (сначала определяется максимальный прогиб в плоскости (Y) – f_y , затем в плоскости (Z) – f_z , после чего эти прогибы векторно суммируются); $[f]$ – допускаемый прогиб (табл. 4.5); θ и $[\theta]$ – действительный и допускаемый углы наклона (табл. 4.5).

Расчет валов и осей на крутильную жесткость

Максимальный угол закручивания определяется также по формулам курса «Соппротивление материалов»:

$$\varphi = \frac{Ml}{GJ_p} \leq [\varphi].$$

Перемещения при изгибе целесообразно определять, используя интеграл Мора или способ Верещагина (см. курс «Соппротивление материалов»).

Таблица 4.5

Допускаемые прогибы вала $[f]$ и углы наклона $[\theta]$

Конструкция	Параметр
Максимальный прогиб, мм:	
Валов общего назначения при длине вала l	$[f] = (0,0002 - 0,003) l$
В месте установки зубчатых колес	$[f] = (0,01 + 0,03)/m^*$
Валов червяков	$[f] = (0,005 + 0,01)m$
Угол наклона θ , рад:	
радиальный шарикоподшипник	$\theta = 0,01$
подшипник скольжения	$\theta = 0,001$
сферический шарикоподшипник	$\theta = 0,05$

Примечание: m — модуль.

4.6. Подшипники

Валы и оси поддерживаются специальными деталями, которые являются опорами. Название «подшипник» происходит от слова «шип» (англ. *shaft*, нем. *zapfen*, голл. *shiffen* — вал). Так раньше называли хвостовики и шейки вала, где, собственно говоря, подшипники и устанавливаются.

Подшипники служат опорами для валов и вращающихся осей, воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу, и передают их на корпус машины. При этом вал должен фиксироваться в определенном положении и легко вращаться вокруг заданной оси. Во избежание снижения КПД машины потери в подшипниках должны быть минимальными.

По характеру трения подшипники разделяют на две большие группы:

- подшипники скольжения (трение скольжения);
- подшипники качения (трение качения).

Подшипники качения. Общие сведения

Подшипники качения, как и подшипники скольжения, предназначены для поддержания вращающихся осей и валов.

Электродвигатели, подъемно-транспортные и сельскохозяйственные машины, летательные аппараты, локомотивы, вагоны, металлорежущие станки, зубчатые редукторы и многие другие механизмы и машины в настоящее время немыслимы без подшипников качения.

Подшипники качения состоят из двух колец — внутреннего 1 и наружного 3, тел качения 2 (шариков или роликов) и сепаратора 4 (рис. 4.16, а). В зависимости от формы тел качения различают подшипники шариковые (рис. 4.16, а, б, е) и роликовые (рис. 4.16, в, г, д). Разновидностью роликовых подшипников являются игольчатые подшипники (рис. 4.16, з).

Основными элементами подшипников качения являются тела качения — шарики или ролики, установленные между кольцами и удерживаемые сепаратором на определенном расстоянии друг от друга.

Материалы. Материалы подшипников качения назначаются с учетом высоких требований к твердости и износостойкости колец и тел качения. Здесь используются шарикоподшипниковые высокоуглеродистые хромистые стали ШХ15 и ШХ15СГ, а также цементируемые легированные стали 18ХГТ и 20Х2Н4А. Твердость колец и роликов обычно *HRC* 60...65, а у шариков немного больше — *HRC* 62...66, поскольку площадка контактного давления у шарика меньше. Сепараторы изготавливают из мягких углеродистых сталей либо из антифрикционных бронз для высокоскоростных подшипников. Широко внедряются сепараторы из дюралюминия, металлокерамики, текстолита, пластмасс.

Для обеспечения нормальной и долговечной работы подшипников качения к качеству их изготовления и термической обработке тел качения и колец предъявляют высокие требования.

Подшипники качения — это опоры вращающихся или качающихся деталей. Подшипники качения в отличие от подшипников скольжения стандартизованы. Подшипники качения различных конструкций (диапазон наружных диаметров 1,0—2600 мм, масса 0,5—3,5 т, например, микроподшипники с шариками диаметром 0,35 мм и подшипники с шариками диаметром 203 мм) изготавливают на специализированных подшипниковых заводах.

Подшипники качения классифицируют *по способности воспринимать нагрузку — радиальные, радиально-упорные, упорно-радиальные и упорные.*

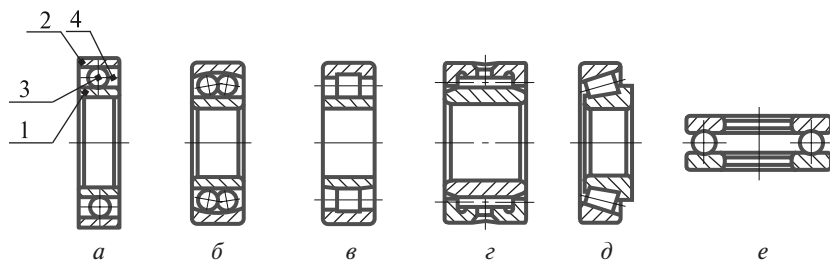


Рис. 4.16. Подшипники качения:

а, б, в, г – радиальные подшипники; *д* – радиально-упорный подшипник;
е – упорные подшипники

Радиальные подшипники (см. рис. 4.16, *а–г*) воспринимают (в основном) радиальную нагрузку, т. е. нагрузку, направленную перпендикулярно к геометрической оси вала.

Упорные подшипники (см. рис. 4.16, *е*) воспринимают только осевую нагрузку.

Радиально-упорные (см. рис. 4.16, *д*) и упорно-радиальные подшипники могут одновременно воспринимать как радиальную, так и осевую нагрузку. При этом упорно-радиальные подшипники предназначены для преобладающей осевой нагрузки.

В зависимости от соотношения размеров наружного и внутреннего диаметров, а также ширины подшипники делят на серии: сверхлегкую, особо легкую, легкую, среднюю, тяжелую, легкую широкую, среднюю широкую.

В зависимости от серии при одном и том же внутреннем диаметре кольца подшипника наружный диаметр кольца и его ширина изменяются.

По форме тел качения подшипники делят на шариковые (см. рис. 4.16, *а, б, е*), с цилиндрическими роликами (см. рис. 4.16, *в*), с коническими роликами (см. рис. 4.16, *д*), игольчатые (см. рис. 4.16, *г*). Тела качения игольчатых подшипников тонкие ролики – иглы диаметром 1,6–5 мм. Длина игл в 5–10 раз больше их диаметра.

По числу рядов тел качения различают однорядные (см. рис. 4.16, *а, в, д, е*) и двухрядные (см. рис. 4.16, *б*) подшипники качения.

По конструктивным и эксплуатационным признакам подшипники делят на самоустанавливающиеся (см. рис. 4.16, *б*) и несамоустанавливающиеся (см. рис. 4.16, *а, в, г, д, е*).

Под типом подшипника понимают его конструктивную разновидность, определяемую по признакам классификации.

Каждый подшипник качения имеет условное клеймо, обозначающее тип, размер, класс точности, завод-изготовитель.

На один и тот же диаметр шейки вала предусматривается несколько серий подшипников, которые отличаются размерами колец и тел качения и соответственно величиной воспринимаемых нагрузок.

В пределах каждой серии подшипники равных типов взаимозаменяемы в мировом масштабе. В стандартах указываются: номер подшипника, размеры, вес, предельное число оборотов, статическая нагрузка и коэффициент работоспособности.

Первая и вторая цифры справа условно обозначают его *номинальный внутренний диаметр d* (диаметр вала). Для определения истинного размера d (в миллиметрах) необходимо указанные две цифры умножить на пять. Например, подшипник ...04 имеет внутренний диаметр $04 \cdot 5 = 20$ мм. Это правило распространяется на подшипники с цифрами ...04 и выше, до ...99, т. е. для подшипника 320 $d = 20 \cdot 5 = 100$ мм. Подшипники с цифрами... 00 имеют $d = 10$ мм; ...01 $d = 12$ мм; ...02 $d = 15$ мм; ...03 $d = 17$ мм.

Третья цифра справа обозначает *серию подшипника*, определяя его наружный диаметр: 1 — особо легкая, 2 — легкая; 3 — средняя, 4 — тяжелая; 5 — легкая широкая, 6 — средняя широкая.

Четвертая цифра справа обозначает *тип подшипника*. Если эта цифра 0, то это означает, что подшипник радиальный шариковый однорядный; шариковый однорядный (если левее 0 нет цифр, то 0 не указывают); 1 — радиальный шариковый двухрядный сферический; 2 — радиальный с короткими цилиндрическими роликами; 3 — радиальный роликовый двухрядный сферический; 4 — игольчатый или роликовый с длинными цилиндрическими роликами; 5 — роликовый с витыми роликами; 6 — радиально-упорный шариковый; 7 — роликовый конический (радиально-упорный); 8 — упорный шариковый; 9 — упорный роликовый.

Так, например, подшипник 7208 является роликовым коническим.

Пятая и шестая цифры справа характеризуют *конструктивные особенности подшипника* (неразборный, с защитной шайбой, с закрепительной втулкой и т. п.). Например:

50312 — радиальный однорядный шарикоподшипник средней серии со стопорной канавкой на наружном кольце;

150312 — тот же подшипник с защитной шайбой;

36312 — радиально-упорный шариковый однорядный подшипник средней серии, неразборный.

Седьмая цифра справа характеризует серию подшипника по ширине.

ГОСТом установлены следующие классы точности подшипников качения: 0 — нормальный класс (как правило, 0 в обозначении не указывают); 6 — повышенный; 5 — высокий, 4 — особо высокий, 2 — сверхвысокий. Цифру, обозначающую класс точности, ставят слева от условного обозначения подшипника и отделяют от него знаком тире: например, 206 означает шариковый радиальный подшипник легкой серии с номинальным диаметром 30 мм, класса точности 0.

Характеристики подшипников качения

Наибольшее распространение получили *шариковые радиальные однорядные подшипники* (см. рис. 4.16, а). Эти подшипники допускают сравнительно большую угловую скорость, особенно с сепараторами из цветных металлов или из пластмасс, допускают небольшие перекосы вала (от 15' до 30') и могут воспринимать незначительные осевые нагрузки. Допустимая осевая нагрузка для радиальных несамостоятельных подшипников не должна превышать 70 % от неиспользованной радиальной грузоподъемности подшипника.

Роликовые радиальные подшипники с короткими роликами (см. рис. 4.16, в) по сравнению с аналогичными по габаритным размерам шарикоподшипниками обладают увеличенной грузоподъемностью, хорошо выдерживают ударные нагрузки. Однако они совершенно не воспринимают осевых нагрузок и не допускают перекоса вала (ролики начинают работать кромками, и подшипники быстро выходят из строя).

Игольчатые подшипники (см. рис. 4.16, г) отличаются малыми радиальными габаритными размерами, находят применение в тихоходных (до 5 м/с) и тяжелонагруженных узлах, так как выдерживают большие радиальные нагрузки. В настоящее время их широко используют для замены подшипников скольжения. Эти подшипники воспринимают только радиальные нагрузки и не допускают перекоса валов. Для максимального уменьшения размеров применяют подшипники в виде комплекта игл, непосредственно опирающихся на вал, с одним наружным кольцом.

Самостоятельные радиальные двухрядные сферические шариковые (рис. 4.16, б) подшипники применяют в тех случаях, когда перекося колец подшипников может составлять до 2—3°. Эти подшипники допускают незначительную осевую нагрузку (порядка 20 % от

неиспользованной радиальной) и осевую фиксацию вала. Подшипники имеют высокие эксплуатационные показатели, но они дороже, чем однорядные.

Конические роликоподшипники (см. рис. 4.16, д) находят применение в узлах, где действуют одновременно радиальные и односторонние осевые нагрузки. Эти подшипники могут воспринимать также и ударные нагрузки. Радиальная грузоподъемность их в среднем почти в 2 раза выше, чем у радиальных однорядных шарикоподшипников. Их рекомендуется устанавливать при средних и низких угловых скоростях вала (до 15 м/с).

Шариковые упорные подшипники (см. рис. 4.16, е) предназначены для восприятия односторонних осевых нагрузок. Применяются при сравнительно невысоких угловых скоростях, главным образом на вертикальных валах. Упорные подшипники радиальную нагрузку не воспринимают. При необходимости установки упорных подшипников в узлах, где действуют не только осевые, но и радиальные нагрузки, следует дополнительно устанавливать радиальные подшипники.

В некоторых конструкциях, где приходится бороться за уменьшение радиальных габаритов, применяются так называемые «бескольцевые» подшипники, когда тела качения установлены непосредственно между валом и корпусом. Однако нетрудно догадаться, что такие конструкции требуют сложной, индивидуальной, а следовательно, и дорогой сборки-разборки.

Достоинства подшипников качения:

- низкое трение, низкий нагрев;
- экономия смазки;
- высокий уровень стандартизации;
- экономия дорогих антифрикционных материалов.

Недостатки подшипников качения:

- высокие контактные напряжения и поэтому ограниченный срок службы;
- высокие габариты (особенно радиальные) и вес;
- высокие требования к оптимизации выбора типоразмера;
- большая чувствительность к ударным нагрузкам вследствие большой жесткости конструкции;
- повышенный шум;
- слабая виброзащита, более того, подшипники сами являются генераторами вибрации за счёт даже очень малой неизбежной разноразмерности тел качения.

Методика подбора подшипников качения

При проектировании подшипники качения подбирают по каталогу в зависимости от: диаметра d цапфы вала; величины, направления и характера нагрузки (спокойная, ударная, переменная); назначения узла; угловой скорости вращающегося кольца (с учетом того, какое из колец вращается); требуемой долговечности подшипника (числа часов работы).

Подбор подшипников практически сводится к следующей схеме:

1. По назначению узла выбирают тип подшипника. Так, например, если на подшипник действует только радиальная нагрузка, то можно выбирать любой радиальный подшипник.

2. Если подшипник находится под действием комбинированной нагрузки (значительной осевой и радиальной), то применяют радиально-упорные подшипники типов 6 и 7. Если же осевая нагрузка больше радиальной, то устанавливают упорный подшипник в комбинации с радиальным или упорно-радиальный подшипник. При действии одной осевой нагрузки устанавливают упорные подшипники типов 8 и 9.

3. Основным критерием для выбора подшипника служит его динамическая грузоподъемность. Если подшипник воспринимает нагрузку в неподвижном состоянии или его вращающееся кольцо имеет частоту вращения не более 1 об/мин, то подшипник выбирают по статической грузоподъемности без проверки его долговечности.

Грузоподъемность — это постоянная нагрузка, которую группа идентичных подшипников выдержит в течение одного миллиона оборотов. Здесь для радиальных и радиально-упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных — центральная осевая нагрузка. Если вал вращается медленнее одного оборота в минуту, то речь идёт о статической грузоподъемности C_0 , а если вращение быстрее одного оборота в минуту, то говорят о динамической грузоподъемности C . Величина грузоподъемности рассчитывается при проектировании подшипника, определяется на экспериментальной партии подшипников и заносится в каталог.

4.7. Основные виды соединений: резьбовые, заклепочные, сварные и клеевые

Соединения делят на **неразъемные** и **разъемные**.

Неразъемные соединения не допускают разборку собранных деталей и применяются для упрощения технологии изготовления деталей

или для сокращения расхода дефицитных материалов. К неразъемным соединениям относятся соединения сваркой, пайкой, склеиванием, замазкой, заклепками, прессовые, развальцовкой, гибкой, заформовкой.

Разъемные соединения допускают разборку соединенных деталей без разрушения деталей и скрепляющих элементов. Эти соединения применяют по технологическим, конструктивным и эксплуатационным соображениям. Например, для транспортабельности крупногабаритные изделия лучше расчленять на отдельные механизмы. К разъемным соединениям относятся резьбовые, шпоночные, шлицевые, штифтовые, профильные, штыковые.

К соединениям предъявляются основные требования: статическая и усталостная прочность; равнопрочность самого соединения с материалом соединяемых деталей; жесткость; плотность; сохранение физических и химических свойств материала в местах соединения (например, при сварке металл получает вблизи сварного шва литую структуру, что приводит к ухудшению механических свойств материала); универсальность способа, т. е. применимость способа для соединения деталей различной формы и размеров, изготовленных из разнообразных материалов. Разъемные соединения должны допускать многократные сборки и разборки без дополнительных технологических операций.

4.7.1. Резьбовые соединения

Резьбовые соединения — разъемные, собираемые с помощью резьбовых крепежных деталей. Основные термины и определения резьб и резьбовых соединений стандартизованы.

Резьба — поверхность, образованная при винтовом движении плоского контура по цилиндрической или конической поверхности.

Применяется для:

- устранения возможности перемещения соединяемых деталей;
- удержания деталей на определенном расстоянии друг от друга;
- обеспечения плотности стыка соединяемых деталей;
- осуществления поступательного движения (пресса, домкраты, ходовые винты);
- получения точных относительных перемещений (регулируемые винты).

Основы образования резьбы

В основе образования резьбы лежит принцип получения винтовой линии. Винтовая линия — это пространственная кривая, которая может быть образована точкой, совершающей движение по образующей какой-либо поверхности вращения, при этом сама образующая совершает вращательное движение вокруг оси.

Если в качестве поверхности принять цилиндр, то полученная на его поверхности траектория движения точки называется цилиндрической винтовой линией.

Если на поверхности цилиндра или конуса прорезать канавку по винтовой линии, то режущая кромка резца образует винтовую поверхность, характер которой зависит от формы режущей кромки. Образование винтового выступа можно представить как движение треугольника, трапеции, квадрата по поверхности цилиндра или конуса так, чтобы все точки фигуры перемещались по винтовой линии (рис. 4.17). В случае если подъем винтового выступа на видимой (передней) стороне идет слева направо, резьба называется правой, если подъем винтового выступа идет справа налево — левой. Чаще всего используют правую резьбу. Если по поверхности перемещаются одновременно два, три и более плоских профиля, равномерно расположенные по окружности относительно друг друга, то образуются двух- и трехзаходные винты.

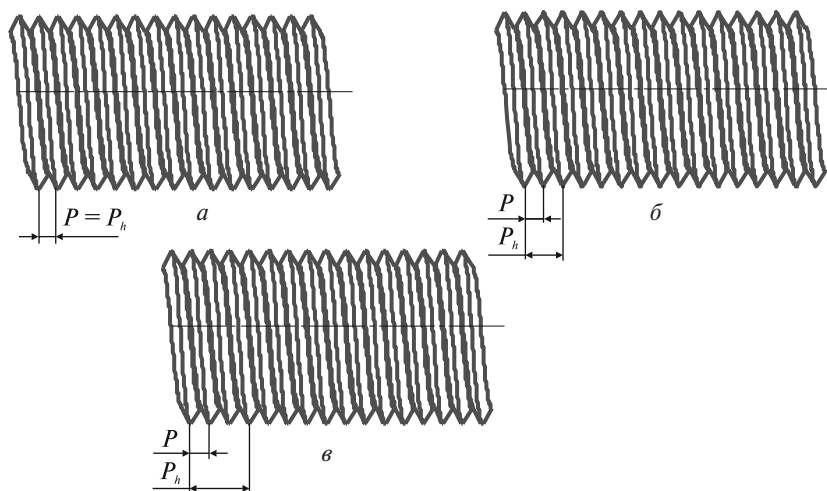


Рис. 4.17

В качестве примера образования одно-, двух- и трехзаходной резьбы можно рассмотреть процесс наививки на цилиндрическую поверхность проволоки треугольного сечения (витки плотно прилегают друг к другу). Для однозаходной резьбы (рис. 4.17, *а*) величина хода винта P_h равна шагу P . Для двух- (рис. 4.17, *б*) и трехзаходных (рис. 4.17, *в*) винтов, когда осуществляется одновременная навивка соответственно двух и трех проволок указанного сечения, величина хода соответственно равняется $2P$ — для двухзаходного винта и $3P$ — для трехзаходного.

Классификация резьбовых соединений

Основные типы резьб, их сравнительная характеристика и область применения

Резьбовые (разъемные) соединения выполняют с помощью резьбовых крепежных.

На рис. 4.18 деталь 1 — резьба цилиндрическая, наружная; деталь 2 — резьба цилиндрическая внутренняя.

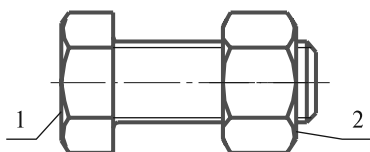


Рис. 4.18. Болт и гайка

Профиль резьбы — это контур сечения витка резьбы в плоскости, проходящей через ось основной поверхности. По форме профиля резьбы бывают: треугольные — метрические; трубные; дюймовые; трапецеидальные; круглые; прямоугольные.

Геометрические параметры резьбы

Основными параметрами резьбы являются (рис. 4.19): форма и размер профиля; d — наружный диаметр; d_1 — внутренний диаметр (номинальные значения d и d_1 одинаковы для винта и гайки, зазоры во впадинах образуются за счет предельных отклонений размеров диаметров); d_2 — средний диаметр (диаметр воображаемого цилиндра, образующая которого пересекает резьбу в таком месте, где ширина выступа равна ширине канавки); h — рабочая высота профиля, по которой соприкасаются боковые стороны резьб винта и гайки; p — шаг резьбы (расстояние между одноименными сторонами соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы); p_h — ход

винта для многозаходных резьб, равный произведению шага на число заходов; α — угол профиля (угол между ее смежными боковыми сторонами в плоскости осевого сечения); ψ — угол подъема (угол подъема развертки винтовой линии по среднему диаметру), который определяется как

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{p_1}{\pi d_2}.$$

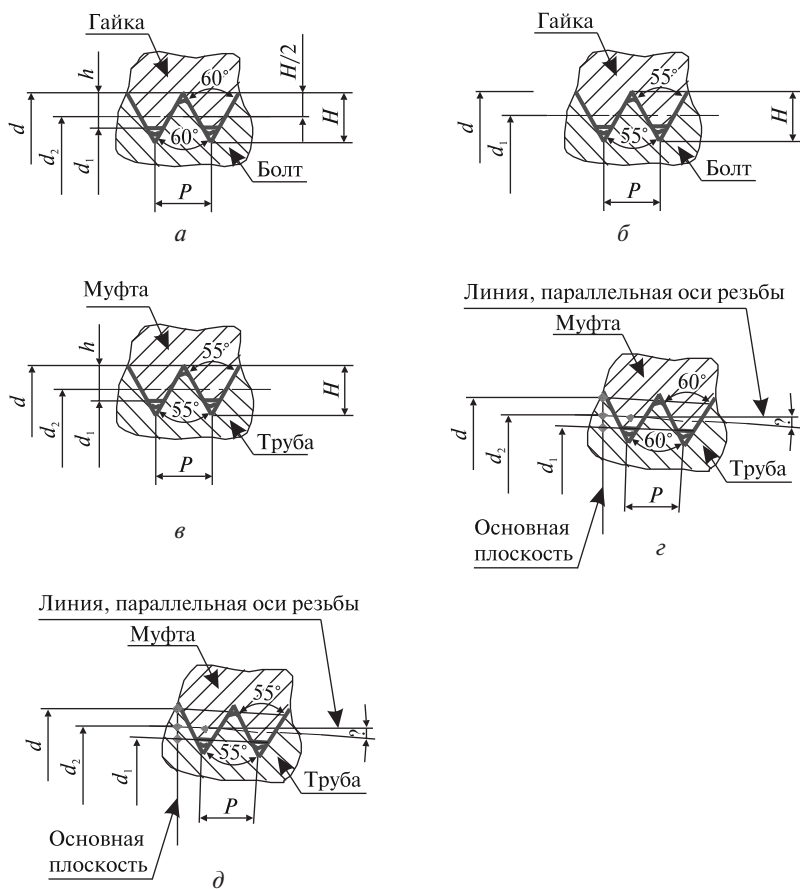


Рис. 4.19. Профили резьб: а — метрическая; б — дюймовая; в — трубная цилиндрическая; г — метрическая коническая; д — трубная коническая

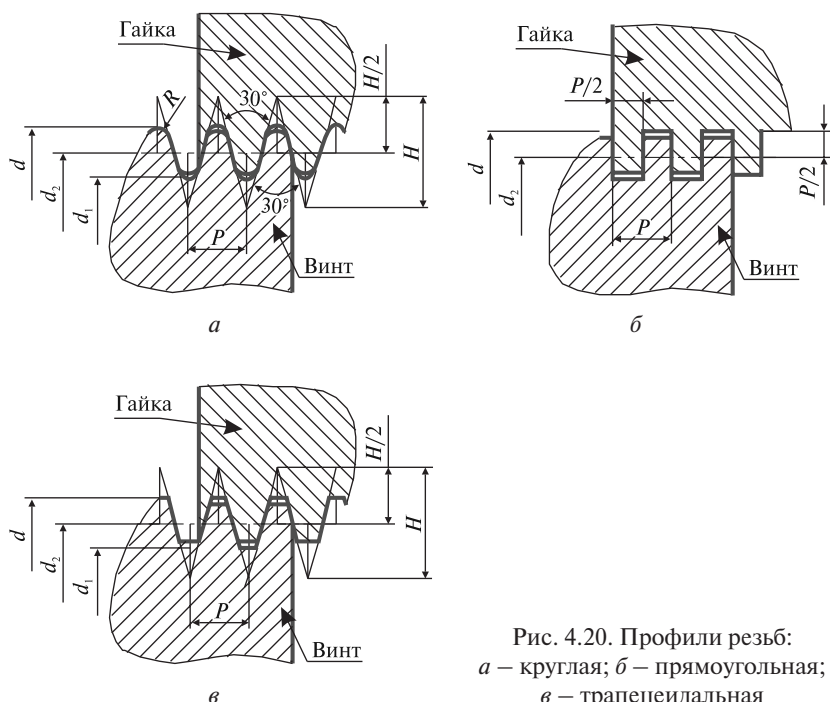


Рис. 4.20. Профили резьб:
 а — круглая; б — прямоугольная;
 в — трапецидальная

По шагу резьбы разделяются на основные и мелкие. Мелкие резьбы для тех же диаметров имеют меньший шаг того же профиля, что и в основной резьбе. Применение мелких резьб меньше ослабляет сечение деталей и благодаря меньшему углу спирали нарезки лучше предохраняет соединение против самоотвинчивания.

Для диаметров свыше 20 мм уже обычно применяются мелкие резьбы.

Пример обозначения резьбы:

M16 — основная; M16x1,5 — мелкая.

Здесь: М — метрическая; 16 — номинальный (наружный) диаметр резьбы в мм; 2 и 1,5 — шаг резьбы в мм.

По назначению резьбы делятся на крепежные, крепежно-уплотняющие и резьбы для передачи движения.

К крепежным резьбам относят метрическую (рис. 4.19, а), дюймовую (рис. 4.19, б) и специальную (часовую).

Крепежно-уплотняющие резьбы используют в резьбовых изделиях, предназначенных как для скрепления деталей, так и для создания

герметичности. К ним относятся резьбы: трубная цилиндрическая (см. рис. 4.19, *в*), трубная коническая (см. рис. 4.19, *д*), коническая дюймовая, круглая (см. рис. 4.20, *е*).

Резьбы для передачи движения, применяемые в передачах винт-гайка: прямоугольная, трапецеидальная (см. рис. 4.20, *б*, *в*).

Основные типы профилей резьбы, показанных на рис. 4.19, *а* – треугольный; и 4.20, *в* – трапецеидальный; *а* – круглый; *б* – прямоугольный.

Резьбовые соединения имеют ряд существенных достоинств:

- высокая надёжность;
- удобство сборки-разборки;
- простота конструкции;
- дешевизна (вследствие стандартизации);
- технологичность;
- возможность регулировки силы сжатия.

Недостатки резьбовых соединений:

- концентрация напряжений во впадинах резьбы;
- низкая вибрационная стойкость (самоотвинчивание при вибрации).

Резьбы могут быть изготовлены:

- нарезанием слесарным инструментом – метчиками, плашками (как вручную, так и на станках). Для нарезания наружной резьбы используют различные резцы, плашки, резьбовые гребенки и фрезы, а для внутренней резьбы – метчики. Этот метод применяют в индивидуальном производстве и при ремонтных работах;

- нарезанием резцом на токарно-винторезном станке или на специальных болтонарезных станках;

- фрезерованием на специальных резьбофрезерных станках. Применяют для нарезки винтов больших диаметров с повышенными требованиями к точности резьбы (ходовые и грузовые винты, резьбы на валах и т. д.);

- накаткой на специальных резьбонакатных станках. Этим высокопроизводительным и дешевым способом изготавливают большинство резьб стандартных крепежных деталей (болты, винты и т. д.). Накатка существенно упрочняет резьбовые детали;

- отливкой чугунных, пластмассовых, стеклянных деталей и деталей из цветных сплавов;

- выдавливанием для тонкостенных деталей (например, из латуни).

4.7.2. Сварные соединения

Сварные соединения формируются за счет межатомных связей между сварными деталями (частями детали), образующихся: при их местном или общем нагреве до расплавления и последующем остывании — сварка плавлением, при совместном пластическом деформировании нагретых или холодных стыков деталей — сварка давлением.

Сварные соединения являются наиболее прочными среди неразъемных соединений.

По конструкции узлов сварные соединения делят на следующие виды: встык — стыковыми швами, нахлестку — угловыми швами, втавр — стыковыми или угловыми швами, угловые — угловыми швами, пробочные и прорезные.

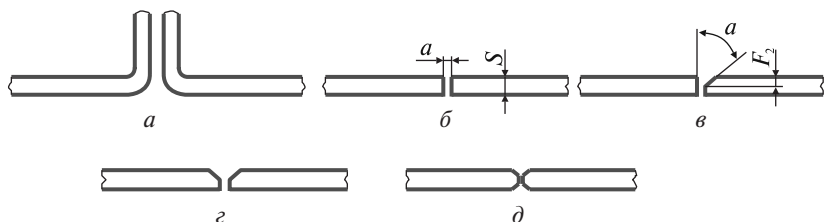


Рис. 4.21

Стыковые швы (рис. 4.21) обеспечивают хорошую проварку кромок детали и поэтому лучше угловых работают при переменных нагрузках. Прочность стыковых соединений близка к прочности основного металла. В зависимости от толщины деталей сварку выполняют односторонним или двухсторонним швом, а также производят обработку кромок механической обработкой. Швы нахлесточных, тавровых и угловых соединений называют угловыми (рис. 4.22).

Угловые швы (см. рис. 4.22) в поперечном сечении имеют обычно форму прямоугольного треугольника. Выполняются швы нормальными (рис. 4.22, а), вогнутыми (рис. 4.22, б) и специальными (рис. 4.22, в). Специальные швы, имеющие в сечении форму неравностороннего прямоугольного треугольника, создают плавные переходы между деталями узлов и снижают концентрацию напряжений.

Эти швы применяют при действии переменных нагрузок. Значительное снижение концентрации напряжений обеспечивают специальные угловые швы, имеющие в сечении форму неравностороннего

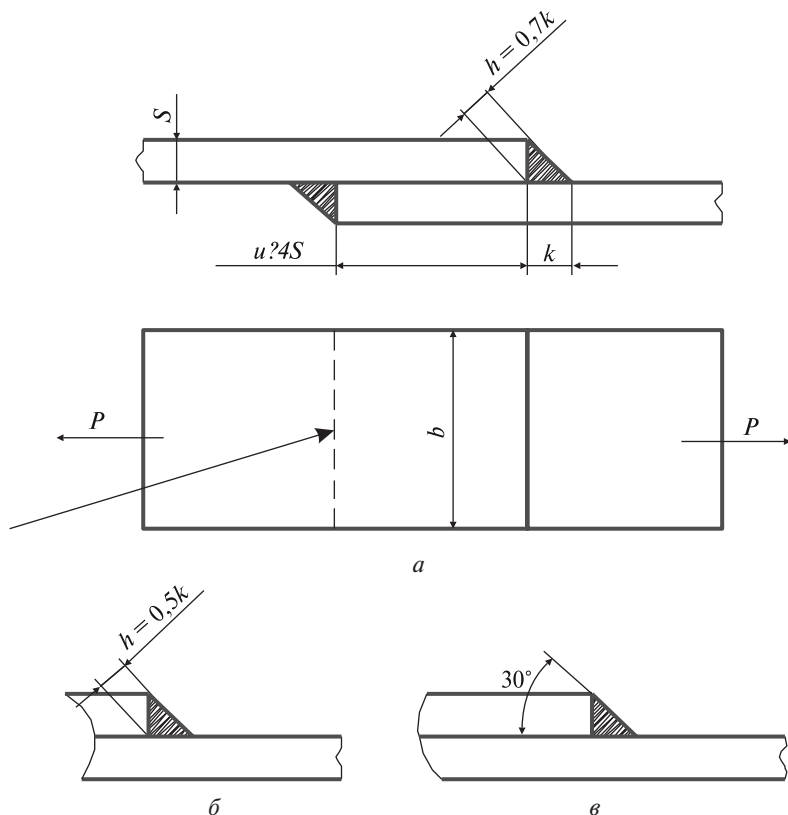


Рис. 4.22

прямоугольного треугольника, но технология сварки такими швами несколько сложнее. По указанной причине основное применение находят нормальные швы.

Швы тавровых соединений можно выполнять без скоса (рис. 4.23) и со скосом (рис. 4.23, в) кромок. В последних двух случаях получаются соединения, аналогичные стыковому шву.

В зависимости от расположения по отношению к направлению нагрузки сварные швы делят на лобовые — шов перпендикулярен к направлению нагрузки (рис. 4.22, а); фланговые — шов параллелен направлению нагрузки (рис. 4.24, а); косые (рис. 4.24, б) и комбинированные (рис. 4.24, в).

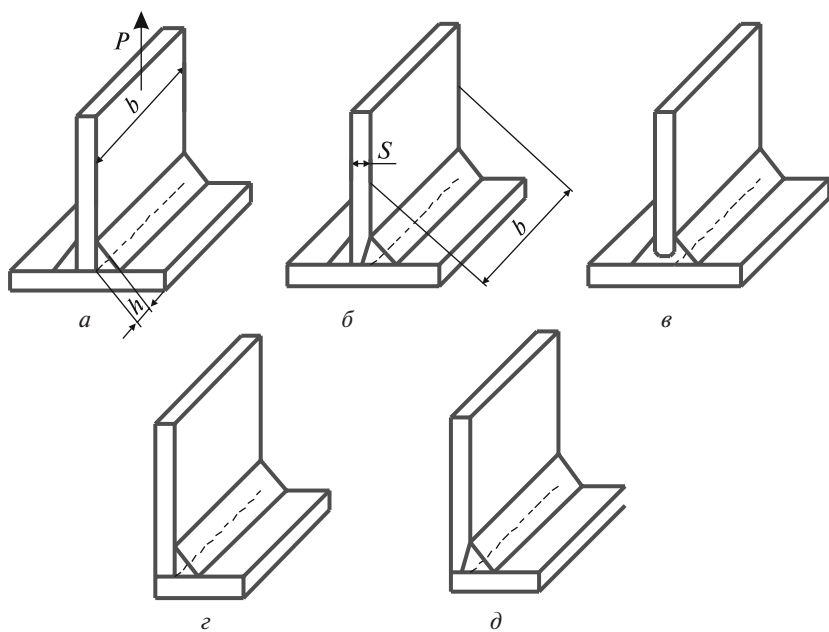


Рис. 4.23

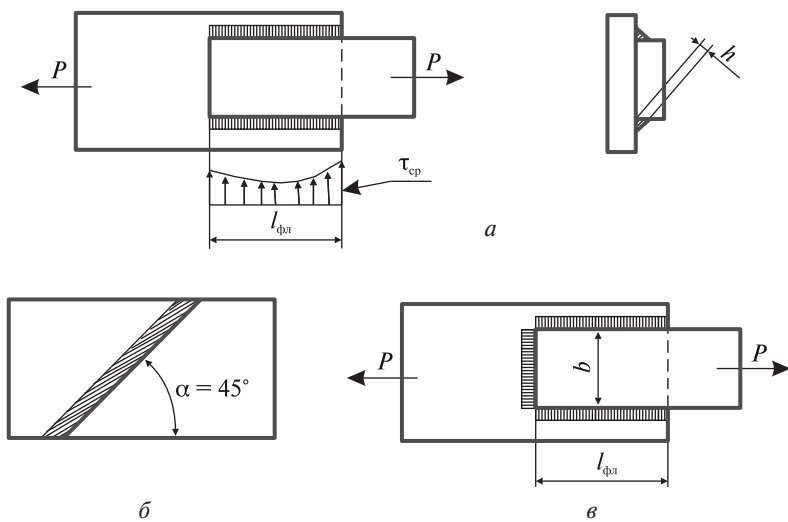


Рис. 4.24

Основные типы и размеры сварных швов, а также размеры, определяющие подготовку кромок свариваемых деталей из углеродистых и низколегированных сталей при ручной электродуговой сварке, приведены в ГОСТ 5264-69, а условные изображения и обозначения швов сварных соединений — в ГОСТ 2.312-72.

К достоинствам сварки относятся: высокая производительность, в частности благодаря простоте подготовительных операций и тому, что сварочные процессы сравнительно легко поддаются автоматизации; универсальность — допускается сварка различных материалов и разнообразных заготовок (проката с литьем или поковками), а также изделий весьма сложной формы; невысокая стоимость сварочного оборудования; герметичность швов; возможность получения равнопрочных соединений; снижение массы сварных конструкций по сравнению с клепаными на 10–20 % и по сравнению с литыми на 30–50 %.

Основные недостатки сварных соединений: наличие остаточных напряжений из-за неоднородного нагрева и охлаждения и возможность коробления деталей при сваривании (особенно тонкостенных), возможность существования скрытых (невидимых) дефектов (трещин, непроваров, шлаковых включений), снижающих прочность соединений. Для выявления дефектов проводят контроль сварных соединений с помощью методов разрушающего и неразрушающего (с помощью ультразвука, рентгеновских лучей и т. д.) контроля.

Качество сварных соединений обеспечивается рациональной конструкцией шва, оптимальными режимами сварки и соответствующей квалификацией сварщика.

Существующие разнообразные способы сварки обеспечивают сварку всех конструкционных и специальных сталей, чугунов, цветных металлов и сплавов, а также термопластичных пластмасс. Лучше всего свариваются малоуглеродистые обыкновенные, качественные и низколегированные стали. Для сварки сталей с повышенным содержанием углерода, высоколегированных сталей, чугунов, ряда цветных металлов и сплавов, а также сочетания различных материалов необходимо применять специальную технологию.

Основным критерием работоспособности сварных соединений является прочность. Стыковые швы рассчитывают на прочность по номинальному сечению соединяемых деталей (без учета утолщения швов) как целые детали. Условие прочностной надежности по допускаемым напряжениям имеет вид:

$$\sigma_{p(сж)} = \frac{F}{l \cdot s} \leq [\sigma_{p(сж)}].$$

Здесь $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение сварного шва при растяжении, $[\sigma_p] = 0,9 - 1 \cdot [\sigma_p]'$, где $[\sigma_p]'$ – допускаемое напряжение при растяжении детали из основного материала.

Допускаемая растягивающая нагрузка определяется по формуле

$$[F] = [\sigma_p] \cdot s \cdot l,$$

где l и s – длина шва и толщина соединяемых деталей. В случае сварки деталей разной толщины расчет ведут по более тонкой детали.

Нахлесточные соединения имеют более высокую концентрацию напряжений. Лобовые (угловые) швы разрушаются по сечению, проходящему через биссектрису прямого угла.

Условие прочностей надежности углового шва

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{0,7 \cdot k_p \cdot L} \leq [\tau_{ш}],$$

где A – площадь расчетного сечения; L – общая длина (периметр) сварного шва; k_p – расчетный катет шва; $[\tau_{ш}]$ – допускаемое напряжение в сварном шве при срезе.

Тогда требуемая длина шва

$$L \geq \frac{F}{0,7 \cdot k_p \cdot [\tau_{ш}]}.$$

Решение задач «Расчет сварного шва»

Задача 1

Определить оптимальную форму и размеры листа косынки узла фермы (рис. 4.25), к которому привариваются два неравнополочных

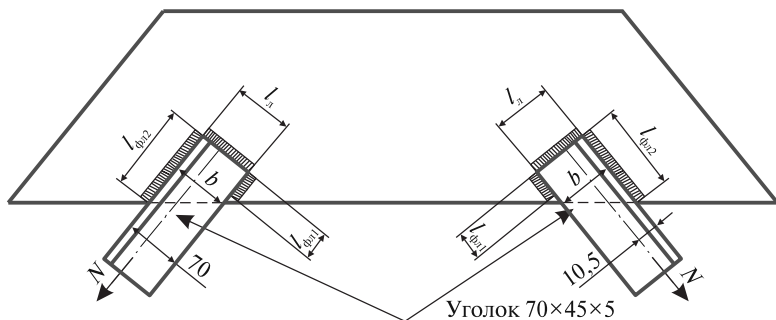


Рис. 4.25

уголка из стали Ст3, $[\sigma]_p = 160 \text{ Н/мм}^2$. Сварка выполнена вручную электродом Э42А. Сварное соединение должно быть равнопрочно стержням.

Решение. Допускаемое значение растягивающего усилия для каждого стержня

$$[F] = A_{\text{ст}} \cdot [\sigma]_p = 559 \cdot 160 = 89,5 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Здесь $A_{\text{ст}} = 5,59 \text{ см}^2$ (ГОСТ 8510-72).

Размеры листа определяются углом наклона стержней и длиной фланговых швов ($l_{\phi 1}, l_{\phi 2}$).

Примем величину катета k равной толщине полки уголка ($k = 5 \text{ мм}$).

Допускаемое усилие для лобового шва

$$[F_{\text{л}}] = 0,7 \cdot k \cdot l_{\text{л}} \cdot [\tau]_{\text{сп}} = 0,7 \cdot 5 \cdot 70 \cdot 104 = 25,5 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Допускаемое напряжение среза (табл. 20)

$$[\tau]_{\text{сп}} = 0,65 [\sigma]_p = 0,65 \cdot 160 = 104 \text{ Н/мм}^2.$$

Усилие, воспринимаемое фланговыми швами

$$[F_{\phi}] = [F] - [F_{\text{л}}] = 89,5 - 25,5 = 64,0 \text{ кН.}$$

Это усилие распределяется между фланговыми швами обратно пропорционально расстояниям от них до продольной оси уголка. Воспользовавшись уравнением статики, найдем

$$F_{\phi} = F_{\phi} \frac{B - Z_0}{B} = 64,0 \frac{70 - 10,5}{70} = 54,5 \text{ кН;}$$

$$F_{\phi} = F_{\phi} \frac{Z_0}{B} = 64,0 \frac{10,5}{70} = 9,6 \text{ кН.}$$

Длины фланговых швов для каждого из уголков

$$l_{\phi 1} = \frac{F_{\phi 2}}{0,7 \cdot k \cdot [\tau_{\text{сп}}]} = \frac{54,4 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} = 147 \text{ мм;}$$

$$l_{\phi 2} = \frac{F_{\phi 1}}{0,7 \cdot k \cdot [\tau_{\text{сп}}]} = \frac{9,6 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} = 26 \text{ мм,}$$

принимаем $l_{\phi 2} = 40 \text{ мм}$.

Задача 2

Полосы из стали Ст 2 сварены встык (рис. 4.26) вручную электродами Э42. Осевая сила изменяется в пределах от $P_{\min} = -0,5P_{\max}$ до $P_{\max}$. Определить допускаемое значение $P_{\max}$.

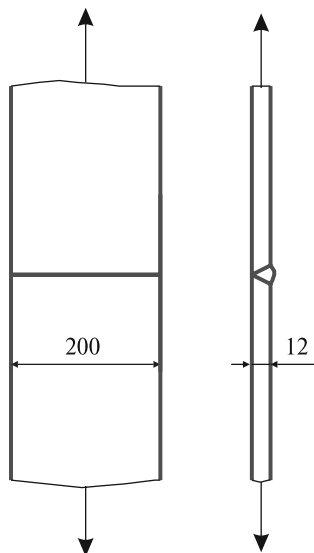


Рис. 4.26

Решение. Основное (при статическом нагружении) допускаемое напряжение для свариваемых полос $[\sigma]_p = 160 \text{ Н/мм}^2$.

Допускаемое напряжение для шва при переменной нагрузке

$[\sigma']_p = \gamma \cdot 0,9[\sigma]_p$, где

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{\min}}{P_{\max}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-0,5 \cdot P_{\min}}{P_{\max}} \right)} = \frac{6}{7};$$

$$[\sigma']_p = 0,9 \cdot 6/7 \cdot 160 = 128 \text{ Н/мм}^2.$$

Условие прочности сварного шва

$$\delta'_p = \frac{P_{\max}}{F} = \frac{P_{\max}}{200 \cdot 12} \leq [\delta']_p = 128 \text{ Н/мм}^2,$$

откуда

$$[P_{\max}] = 200 \cdot 12 \cdot 128 = 259 \cdot 10^3 \text{ Н} = 259 \text{ кН}.$$

4.7.3. Соединения пайкой

Пайкой называют процесс соединения металлических или металлизированных деталей с помощью дополнительного металла или сплава, называемого припоем, путем нагрева мест соединения до температуры плавления припоя. Припой, растекаясь по нагретым поверхностям соединяемых деталей, образует при охлаждении паяный шов. Соединение происходит вследствие растворения и диффузии припоя и материала деталей. В качестве припоев применяют некоторые цветные металлы (серебро, медь) или сплавы цветных металлов. Припои делят на мягкие (температура плавления менее 400 °С) и твердые (температура плавления 400–500 °С), а пайку соответственно — на мягкую и твердую.

Припои должны хорошо смачивать поверхности пайки и растекаться по ним: иметь достаточную прочность; допускать нанесение антикоррозионных и декоративных покрытий до пайки или после нее; иметь невысокую стоимость.

Мягкие припои создают на основе олова или свинца: они отличаются малой прочностью, но допускают пайку почти всех металлов. Мягкие припои обычно применяют для пайки герметичных соединений, электрических и радиотехнических схем, медных и латунных малонагруженных деталей различной аппаратуры.

Твердые припои содержат в различных соотношениях медь, серебро, цинк, никель, алюминий и другие элементы, имеют достаточно высокую прочность, их применяют для пайки нагруженных соединений.

Поверхности пайки обезжиривают и очищают от окалины травлением в кислоте. При мягкой пайке поверхности облуживают (покрывают оловом), а при твердой пайке для создания прочных соединений чисто обрабатывают.

Для защиты от окисления в процессе пайки основного металла и припоев, а также для растворения и удаления окислов и улучшения растекаемости припоев применяют флюсы. Кроме этого, флюсы должны в процессе пайки легко вытесняться припоями из мест соединения. Для этого необходимо, чтобы флюсы имели хорошую жидкотекучесть и меньшую, чем у припоев, температуру плавления.

Флюсы разделяют на кислотные и бескислотные. Кислотные флюсы (бура, хлористый цинк, фосфорная кислота) являются химически активными и сами очищают поверхности пайки от окислов. Однако эти флюсы вызывают коррозию, и поэтому их остатки

следует после пайки тщательно удалять (смывать) с поверхности деталей. Бескислотные флюсы (канифоль, нашатырь) хорошо защищают поверхности пайки от окисления и не вызывают коррозии, но требуют предварительной очистки мест пайки от окислов.

Основное отличие пайки от сварки заключается в том, что температура плавления припоев всегда ниже температуры плавления основного металла, который поэтому почти не изменяет свою структуру, а в деталях появляются незначительные внутренние напряжения.

К преимуществам пайки относятся также герметичность и чистота мест соединения; возможность соединения всех металлов и даже неоднородных материалов (металлов с керамикой или стеклом, меди с графитом и т. д.); отсутствие деформации соединяемых деталей; малое переходное электрическое сопротивление мест соединения; широкие возможности механизации и автоматизации процесса.

Пайка допускает одновременное соединение практически неограниченного количества деталей в единую конструкцию. При этом может быть обеспечена прочность мест соединений, даже превышающая прочность соединяемых деталей. Паяные соединения способны сохранять свою прочность при работе в агрессивных средах и при весьма высоких температурах (до 2000 °С).

Мягкими припоями преимущественно паяют вручную (паяльниками, паяльными лампами, погружением деталей в расплавленный припой), а твердыми вручную и в печах с механизацией или автоматизацией процесса.

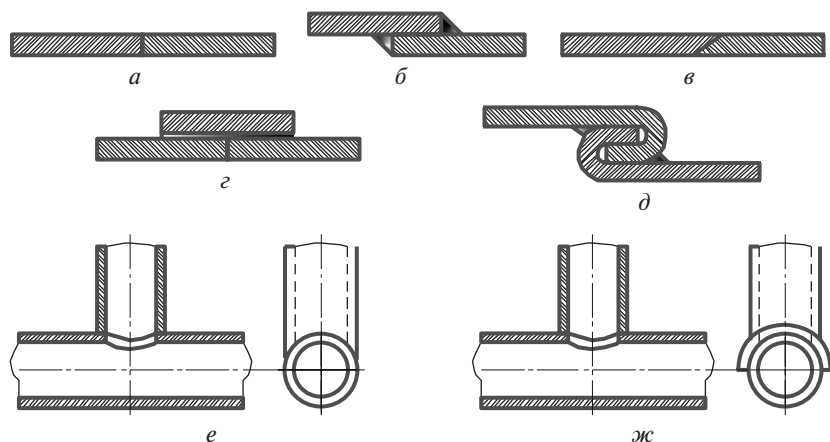


Рис. 4.27

Полосы и листы можно соединять встык (рис. 4.27, *а*), внахлестку (рис. 4.27, *б*) или в ус (рис. 4.27, *в*). В первом случае соединение имеет малые габариты, но невысокую прочность. Во втором случае легко обеспечивается равнопрочность, но увеличиваются габариты соединения. В третьем случае сохраняются преимущества первых двух, но он менее технологичен. Для усиления швов допускается применение накладок (рис. 4.27, *г*). Соединение в фальц (рис. 4.27, *д*) более сложное, но обладает высокой прочностью, так как паяный шов полностью разгружается от растягивающих усилий. Соединения твердыми припоями обычно не требуют дополнительных усилений (рис. 4.27, *а*). В случае применения мягких припоев швы усиливают дополнительными креплениями или увеличивают поверхность пайки (рис. 4.27, *ж*).

4.7.5. Клеевые соединения

Клеевым называют неразъемное соединение с помощью **клея** — вещества, способного соединять материалы и удерживать их вместе путем склеивания поверхностей.

В настоящее время имеется большое количество клеев, которые позволяют склеивать разнородные материалы в любых сочетаниях и получать достаточную прочность при различных условиях эксплуатации соединений. Клеи делят на **конструкционные** (для прочных соединений) и **неконструкционные** (для недогруженных соединений).

Достоинства клеевых соединений: допускают соединение таких материалов, для которых невыгодны или неприменимы другие виды соединений, а также деталей разной толщины; позволяют получать прочные соединения при работе на равномерный отрыв и сдвиг; соединения, усиленные винтами, заклепками и другими средствами, отличаются особо высокой прочностью; требуют относительно невысокой температуры склеивания (20–240 °С); способны работать при вибрационных нагрузках; обеспечивают герметичность; многие марки клеев сохраняют стойкость при воздействии влаги, масла, керосина, бензина, кислот, щелочей и колебаниях температуры; по сравнению с другими видами соединений имеют меньшую стоимость.

Недостатки клеевых соединений: низкая прочность на односторонний отрыв или отдира; относительно невысокая долговечность; необходимость нагрева, прижатия и выдержки (до 24 ч и более) деталей при склеивании; зависимость прочности от сочетания склеиваемых

материалов, температуры склеивания и условий эксплуатации соединений; необходимость соблюдения специальных мер по технике безопасности; некоторая неравномерность распределения напряжений, так как наибольшие напряжения сдвига возникают в углах и по краям поверхностей склейки, где в первую очередь и появляются трещины.

Клеевые соединения рекомендуется применять при работе на равномерный отрыв или сдвиг. Для увеличения прочности используют соединения с накладками (рис. 4.28, а), в ус (рис. 4.28, б), в шпун (рис. 4.28, в). При работе на отдрин и изгиб клеевые соединения усиливают механическими креплениями и применяют соответствующие конструкции, например соединения внахлестку (рис. 4.28, г).

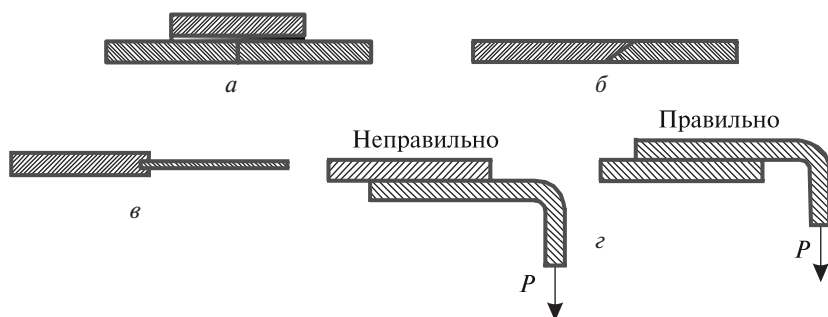


Рис. 4.28

Для обеспечения прочности соединений клей должен соприкасаться со всей поверхностью склейки, а клеевая прослойка иметь равномерную толщину в пределах 0,01–0,05 мм (для клеев, хорошо заполняющих пустоты, допускается до 0,1 мм). Поэтому склеиваемые поверхности должны быть ровными, обезжиренными и чистыми.

Для получения надежного соединения склеиваемые детали необходимо выдерживать при заданной температуре положенное время под нагрузкой. При повышенных требованиях к точности детали фиксируют в заданном положении.

4.7.6. Заклепочные соединения. Соединения гибкой

Заклепочным называют неразъемное соединение деталей (обычно листовых) с помощью **заклепки** — сплошного или полого цилиндрического стержня с закладной головкой.

При сборке заклепку устанавливают в предварительно подготовленное отверстие в деталях (пакете листов) и осадкой (клепкой) специальным инструментом формируют вторую замыкающую головку. При этом пакет стягивается и за счет пластической деформации стержня происходит заполнение начального зазора между стержнем и стенками отверстий; возможно образование натяга. Относительному смещению склепанных деталей препятствуют стержни заклепок и силы трения, возникающие между склепанными деталями.

Заклепочные соединения используют, когда применение сварки, пайки и склеивания затруднено или невозможно по конструктивным или технологическим соображениям (несвариваемые материалы, недопустимость нагрева и т. д.); в конструкциях, подверженных действию вибрационных и ударных нагрузок; для соединения нескольких деталей в один пакет. В приборостроении заклепочные соединения применяют чаще, чем в машиностроении.

По конструкции заклепочные соединения делят на соединения внахлестку (рис. 4.29, а) и встык с одной (рис. 4.29, б) и двумя (рис. 4.29, в) накладками. Заклепки в соединении располагаются простыми или шахматными рядами.

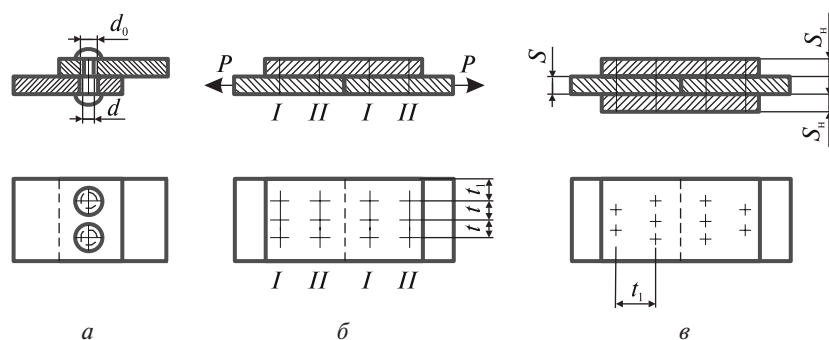


Рис. 4.29

Использование в конструкциях той или иной формы головки определяется эксплуатационными требованиями (аэродинамическими и т. д.). Заклепки изготавливают из пластичных материалов: малоуглеродистых сталей (Ст2, Ст3, 10, 15, 20), низколегированных малоуглеродистых сталей, меди (М1) латуни (Л62), алюминиевых и титановых сплавов. При выборе материалов заклепок стараются

исключить образование гальванических пар и гальванических токов в соединениях.

Отказы заклепочных соединений вызываются обрывом головок и разрушением стержней, смятием (упругопластическими деформациями) стенок отверстий и стержней заклепок, а также разрушением соединяемых листов, ослабленных отверстиями. Таким образом, основные критерии работоспособности соединений – прочность заклепок и листов соединений.

Разрушение стержня заклепки при действии внешней силы происходит в результате среза по сечению, лежащему в плоскости стыка соединяемых деталей. Условие прочностной надежности соединения по допускаемым напряжениям среза имеет вид

$$\tau_c = \frac{F}{A} = \frac{4F}{n \cdot \pi \cdot d^2} \leq [\tau_c],$$

где F – величина внешней силы; A – суммарная площадь поперечного сечения n заклепок диаметром стержня d , $[\tau_c]$ – допускаемое напряжение при срезе.

При проектировании соединений определяют их диаметр

$$d = \sqrt{\frac{4F}{n \cdot \pi \cdot [\tau_c]}}.$$

Соединения с двумя накладками может разрушиться в результате среза по двум сечениям, совпадающим с плоскостями контакта накладок с соединяемыми деталями. Такие соединения называются двухсрезными (рис. 4.30).

При их расчете принимают, что усилие, приходящееся на одно сечение, вдвое меньше общего усилия. Если материал заклепки менее прочен, чем материал соединяемых деталей, то при нагружении соединения возможно смятие стержня заклепки.

Контактные напряжения, вызывающие смятие стержня заклепки, распределены по его поверхности неравномерно. Расчетные значения этих напряжений $\sigma_{\text{см}}$ находят по приближенной формуле. Условие прочностной надежности в этом случае имеет вид

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{s \cdot d \cdot z} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где $[\sigma_{\text{см}}]$ – допускаемое напряжение смятия для материала заклепки.

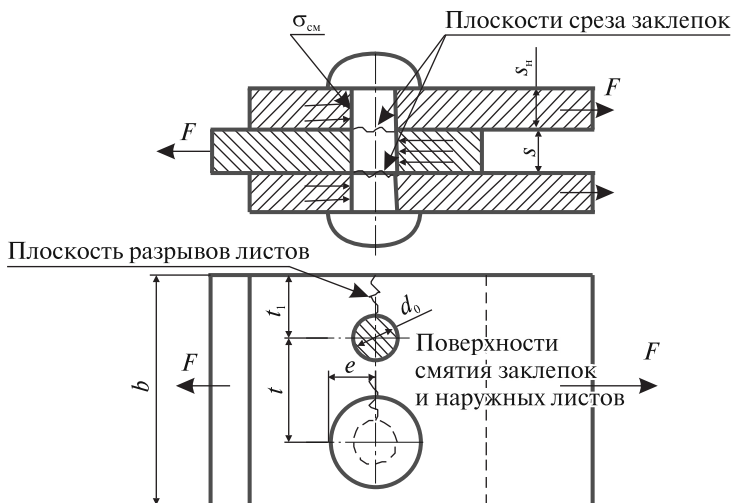


Рис. 4.30

Тогда диаметр заклепки

$$d = \sqrt{\frac{F}{z \cdot s \cdot \sigma_{\text{см}}}}.$$

Разрушение деталей по нормальному сечению, ослабленному отверстиями, может произойти под действием больших статических сил. Для обеспечения прочностной надежности соединения нормальное растягивающее напряжение в этом сечении должно удовлетворять условию

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{нетто}}} = \frac{F}{s(b - z \cdot d)} \leq [\sigma_p],$$

где $A_{\text{нетто}}$ — площадь детали в опасном сечении с учетом ослабления ее отверстиями; s — толщина листа; b — ширина листа; d — диаметр отверстия под заклепку; равный диаметру стержня заклепки; z — число заклепок в одном ряду, $[\sigma_p]$ — допускаемое напряжение при растяжении материала деталей.

Откуда требуемая площадь сечения детали

$$A_{\text{нетто}} = \frac{F}{[\sigma_p]},$$

Смятие стенок отверстия нарушает работоспособность соединения и может привести к последующему прорезанию заклепкой соединяемых деталей. Для предотвращения прорезания должно выполняться условие прочности по допускаемым напряжениям среза $\tau_{с.д.}$ для материала деталей (листов):

$$\tau = \frac{F}{2s(t - 0,5d)z} \leq [\tau_{с.д.}],$$

где $(t - 0,5d)$ – длина опасного сечения.

В расчетах на срез принимают допускаемые напряжения $[\tau_c] = (0,5...0,6)[\sigma_p]$, напряжения смятия $[\sigma_{см}] = (2...2,5)\sigma_p$, а допускаемые напряжения при растяжении $[\sigma_p] = (0,4...0,5)\sigma_T$, δ_T – предел текучести материала рассчитываемой детали (заклепки, листа).

Для тонколистовых деталей применяют соединения гибкой. Данный вид соединения осуществляется путем обжима одной из соединяемых деталей лапками другой (парной) детали. Если деталь изготовлена из пластичного материала, соединения могут быть разъемными. Конструкция соединения должна обеспечивать надежный прижим собранных деталей. Прочность соединения такого типа повышают пайкой, сваркой или другими способами.

4.8. Механические передачи

Механическая энергия, используемая для приведения в движение машины-орудия, представляет собой энергию вращательного движения вала двигателя. *Вращательное движение получило наибольшее распространение в механизмах и машинах*, так как обладает следующими *достоинствами*: обеспечивает непрерывное и равномерное движение при небольших потерях на трение; позволяет иметь простую и компактную конструкцию передаточного механизма.

Все современные двигатели для уменьшения габаритов и стоимости *выполняют быстроходными* с весьма узким диапазоном изменения угловых скоростей. Непосредственно быстроходный вал двигателя соединяют с валом машины редко (вентиляторы и т. п.). В абсолютном большинстве случаев режим работы машины-орудия не совпадает с режимом работы двигателя, поэтому передача механической энергии от двигателя к рабочему органу машины осуществляется с помощью различных передач.

Механическими передачами, или просто передачами, называют механизмы для передачи энергии от машины-двигателя к машине-орудию, как правило с преобразованием скоростей, моментов, а иногда — с преобразованием видов (например, вращательное в поступательное) и законов движения.

В современном машиностроении применяют механические, пневматические, гидравлические и электрические передачи. В курсе «Детали машин» рассматривают только *наиболее распространенные механические передачи.*

Передача (в механике) соединяет вал источника энергии — двигателя и валы потребителей энергии — рабочих органов машины, таких, например, как ведущие колёса гусеничного движителя или автомобиля.

Механические передачи известны со времен зарождения техники, прошли вместе с ней длительный путь развития и совершенствования и имеют сейчас очень широкое распространение. Грамотная эксплуатация механических передач требует знания основ и особенностей их проектирования и методов расчетов.

При проектировании к механическим передачам предъявляются следующие требования:

- высокие нагрузочные способности при ограниченных габаритных размерах, весе, стоимости;
- постоянство передаточного отношения или закона его изменения;
- обеспечение определенного взаимного расположения осей ведущего и ведомого валов, в частности межосевого расстояния a_w ;
- малые потери при передаче мощности (высокий КПД) и, как следствие, ограниченный нагрев и износ;
- плавная и бесшумная работа;
- прочность, долговечность, надёжность.

Передачи имеют широкое распространение в машиностроении по следующим причинам:

1) энергию целесообразно передавать при больших частотах вращения;

2) требуемые скорости движения рабочих органов машин, как правило, не совпадают с оптимальными скоростями двигателя — обычно ниже, а создание тихоходных двигателей вызывает увеличение габаритов и стоимости;

3) скорость исполнительного органа в процессе работы машины-орудия необходимо изменять (например, у автомобиля, грузо-

подъемного крана, токарного станка), а скорость машины-двигателя чаще постоянна (например, у электродвигателей);

4) нередко от одного двигателя необходимо приводить в движение несколько механизмов с различными скоростями;

5) в отдельные периоды работы исполнительному органу машины требуется передать вращающие моменты, превышающие моменты на валу машины-двигателя, а это возможно выполнить за счет уменьшения угловой скорости вала машины-орудия;

6) двигатели обычно выполняют для равномерного вращательного движения, а в машинах часто оказывается необходимым поступательное движение с определенным законом;

7) двигатели не всегда могут быть непосредственно соединены с исполнительными механизмами из-за габаритов машины, условий техники безопасности и удобства обслуживания;

8) распределять работу двигателя между несколькими исполнительными органами машины.

Как правило, угловые скорости валов большинства используемых в настоящее время в технике двигателей (поршневых двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных, электрических, гидравлических и пневматических двигателей) значительно превышают угловые скорости валов исполнительных или рабочих органов машин, порой на 2–3 порядка. Поэтому доставка (передача) энергии двигателя с помощью передачи любого типа, в том числе и механической, происходит, как правило, совместно с одновременным преобразованием моментов и угловых скоростей (в сторону повышения первых и понижения последних).

При этом необходимо отметить, что конструктивное обеспечение функции транспортного характера — чисто передачи энергии иной раз вступает в логическое противоречие с направлением задачи конечного преобразования силовых и скоростных параметров этой энергии. Например, в трансмиссиях многих транспортных машин (особенно высокой проходимости) входной редуктор сначала повышает частоту вращения, понижение ее до требуемых пределов производят бортовые или колесные редукторы.

Классификация механических передач

Механические передачи, применяемые в машиностроении, классифицируют (рис. 4.31 и 4.32):

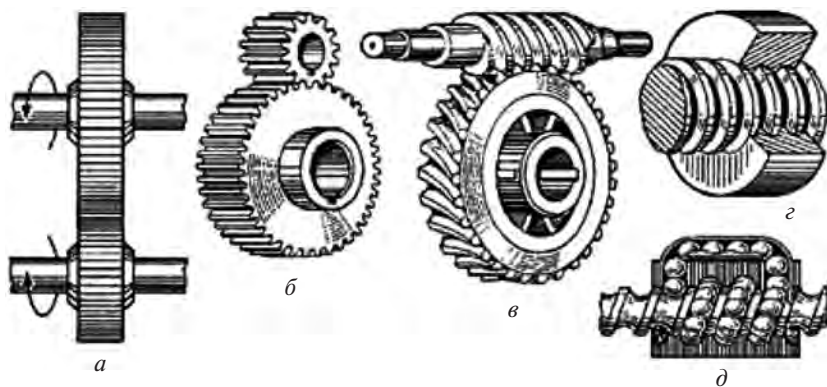


Рис. 4.31. Механические передачи с непосредственным контактом тел вращения: *а* — фрикционная передача; *б* — зубчатая передача; *в* — червячная передача; *г, д* — передачи винт-гайка

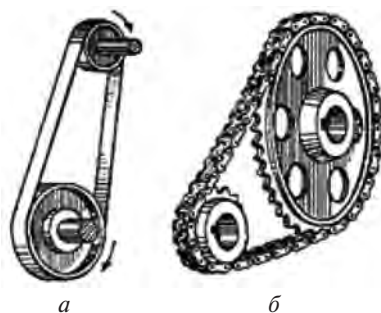


Рис. 4.32. Передачи с гибкой связью: *а* — ременная; *б* — цепная

по энергетической характеристике механические передачи делятся на:

- кинематические (передаваемая мощность $P < 0,1$ кВт);
- силовые (передаваемая мощность $P \geq 0,1$ кВт).

по принципу передачи движения:

- передачи трением (примеры: фрикционная — рис. 1, *а* и ременная — рис. 2, *а*) — действующие за счет сил трения, создаваемых между элементами передач.

Фрикционные передачи подразделяют на:

- фрикционные передачи с жесткими звеньями (с различного рода катками, дисками);

- фрикционные передачи с гибким звеном (ременные, канатные);
- зацеплением (примеры: зубчатые – рис. 4.31, б, червячные – рис. 4.31, в; цепные – рис. 4.32, б; передачи винт-гайка – рис. 4.31, г, д) – работающие в результате возникновения давления между зубьями, кулачками или другими специальными выступами на деталях.

Передачи зацеплением делятся на:

- передачи зацеплением с непосредственным контактом жестких звеньев (цилиндрические, конические, червячные);
- волновые передачи зацеплением;
- передачи зацеплением с гибким звеном (зубчато-ременные, цепные).

Как фрикционные, так и зубчатые передачи могут быть выполнены с непосредственным контактом ведущего и ведомого звеньев или посредством гибкой связи – ремня, цепи.

По способу соединения деталей:

- передачи с непосредственным контактом тел вращения (фрикционные, зубчатые, червячные, передачи винт-гайка – см. рис. 4.31);
- передачи с гибкой связью (ременная, цепная – см. рис. 4.32).

По характеру изменения скорости:

- понижающие (редукторы);
- повышающие (мультипликаторы).

По взаимному расположению валов в пространстве:

- с параллельными валами;
- с пересекающимися валами;
- с перекрещивающимися валами.

По характеру движения валов:

- простые;
- планетарные.

по числу отдельных передач:

- одноступенчатые;
- многоступенчатые.

По конструктивному оформлению:

- открытые (не имеют общего корпуса);
- полузакрытые, смонтированные в легкий защитный кожух, который не выполняет силовых функций;
- закрытые, заключенные в общий прочный и жесткий корпус, объединяющий все подшипниковые узлы и выполняющий силовые функции.

Кинематические схемы механических передач приведены на рис. 4.33 и рис. 4.34.

Краткая характеристика этих передач (рис. 4.33): передачи зубчатые цилиндрические между параллельными валами (a — с прямыми и косыми зубьями; b — с шевронными зубьями; $в$ — внутреннего зацепления; $г$ — реечные); передачи зубчатые конические между пересекающимися валами.

В транспортном машиностроении, в многоцелевых гусеничных и колесных машинах зубчатые и червячные передачи в силу своих многих достоинств получили большое распространение. Это — трансмиссии основных танков российского производства, приводы поворота башен, трансмиссии БТР и автомобилей.

На рис. 4.34, a показано схематичное изображение червячной передачи; 4.34, $б$ — цепной передачи; 4.34, $в$ — ременной передачи.

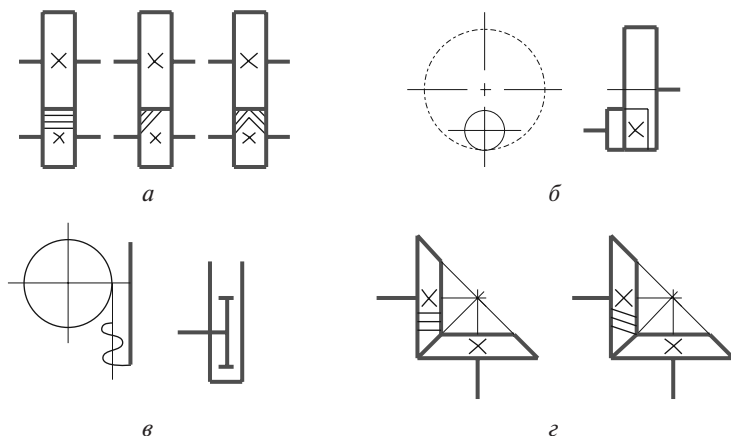


Рис. 4.33. Кинематические схемы механических передач:
 a — цилиндрические зубчатые передачи с внешним зацеплением;
 $б$ — цилиндрические передачи с внутренним зацеплением;
 $в$ — передача шестерня-рейка

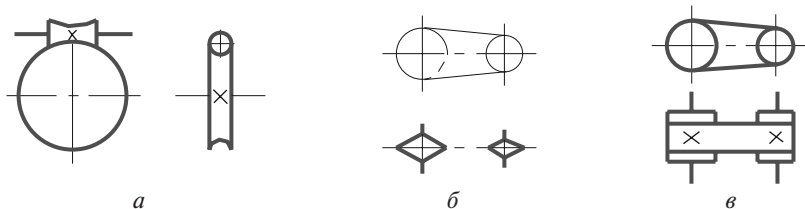


Рис. 4.34. Кинематические схемы механических передач:
 a — червячная передача; $б$ — цепная передача; $в$ — ременная передача

Передачи гибкими связями широко применяются в общем машиностроении, наиболее типичными их представителями являются клиноременные передачи, обладающие многими достоинствами. В качестве наиболее широко распространенного примера таких передач можно привести приводы вентиляторов, генераторов, водяных насосов и компрессоров двигателей внутреннего сгорания.

Зубчатые передачи

Зубчатые передачи получили наибольшее распространение в машиностроении благодаря следующим достоинствам:

- а) практически неограниченной передаваемой мощности;
- б) малым габаритам и весу;
- в) стабильному передаточному отношению;
- г) высокому КПД, который составляет в среднем 0,97–0,98.

Недостатком зубчатых передач является шум в работе на высоких скоростях, который, однако, может быть снижен при применении зубьев соответствующей геометрической формы и улучшении качества обработки профилей зубьев.

При высоких угловых скоростях вращения рекомендуется применять косозубые шестерни, в которых зубья входят в зацепление плавно, что и обеспечивает относительно бесшумную работу. Недостатком косозубых шестерен является наличие осевых усилий, которые дополнительно нагружают подшипники. Этот недостаток можно устранить, применив сдвоенные шестерни с равнонаправленными спиралями зубьев или шевронные шестерни. Последние, ввиду высокой стоимости и трудности изготовления, применяются сравнительно редко — обычно лишь для уникальных передач большой мощности. При малых угловых скоростях вращения применяются конические прямозубые шестерни, а при больших — шестерни с круговым зубом, которые в настоящее время заменили конические косозубые шестерни, применяемые ранее. Конические гипоидные шестерни тоже имеют круговой зуб, однако оси колес в них смещены, что создает особенно плавную и бесшумную работу. Передаточное отнесение в зубчатых парах колеблется в широких пределах, однако обычно оно равно 3–5.

Червячные передачи

Это передачи со скрещающимися осями. Отличаются полностью бесшумной работой и большим передаточным отношением в одной паре, которое в среднем составляет 16–25. Серьезным

недостатком червячных передач, ограничивающим их применение при значительных мощностях, является низкий КПД, обусловленный большими потерями на трение в зацеплении. Как следствие низкого КПД при работе передачи под нагрузкой, выделяется большое количество тепла, которое надо отводить во избежание перегрева. Средние значения КПД первичной передачи составляют 0,7–0,8.

Цепные передачи

Применяются при передаче вращения между параллельными удаленными друг от друга валами. В настоящее время получили распространение два типа приводных цепей:

- а) цепи втулочно-роликовые (типа Галя);
- б) цепи зубчатые из штампованных звеньев (типа Рейнольдса).

Зубчатые цепи, благодаря относительно меньшему шагу, работают более плавно и бесшумно.

Недостатком цепных передач является сравнительно быстрый износ шарниров, способствующий вытяжке цепи и нарушению ее зацепления со звездочкой, а также шумная работа на высоких скоростях вследствие особенностей кинематики цепной передачи.

Ременные передачи

Применяются также для передачи вращения между параллельными удаленными валами. Область распространения этих передач в настоящее время значительно сократилась, однако они еще находят широкое применение в качестве первичного привода от двигателя, а также привода к механизмам, обладающим большим моментом вращающихся масс. При трогании с места и в случае внезапных перегрузок ремни пробуксовывают, спасая механизмы от поломок.

Преимущественное распространение перед плоскими получили плановые ремни, обладающие большей тяговой способностью.

Фрикционные передачи

Фрикционные передачи по форме фрикционных катков могут быть цилиндрическими, коническими, лобовыми — с внешним и внутренним контактом. Главное достоинство фрикционных передач заключается в возможности создания на их базе фрикционных вариаторов (бесступенчатых коробок передач), а также в бесшумной их работе при высоких скоростях.

Основные кинематические и силовые отношения в передачах

При равномерном вращательном движении тела его любая точка имеет постоянную угловую скорость:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \text{const},$$

где φ — угол поворота; t — время поворота.

Скорость вращения характеризуется также частотой вращения « n » (об/мин).

$$\varphi = 2\pi n \rightarrow \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \text{ рад/сек.}$$

Линейная скорость (V) точки определяется зависимостью:

$$v = \omega R = \omega \frac{D}{2} \text{ м/сек,}$$

где D и R — диаметр и радиус точки, где определяют скорость.

Линейную скорость (V) называют *окружной скоростью*.

Сила (P), действующая на тело и вызывающая его вращение или сопротивление вращению, называется *окружной силой*.

Окружная сила направлена по касательной к траектории точки ее приложения. Связь между силой (P), окружной скоростью « V » и мощностью (N) выражается формулами:

$$N = PV \text{ Вт,}$$

здесь: P — окружная сила, H ; V — окружной скоростью, м/с.

Окружная сила (P) связана с передаваемым моментом (T) следующим образом:

$$P = \frac{2M}{D};$$

$$T = P \frac{D}{2}.$$

Принято обозначать: для ведущего элемента использовать индекс — 1: $\omega_1, n_1, N_1, T_1, D_1$; для ведомого — индекс — 2: $\omega_2, n_2, N_2, T_2, D_2$.

Передаваемый момент (M) связан с мощностью (N), угловой скоростью ω и частотой вращения n следующими зависимостями:

$$T = \frac{N}{\omega_1} \text{ нм};$$

$$T = \frac{30N}{\pi n_1} \text{ нм},$$

здесь: N – Вт; n_1 – об/мин.

Зубчатое зацепление

Зубчатыми механизмами передачи называют механизмы, в которых движение между звеньями (зубчатыми колесами) передается с помощью последовательно зацепляющихся зубьев (рис. 4.35).

Для передачи движения колеса снабжены зубьями, чередующимися с впадинами. Зуб имеет правый и левый профили. С внешней стороны зубья ограничены окружностью выступов (вершин), с внутренней окружностью впадин (рис. 4.35).

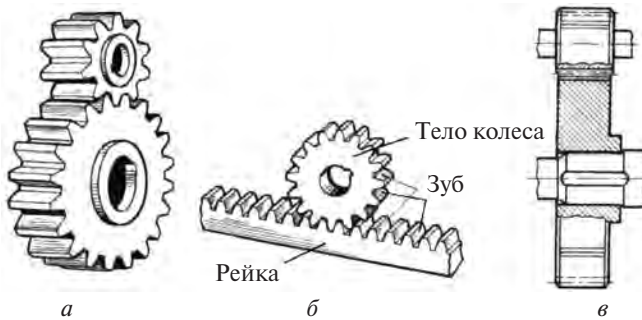


Рис. 4.35. Прямозубые передачи:
а – схема; б – передача-колесо – рейка; в – сечение

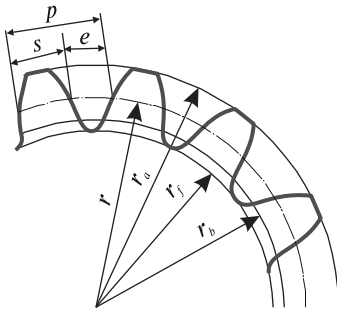


Рис. 4.36. Основные параметры зубчатого колеса:

r_f – радиус окружности впадин; r_b – радиус основной окружности; r – радиус делительной окружности; r_a – радиус окружности выступов; p – шаг по делительной окружности; s – толщина зуба по делительной окружности; e – ширина впадины по делительной окружности; h_a – высота головки зуба; h_f – высота ножки зуба

Высота зуба цилиндрического зубчатого колеса h — расстояние между окружностями вершин и впадин.

Часть зуба, расположенную над делительной окружностью, называют *головкой*.

Высота головки зуба цилиндрического зубчатого колеса h_a — расстояние между делительной окружностью и окружностью вершин.

Часть зуба, расположенную между делительной окружностью и окружностью впадин, называют *ножкой*.

Высота ножки зуба цилиндрического зубчатого колеса h_f — расстояние между делительной окружностью и окружностью впадин.

Расстояние между одноименными (левыми и правыми) профилями зубьев, измеренное по дуге окружности, называют *шагом* этой окружности.

Длина окружности, по которой измерен шаг, пропорциональна шагу:

$$\pi d = Pz,$$

где z — число зубьев колеса; d — диаметр окружности, по которой измерен шаг.

Отсюда

$$d = \frac{P}{\pi z}.$$

Отношение $\frac{P}{\pi} = m$, называется *модулем* колеса.

Модуль является основным параметром зубчатого колеса. Величина модуля назначается из стандартного ряда по ГОСТ 9563-75. Некоторые из этих значений модулей (в мм), используемых в силовых передачах, приведены ниже (значения первого ряда предпочтительны):

1-й ряд: 0,8, 1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4, 5, 6;..., 80;

2-й ряд: 0,9, 1,125, 1,375, 1,75, 2,25, 2,75, 3,5, 4,5, 5,5, 7, ... 90.

Модуль m , так же как и шаг, зависит от окружности, по которой измеряется шаг. Значению модуля, выбранному по ГОСТу, соответствует лишь одна окружность, которая называется делительной.

Зубчатые механизмы предназначены для передачи и преобразования вращательного движения от одного вала к другому непосредственным соприкосновением звеньев в широком диапазоне мощностей (до 150 тыс. кВт) и скоростей (до 200 м/с). Механизмы надежны в работе, имеют высокий КПД (до 0,97...0,98 для одной пары колес

ступени), просты в техническом обслуживании и компактны (имеют малую массу). К недостаткам передач относят сравнительно высокую трудоемкость изготовления колес, возможность появления шума в процессе работы и т. д.

Процесс передачи движения с помощью зубьев называют *зубчатым зацеплением*.

У зубчатого колеса условно различают *тело* и *зубчатый венец*, отделяемый от тела соосной поверхности впадин. Соосной называют поверхность вращения, ось которой совпадает с осью колеса.

Линия пересечения боковой поверхности зуба с какой-либо заданной поверхностью (например, плоскостью, перпендикулярной оси колеса) называют *профилем зуба*.

Колесо, радиус которого равен бесконечности, называют *зубчатой рейкой*.

Зубчатые передачи могут понижать или повышать частоту вращения ведомого вала. В понижающей передаче частота вращения ведомого вала (колеса) меньше (а в повышающей передаче — больше) частоты вращения ведущего вала (колеса).

Агрегат с понижающей передачей (передачами) называют редуктором, с повышающей — мультипликатором.

Простые механизмы состоят из двух находящихся в зацеплении зубчатых колес и стойки. Сложные механизмы имеют более двух зубчатых колес.

Простейшая зубчатая передача состоит из двух зубчатых колес, зубья которых находятся в зацеплении. Зубчатое колесо с меньшим числом зубьев называют шестерней, а с большим — колесом. При одинаковом числе зубьев шестерней называют ведущее колесо, а колесом — ведомое.

Передаточным числом зубчатой передачи называют отношение числа зубьев колеса z_2 к числу зубьев шестерни z_1 :

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Передаточным отношением называют отношение угловой скорости ω_1 (или числа оборотов в минуту n_1) ведущего колеса к угловой скорости ω_2 (или числа оборотов в минуту n_2) ведомого колеса:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Для колес с параллельными осями передаточное отношение $i_{1,2} < 0$, когда колеса вращаются в разные стороны (колеса внешнего зацепления) и $i_{1,2} > 0$, когда колеса вращаются в одну сторону (колеса внутреннего зацепления).

Для обеспечения постоянного передаточного отношения в процессе зацепления профили звеньев должны быть подобраны так, чтобы в любом положении профилей нормаль в точке их контакта пересекала бы линию центров в одной и той же точке. Эта точка оказывается неподвижной в пространстве и называется полюсом.

Полюс зацепления — мгновенный центр вращения в относительном движении зубчатых колес. Окружности, проведенные через полюс зацепления, называют начальными. Эти окружности в процессе передачи вращения перекатываются друг по другу без скольжения. Диаметры (радиусы) начальных окружностей, а значит, и их длины пропорциональны числам зубцов.

Профили зубьев, зацепление которых обеспечивает постоянное передаточное отношение, называют сопряженными.

Для реальных передач важно использовать профили наиболее технологичные, рациональные при изготовлении и в эксплуатации.

Одним из таких профилей является эвольвентный профиль, имеющий наиболее широкое применение при изготовлении зубчатых колес.

Эвольвентное зацепление, предложенное Л. Эйлером, имеет преимущество перед другими видами зацеплений (например, циклоидальным) благодаря высокой технологичности.

Существуют и другие виды зацеплений (цевочное, часовое и т. д.). Среди неэвольвентных зацеплений наибольшее распространение получило зацепление Новикова, характеризующееся высокой прочностью зубьев.

Эвольвентой окружности называют кривую AK , описываемую точкой A прямой линии $n - n$, перекатываемой по окружности без скольжения (рис. 4.37). Прямая, перекатываемая по основной окружности, называется образующей прямой.

Эвольвента представляет собой плоскую кривую, являющуюся разверткой другой плоской кривой, называемой эволютой. Для образования зубьев колес в качестве эволюты используют окружность, называемую основной (db — диаметр основной окружности).

Основная окружность — это окружность, по которой перекачивается прямая при образовании эвольвенты. Эвольвенту этой окружности будет описывать любая точка прямой линии (производящей прямой), перекатываемой по ней без скольжения (рис. 4.38).

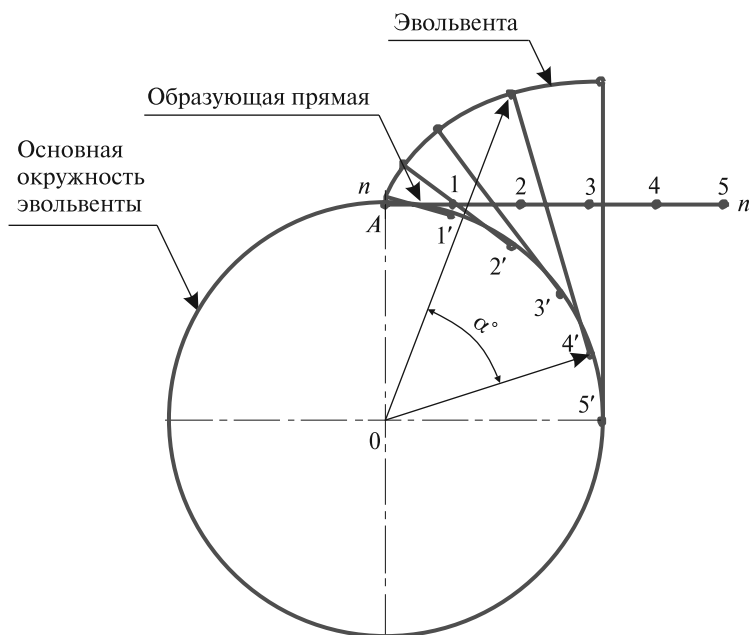


Рис. 4.37

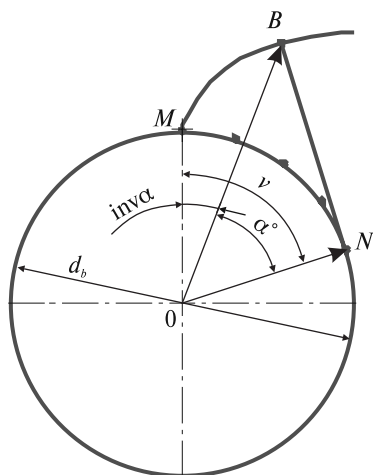


Рис. 4.38

Предельная точка M эвольвенты лежит на основной окружности. Точка N прямой NB будет центром кривизны эвольвенты (мгновенным центром вращения), а отрезок NB — радиусом кривизны эвольвенты в точке B .

Углы развернутости v , профиля α и эвольвентный $\text{inv } \alpha$ (инволюта α), образуемые радиальными прямыми OM , OB и ON , связаны между собой зависимостью

$$\text{inv } \alpha = v - \alpha.$$

Так как дуга MN равна отрезку BN , перекатываемому по дуге без скольжения, то

$$\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha.$$

При расчетах зубчатых колес удобно пользоваться относительными величинами. Поэтому параметры зубчатых колес выражают в долях модуля. Так, высота головки зуба

$$h_a = h_a^* m,$$

высота ножки

$$h_f = h_f^* m,$$

где h_a^* , h_f^* — коэффициенты высоты и ножки зуба соответственно. Обычно принимают $h_a^* = 1$, $h_f^* = 1,25$ при $m > 1$.

Высота ножки выполняется несколько больше высоты головки зуба, с тем чтобы обеспечить радиальный зазор между окружностями выступов и впадин зацепляющихся колес. Величину зазора C также выражают через модуль

$$C = C^* m,$$

где $C^* = 0,25$ — коэффициент радиального зазора.

Высота ножки зуба:

$$h_f = h_a + C = (h_a^* + C^*) m,$$

высота зуба:

$$h = h_f + h_a = (2h_a^* + C^*) m.$$

Тогда диаметр окружности выступов:

$$d_a = d + 2h_a = (2h_a^* + z)m,$$

диаметр окружности впадин:

$$d_f = d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2C^*) m.$$

Межосевое расстояние:

$$a_w = \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}.$$

Передаточное число можно выразить через диаметры делительных окружностей шестерни $d_{ш}$ и колеса $d_{к}$:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{mz_2}{mz_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_{к}}{d_{ш}}.$$

Зависимости между делительными диаметрами колес, межосевым расстоянием и передаточным числом:

$$d_1 = d_{ш} = \frac{2a_w}{u+1};$$

$$d_2 = d_{к} = \frac{2a_w u}{u+1}.$$

Изготовление колес

Зубчатые колеса изготавливают преимущественно методами резания (нарезанием) на универсальных фрезерных и специальных станках. Нарезанием зубьев называют технологическую операцию, сущность которой состоит в вырезании материала, расположенного на месте будущей впадины. В результате на заготовке остаются выступы — зубья. Заготовка прямозубого цилиндрического колеса с внешними зубьями представляет собой цилиндр, диаметр которого равен диаметру вершин зубьев.

Зубья нарезают либо методом копирования, либо методом огибания (обкатки).

При использовании метода копирования впадина между зубьями вырезается специально спрофилированным инструментом — фрезой (рис. 4.39, *а, б*), протяжкой, шлифовальным кругом. Основным недостатком метода копирования — использование фасонного инструмента (имеет криволинейные режущие кромки). При его использовании погрешности переносятся на нарезаемое колесо. Нарезание зубьев методом копирования (фрезами, резцами) малопродуктивно.

Более распространено изготовление зубчатых колес методом огибания (обкатки). Для этого применяют специальный режущий

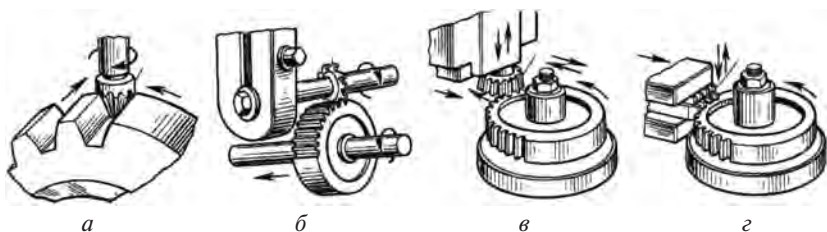


Рис. 4.39. Изготовление зубчатых колес копированием с помощью фрез (*а, б*) и обкаткой с помощью долбяка и гребенки (*в, г*):

1 – пальцевая фреза, 2 – дисковая фреза; 3 – долбяк; 4 – гребенка

инструмент – рейку, долбяк (рис. 4.39, *в, г*); червячную фрезу с зубьями – производящую (инструментальную) рейку. Ее параметры и положение относительно заготовки определяют геометрию зубчатого колеса.

Инструменту и нарезаемому колесу на специальных станках сообщается такое же относительное движение, как и в реальном зацеплении. Основное преимущество такого метода изготовления – высокая точность.

Мелкомодульные зубчатые колеса изготавливают накатыванием зубьев (обработкой давлением).

Для обеспечения требуемого качества передач разработаны показатели точности. Так, ГОСТ 1643-81 устанавливает допуски цилиндрических зубчатых передач с модулями $m = 1 \dots 50$ мм, обеспечивающими 12 степеней точности (самая низкая степень точности – двенадцатая).

Требуемая точность определяется уровнем скоростей колес и действующих нагрузок. Быстроходные передачи (окружная скорость колеса больше 20 м/с) изготавливают с повышенной точностью (степени точности 6; 5).

Для унификации изготовления зубчатых колес и обеспечения сопряженности их профилей нарезание зубьев производят инструментами на основе так называемого исходного контура (ГОСТ 13755–81). Он имеет форму рейки (рис. 4.40), так как рейка сохраняет постоянный угол зацепления в паре с колесом любого радиуса и при любом относительном положении колес.

Для значений модулей свыше 1 мм исходный контур (ГОСТ 13755-81) является прямобочным и имеет следующие параметры (см. рис. 4.40): профильный угол $\alpha = 20^\circ$, глубина захода $hl = 2ha^*m$

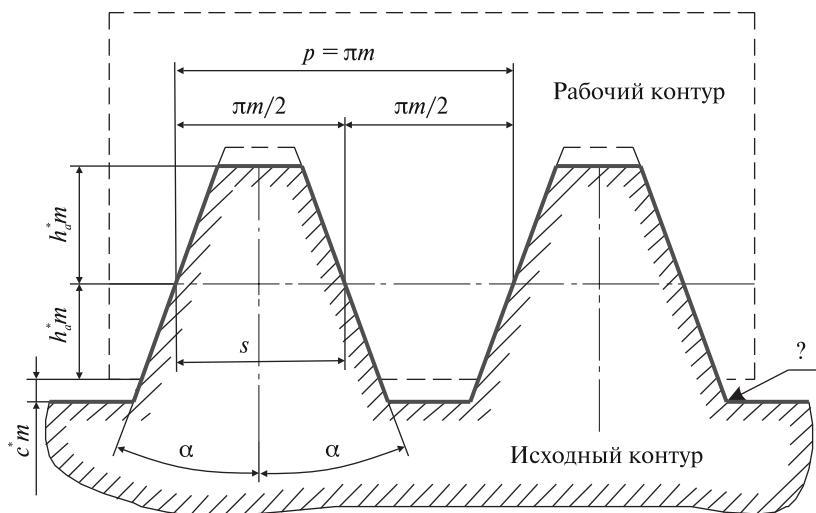


Рис. 4.40. Инструментальная рейка

(здесь $h_a^* = 1$ – коэффициент высоты головки зуба); толщина зуба по делительной прямой $s = 0,5p$; радиальный зазор $c = c^*m$ (здесь $c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора) и радиус закругления у корня зуба $\rho = 0,384 m$.

Средняя прямая, которая делит высоту зуба рейки и шаг пополам, называется модульной. Прямые, параллельные модульной прямой, называются делительными.

Делительной называют прямую, на которой теоретическая толщина зуба равна ширине впадины.

Делительной окружностью зубчатого колеса называется такая окружность, по которой в процессе нарезания перекачивается без скольжения делительная прямая рейки.

При нарезании колеса с помощью инструментальной рейки их относительное расположение может быть различным. Если делительная прямая рейки обкатывается по делительной окружности заготовки, то получится колесо, у которого толщина зуба по делительной окружности равна ширине впадины. Такие колеса называются нарезанными без смещения (нулевыми или нормальными).

Если по делительной окружности обкатывается любая другая прямая, то колеса называют нарезанными со смещением. Если делительная прямая смещена относительно делительной окружности

от центра, то смещение и нарезаемое колесо называют положительным, если к центру — то отрицательным.

В колесах, нарезанных со смещением инструментальной рейки, толщина зуба по делительной окружности не равна ширине впадины, хотя профили зубов очерчены по тем же эвольвентам, что и нулевое, так как диаметр основной окружности остался без изменения. Это позволяет одной рейкой нарезать колеса с различным числом зубьев одного модуля.

Величина смещения рейки

$$\xi = xm,$$

где x — коэффициент смещения инструментальной рейки; m — модуль рейки.

Форма зубьев колес, нарезанных с различным смещением инструмента, показана на рис. 4.41.

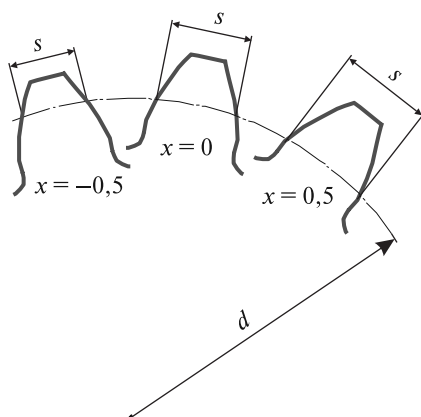


Рис. 4.41. Зубья колес ($z = 40$), нарезанных с различным смещением инструмента

Смещение изменяет форму зуба. Так, положительное смещение приводит к утолщению зуба у основания и уменьшению кривизны профиля, так как зуб очерчивается более удаленным от основной окружности участком эвольвенты. Такие изменения формы способствуют повышению его прочности.

Благодаря смещению инструмента удастся снизить минимально допустимое число зубьев на колесе без утонения (подрезания) их у основания.

При нарезании зубьев без смещения можно изготовить колесо с $z_{\min} = 17$. Введение положительного смещения инструмента позволяет получить $z = 17$ и меньше.

Виды повреждения передач

Поломка зуба (выламывание углов или целого зуба у основания, рис. 4.42) является одним из распространенных видов повреждений передач.



Рис. 4.42

Основная причина такого разрушения связана с образованием и развитием усталостной трещины (трещин) в зоне (зонах) концентрации напряжений от длительной циклической нагрузки. Поломка зуба может происходить и в результате больших перегрузок статического и ударного характера.

Описанный вид разрушения типичен для открытых передач и в закрытых передачах с высокой твердостью поверхностей зубьев.

Выкрашивание или отрыв от рабочей поверхности зубьев мелких частичек металла, приводящие к образованию ямок (раковин, рис. 4.42), является другим типичным видом повреждения передач. Оно начинается обычно вблизи полюсных линий с образования (на ножках зубьев) мелких ямок.

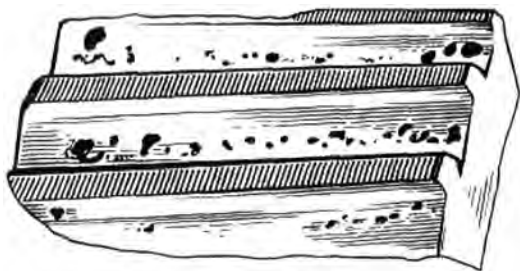


Рис. 4.43

Выкрашивание контактирующих поверхностей наблюдается преимущественно в закрытых (работающих в смазке) передачах и происходит под действием длительных рабочих нагрузок в зонах концентрации контактных напряжений.

При невысокой твердости поверхности зубьев выкрашивание часто носит ограниченный характер. Оно начинается в зонах концентрации нагрузки и спустя непродолжительное время прекращается (происходит приработка зубьев).

При высокой твердости поверхности зубьев ямки быстро разрастаются, нарушаются условия смазки, появляются дополнительные динамические нагрузки, способствующие преждевременному разрушению зубьев.

Износ зубьев является причиной выхода из строя преимущественно открытых передач, недостаточно защищенных от попадания абразивных частиц. Искажение профиля в результате износа приводит к увеличению динамических нагрузок, повышению напряжения изгиба и поломке зуба.

Заедание наблюдается в высоконагруженных и высокоскоростных передачах и является следствием разрыва масляной пленки из-за высоких контактных давлений. Оно проявляется в образовании молекулярного сцепления (сварки) поверхностных слоев металла и последующего разрушения этих связей в процессе скольжения зубьев.

Основными критериями работоспособности зубчатых передач являются изгибная и контактная прочность.

Для уменьшения износа повышают износостойкость передачи путем увеличения твердости контактирующих поверхностей, защитой от попадания абразивных частиц в зону контакта, применением смазочных материалов с повышенной вязкостью.

Меры предупреждения заедания включают повышение поверхностной твердости зубьев путем их химико-термической обработки, фланкирования, применения противозадирных смазок и т. д.

4.9. Кинематический расчет привода.

Выбор двигателя

Определить номинальную мощность и номинальную частоту вращения двигателя.

Определить передаточное число привода и его ступеней.

Рассчитать силовые и кинематические параметры привода.

4.9.1. Выбор двигателя

Двигатель является одним из основных элементов машинного агрегата. От типа двигателя, его мощности, частоты вращения и прочего зависят конструктивные и эксплуатационные характеристики рабочей машины и ее привода.

Для проектируемых машинных агрегатов рекомендуются трехфазные асинхронные короткозамкнутые двигатели серии 4А. Эти двигатели наиболее универсальны. Закрытое и обдуваемое исполнение позволяет применить эти двигатели для работы в загрязненных условиях, в открытых помещениях и т. п.

Таблица 4.6

**Диапазон мощностей трехфазных асинхронных двигателей
серии 4А, кВт**

Синхронная частота вращения, об/мин	Тип двигателя				
	56 В	63 А, В	71 А, В	80 А, В	90 L
3000	0,25	0,37; 0,55	0,75; 1,1	1,5; 2,2	3,0
1500	—	0,25; 0,37	0,55; 0,75	0,75; 1,1	2,2
1000	—	0,25	0,37; 0,55	0,55; 0,75	1,5
750	—	—	0,25	0,37; 0,55	0,75; 1,1
Синхронная частота вращения, об/мин	Тип двигателя				
	100S, L	112M, MA, MB	132S	132M	160S
3000	4,0; 5,5	7,5	—	—	—
1500	3,0; 4,0	5,5	7,5	—	—
1000	2,2	3,0; 4,0	5,5	7,5	—
750	1,5	2,2; 3,0	4,0	5,5	7,5

Двигатели серии 4А применяют для приводов механизмов, имеющих постоянную или мало меняющуюся нагрузку при длительном режиме работы и большую пусковую нагрузку вследствие повышенной силы трения и больших инерционных масс, например конвейеров, шнеков, смесителей, грузоподъемников и т. п. Эти двигатели работают при любом направлении вращения, обеспечивая при необходимости реверсивность машинного агрегата.

Исходными данными технических заданий на курсовое проектирование предусмотрено применение двигателей серии 4А с диапазоном мощностей от 0,25 до 7,5 кВт (табл. 4.13).

4.9.2. Определение номинальной мощности и номинальной частоты вращения двигателя

Мощность двигателя зависит от требуемой мощности рабочей машины, а его частота вращения — от частоты вращения приводного вала рабочей машины.

Пример

1. Определить требуемую мощность рабочей машины $P_{р.м}$, кВт:

$P_{р.м} = F \cdot v$ — если в исходных данных на проектирование указано значение тяговой силы F , кН, и линейной скорости v , м/с, тягового органа рабочей машины;

$P_{р.м} = T \cdot \omega$ — если указано значение вращающего момента T , кН·м, и угловой скорости ω , рад/с, тягового органа рабочей машины.

2. Определить общий коэффициент полезного действия (КПД) привода:

$$\eta = \eta_{з.п} \cdot \eta_{о.п} \cdot \eta_{м} \cdot \eta_{п.к} \cdot \eta_{п.с},$$

где $\eta_{з.п}$, $\eta_{о.п}$, $\eta_{м}$, $\eta_{п.к}$, $\eta_{п.с}$ — коэффициенты полезного действия закрытой передачи, открытой передачи, муфты, подшипников качения (по кинематической схеме в редукторе две пары подшипников) и подшипников скольжения (по схеме на приводном валу рабочей машины одна пара подшипников).

Значения КПД передач и подшипников выбрать из табл. 4.7 и примечания к ней.

4. Определить требуемую мощность двигателя $P_{дв}$, кВт:

$$P_{дв} = \frac{P_{р.м}}{\eta}.$$

5. Определить номинальную мощность двигателя $P_{ном}$, кВт.

Значение номинальной мощности выбрать из табл. 6 по величине, большей, но ближайшей к требуемой мощности $P_{дв}$: $P_{дв} : P_{ном} > P_{дв}$.

Выбрать тип двигателя (см. табл. 4.6).

Каждому значению номинальной мощности $P_{ном}$ соответствует в большинстве не одно, а несколько типов двигателей с различными частотами вращения, синхронными 3000, 1500, 1000, 750 об/мин. Выбор оптимального типа двигателя зависит от типов передач, входящих в привод, кинематических характеристик рабочей машины (см. исходные данные) и производится после определения передаточного числа привода и его ступеней (табл. 4.7). При этом надо учесть, что двигатели с большой частотой вращения (синхронной

3000 об/мин) имеют низкий рабочий ресурс, а двигатели с низкими частотами (синхронными 750 об/мин) весьма металлоемки, поэтому их нежелательно применять без особой необходимости в приводах общего назначения малой мощности.

В приведенном ниже примере рассматривается и анализируется возможность применения для определенно выбранной номинальной мощности $P_{\text{ном}}$ всех типов двигателей.

Таблица 4.7

Значения КПД механических передач (без учета потерь в подшипниках)

Тип передачи	Закрытая	Открытая
Зубчатая:		
цилиндрическая	0,96...0,97	0,93...0,95
коническая	0,95...0,97	0,92...0,94
Червячная при передаточном числе u :		
свыше 30	0,7...0,75	—
от 14 до 30	0,8...0,85	—
от 8 до 14	0,85...0,95	—
Цепная	0,95...0,97	0,9...0,93
Ременная:		
плоским ремнем	—	0,96...0,98
клиновыми (поликлиновым) ремнями	—	0,95...0,97

Примечания:

1. Ориентировочные значения КПД закрытых передач в масляной ванне приведены для колес, выполненных по 8-й степени точности, а для открытых — по 9-й; при более точном выполнении колес КПД может быть повышен на 1...1,5 %, при меньшей точности — соответственно понижен.
2. Для червячной передачи предварительное значение КПД принимают $\eta_{з,п} = 0,75...0,85$.
3. Потери в подшипниках на трение оцениваются следующими коэффициентами: для одной пары подшипников качения $\eta_{п.к} = 0,99...0,995$; для одной пары подшипников скольжения $\eta_{п.с} = 0,98...0,99$.
4. Потери в муфте принимаются $\eta_{м} = 0,98$.

4.9.3. Определение передаточного числа привода и его ступеней

Передаточное число привода u определяется отношением номинальной частоты вращения двигателя $n_{\text{ном}}$ к частоте вращения приводного вала рабочей машины $n_{\text{р.м}}$ при номинальной нагрузке u равно произведению передаточных чисел закрытой $u_{з,п}$ и открытой $u_{о,п}$ передач:

$$u = \frac{n_{\text{НОМ}}}{n_{\text{р.м}}} = u_{\text{з.п}} u_{\text{о.п.}}$$

1. Определить частоту вращения приводного вала рабочей машины $n_{\text{р.м}}$, об/мин:

а) для ленточных конвейеров, грузоподъемных и прочих машин:

$$v = \frac{\pi D n_{\text{р.м.}}}{60 \cdot 1000},$$

отсюда

$$n_{\text{р.м}} = \frac{60 \cdot 1000 v}{\pi D},$$

где v — скорость тягового органа, м/с; D — диаметр барабана, мм;

б) для цепных конвейеров:

$$v = \frac{z p n_{\text{р.м}}}{60 \cdot 1000},$$

отсюда

$$n_{\text{р.м}} = \frac{60 \cdot 1000 v}{z p},$$

где v — скорость конвейера, м/с; z — число зубьев ведущей звездочки тягового органа; p — шаг тяговой цепи, мм.

2. Определить передаточное число привода для всех приемлемых вариантов типа двигателя при заданной номинальной мощности $P_{\text{НОМ}}$:

$$u_1 = \frac{n_{\text{НОМ1}}}{n_{\text{р.м}}};$$

$$u_2 = \frac{n_{\text{НОМ2}}}{n_{\text{р.м}}};$$

$$u_3 = \frac{n_{\text{НОМ3}}}{n_{\text{р.м}}}.$$

3. Определить передаточные числа ступеней привода.

Определение и выбор передаточных чисел ступеней произвести разбивкой передаточного числа привода для всех вариантов типа двигателя так, чтобы

$$u_1 = u_{3.п1} \cdot u_{о.п1}; u_2 = u_{3.п2} \cdot u_{о.п2}; u_3 = u_{3.п3} \cdot u_{о.п3};$$

где u , $u_{3.п}$, $u_{о.п}$ — соответственно передаточные числа привода, редуктора и открытой передачи (табл. 4.8).

При этом возможны три способа разбивки передаточного числа u (выбирая способ, учесть стандартность передаточного числа закрытой передачи-редуктора $u_{3.п}$ (см. табл. 4.8) и нестандартность передаточного числа $u_{о.п}$ — открытой):

а) оставить передаточное число редуктора $u_{3.п}$ постоянным, изменяя передаточное число открытой передачи $u_{о.п}$:

$$u_{о.п1} = \frac{u_1}{u_{3.п}}; u_{о.п2} = \frac{u_2}{u_{3.п}}; u_{о.п3} = \frac{u_3}{u_{3.п}};$$

б) оставить передаточное число открытой передачи $u_{о.п}$ постоянным, изменяя передаточные числа редуктора $u_{3.п}$:

$$u_{3.п1} = \frac{u_1}{u_{о.п}}; u_{3.п2} = \frac{u_2}{u_{о.п}}; u_{3.п3} = \frac{u_3}{u_{о.п}};$$

в) наметить конкретные значения передаточных чисел редуктора $u_{3.п}$ и открытой передачи $u_{о.п}$ для первого варианта, а в последующих вариантах получать передаточные числа ступеней умножением предыдущих чисел на соответствующий множитель K :

$$\text{для 2-го варианта: } K_2 = \sqrt{\frac{u_2}{u_1}};$$

$$\text{для 3-го варианта: } K_3 = \sqrt{\frac{u_3}{u_2}} \text{ и т. д.}$$

$$\text{Тогда для 2-го варианта } u_{3.п2} = u_{3.п1} K_2; u_{о.п2} = u_{о.п1} K_2;$$

$$\text{для 3-го варианта } u_{3.п3} = u_{3.п2} K_3; u_{о.п3} = u_{о.п2} K_3 \text{ и т. д.}$$

Разбивка передаточного числа привода u должна обеспечить компактность каждой ступени передачи и соразмерность ее элементов.

Для того чтобы габариты передач не были чрезмерно большими, нужно придерживаться некоторых средних значений $u_{3.п}$ и $u_{о.п}$, по возможности не доводя их до наибольших, допускаемых лишь в отдельных случаях.

Определить максимальное допускаемое отклонение частоты вращения приводного вала рабочей машины Δn , об/мин:

$$\Delta n_{p.m} = \frac{n_{p.m} \delta}{100},$$

где $\delta, \%$ — допускаемое отклонение скорости приводного вала рабочей машины (см. задание для выполнения самостоятельной работы, табл. 4.14, 4.15).

5. Определить допускаемую частоту вращения приводного вала рабочей машины с учетом отклонения $[n_{p.m}]$, об/мин:

$$[n_{p.m}] = n_{p.m} \pm \Delta n_{p.m}.$$

При этом $[n_{p.m}]$ может существенно повлиять на предварительную разбивку передаточного числа привода u . Поэтому оптимальные передаточные числа $u_{з.п}$ и $u_{о.п}$ можно получить подбором необходимого значения допускаемого отклонения частоты вращения в пределах максимального: от $-\Delta n_{p.m}$ до $+\Delta n_{p.m}$ (в том числе $\Delta n_{p.m} = 0$).

Таблица 4.8

Рекомендуемые значения передаточных чисел

Закрытые зубчатые передачи (редукторы) одноступенчатые цилиндрические и конические (ГОСТ 2185–66): 1-й ряд — 2,0; 2,5 3,15 4,0 5,0 6,3 2-й ряд — 2,24 2,8 3,55 4,5 5,6 7,1 Значения 1-го ряда следует предпочитать значениям 2-го ряда
Закрытые червячные передачи (редукторы) одноступенчатые для червяка с числом витков $z_1 = 1; 2; 4$ (ГОСТ 2144–75): 1-й ряд — 10; 12,5 16 20 25 31,5 2-й ряд — 11,2 14 18 22,4 28 35,5 Значения 1-го ряда следует предпочитать значениям 2-го ряда
Открытые зубчатые передачи: 3...7
Цепные передачи: 2...4
Ременные передачи (все типы): 2...3

6. Определить фактическое передаточное число привода u_{ϕ} :

$$u_{\phi} = n_{ном} / [n_{p.m}].$$

7. Уточнить передаточные числа закрытой и открытой передач в соответствии с выбранным вариантом разбивки передаточного числа привода:

$$u_{о.п} = u_{\phi} / u_{з.п} \text{ или } u_{з.п} = u_{\phi} / u_{о.п},$$

при этом предпочтительнее уточнить $u_{о.п.}$, оставив неизменным стандартное значение $u_{з.п.}$.

4.9.4. Определение силовых и кинематических параметров привода

Силовые (мощность и вращающий момент) и кинематические (частота вращения и угловая скорость) параметры привода рассчитывают на валах привода из требуемой (расчетной) мощности двигателя $P_{дв}$ и его номинальной частоты вращения $n_{ном}$ при установившемся режиме (табл. 4.9). Валы привода представлены на кинематической схеме машинного агрегата в техническом задании.

Таблица 4.9

Определение силовых и кинематических параметров привода

Параметр		Вал	Последовательность соединения элементов привода по кинематической схеме			
			д.в → о.п → з.п → м → р.м		д.в → м → з.п → о.п → р.м	
Мощность P , кВт		д.в. Б Т р.м.	$P_{\text{д.в.}}$ $P_1 = P_{\text{д.в.}} \eta_{\text{о.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $P_2 = P_1 \eta_{\text{з.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $P_{\text{р.м.}} = P_2 \eta_{\text{м.}} \eta_{\text{п.с.}}$		$P_{\text{д.в.}}$ $P_1 = P_{\text{д.в.}} \eta_{\text{м.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $P_2 = P_1 \eta_{\text{з.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $P_{\text{р.м.}} = P_2 \eta_{\text{о.п.}} \eta_{\text{п.с.}}$	
Частота вращения n , об/мин	Угловая скорость ω , 1/с	д.в.	$n_{\text{ном}}$	$\omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30}$	$n_{\text{ном}}$	$\omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30}$
		Б	$n_1 = \frac{n_{\text{ном}}}{u_{\text{о.п.}}}$	$\omega_1 = \frac{\omega_{\text{ном}}}{u_{\text{о.п.}}}$	$n_1 = n_{\text{ном}}$	$\omega_1 = \omega_{\text{ном}}$
		Т	$n_2 = \frac{n_1}{u_{\text{з.п.}}}$	$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{\text{з.п.}}}$	$n_2 = \frac{n_1}{u_{\text{з.п.}}}$	$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{\text{з.п.}}}$
		р.м.	$n_{\text{р.м.}} = n_2$	$\omega_{\text{р.м.}} = \omega_2$	$n_{\text{р.м.}} = \frac{n_2}{u_{\text{о.п.}}}$	$\omega_{\text{р.м.}} = \frac{\omega_2}{u_{\text{о.п.}}}$
Вращающий момент T , Н·м		д.в. Б Т р.м.	$T_{\text{д.в.}} = \frac{P_{\text{д.в.}} \cdot 10^3}{\omega_{\text{ном}}}$ $T_1 = T_{\text{д.в.}} u_{\text{о.п.}} \eta_{\text{о.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $T_2 = T_1 u_{\text{з.п.}} \eta_{\text{з.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $T_{\text{р.м.}} = T_2 \eta_{\text{м.}} \eta_{\text{п.с.}}$		$T_{\text{д.в.}} = \frac{P_{\text{д.в.}} \cdot 10^3}{\omega_{\text{ном}}}$ $T_1 = T_{\text{д.в.}} \eta_{\text{м.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $T_2 = T_1 u_{\text{з.п.}} \eta_{\text{з.п.}} \eta_{\text{п.к.}}$ $T_{\text{р.м.}} = T_2 u_{\text{о.п.}} \eta_{\text{о.п.}} \eta_{\text{п.с.}}$	

4.9.5. Выбор материала зубчатых передач. Определение допускаемых напряжений

Выбрать твердость, термообработку и материал зубчатых передач (закрытых и открытых).

Определить допускаемые контактные напряжения.

Определить допускаемые напряжения на изгиб.

Общие положения

Сталь в настоящее время — основной материал для изготовления зубчатых колес и червяков. Одним из важнейших условий совершенствования редукторостроения является повышение контактной прочности активных (рабочих) поверхностей зубьев и их прочности на изгиб. При этом снижаются масса и габаритные размеры зубчатой передачи, а это повышает ее технический уровень.

Допускаемое напряжение из условий контактной прочности $[\sigma]_H$ (которая обычно ограничивает несущую способность стальных зубчатых колес и червяков) пропорциональна твердости H активных поверхностей зубьев. В термически же необработанном состоянии все стали имеют близкие механические свойства. Поэтому применение сталей без термообработки, обеспечивающей упрочнение зубчатых колес и червяков, недопустимо. При этом марки сталей выбирают с учетом наибольших размеров пары: диаметра $D_{\text{пред}}$ для вал-шестерни или червяка и толщины сечения $S_{\text{пред}}$ для колеса с припуском на механическую обработку после термообработки.

Способы упрочнения, применяемые при курсовом проектировании:

Нормализация. Позволяет получить лишь низкую нагрузочную способность $[\sigma]_H$, но при этом зубья колес хорошо и быстро прирабатываются и сохраняют точность, полученную при механической обработке.

Улучшение. Обеспечивает свойства, аналогичные полученным при нормализации, но нарезание зубьев труднее из-за большей их твердости.

Закалка токами высокой частоты (ТВЧ). Дает среднюю нагрузочную способность при достаточно простой технологии. Из-за повышенной твердости зубьев передачи плохо прирабатываются. Размеры зубчатых колес практически неограниченны. Необходимо учитывать, что при модулях, меньших 3...5 мм, зуб прокаливается насквозь.

Сочетание шестерни, закаленной при нагреве ТВЧ, и улучшенного колеса дает большую нагрузочную способность, чем улучшенная пара с той же твердостью колеса. Такая пара хорошо

прирабатывается; ее применение предпочтительно, если нельзя обеспечить высокую твердость зубьев колеса.

Выбор твердости, термообработки и материала колес. Сталь в настоящее время — основной материал для изготовления зубчатых колес. В условиях индивидуального и мелкосерийного производства, предусмотренного техническими заданиями на курсовое проектирование, в мало- и средненагруженных передачах, а также в открытых передачах с большими колесами применяют зубчатые колеса с твердостью материала $H \leq 350$ HB. При этом обеспечивается чистовое нарезание зубьев после термообработки, высокая точность изготовления и хорошая прирабатываемость зубьев.

Для равномерного изнашивания зубьев и лучшей их прирабатываемости твердость шестерни HB1 назначается больше твердости колеса HB2. Разность средних твердостей рабочих поверхностей зубьев шестерни и колеса при твердости материала $H \leq 350$ HB в передачах с прямыми и непрямыми зубьями составляет $HB1_{cp} - HB2_{cp} = 20 \dots 50$. Иногда для увеличения нагрузочной способности передачи, т. е. увеличения допускаемых контактных напряжений, а отсюда уменьшения габаритов и металлоемкости передачи, достигают разности средних твердостей поверхности зубьев $HB1_{cp} - HB2_{cp} \geq 70$. При этом твердость рабочих поверхностей зубьев колеса $H \leq 350$ HB2_{cp}, а зубьев шестерни $H \geq 350$ HB1_{cp}. Для шестерни в этом случае твердость измеряется по шкале Роквелла — $H \geq 45$ HRC_{1cp}. Соотношение твердостей в единицах HB и HRC_э приведено на рис. 4.44.

Рекомендуемый выбор материала заготовки, термообработки и твердости зубчатой пары приводится в табл. 4.10, а механические характеристики сталей — в табл. 4.11.

Материал и его характеристики выбираются в зависимости от расположения зубьев на ободе колес пары (прямые или не прямые) и номинальной мощности двигателя $P_{ном}$ (см. табл. 4.6) в следующем порядке:

а) выбрать материал для зубчатой пары колес, одинаковый для шестерни и колеса (см. табл. 4.10), но с разными твердостями, так как твердость зубьев шестерни должна быть больше твердости зубьев колеса. При этом следует ориентироваться на дешевые марки сталей: типа 40, 45, 40X — для шестерни и колеса закрытой передачи; 35Л; 40Л; 45Л — для колеса открытой передачи в паре с кованой шестерней из стали 35, 40, 45;

б) выбрать термообработку для зубьев шестерни и колеса по табл. 4.10;

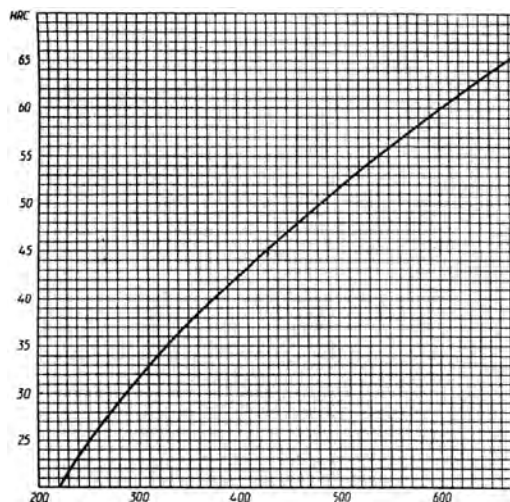


Рис. 4.44. График соотношения твердостей, выраженных в единицах Бринелля и Роквелла

Таблица 4.10

Выбор материала, термообработки и твердости

Параметр		Для передач с прямыми и непрямыми зубьями при малой ($P \leq 2$ кВт) и средней ($P \leq 7,5$ кВт) мощности		Для передач с непрямыми зубьями при средней ($P \leq 7,5$ кВт) мощности	
		шестерня, червяк	колесо	шестерня, червяк	колесо
Материал		Стали 35, 45, 35Л, 40Л, 40, 40Х, 40ХН, 35ХМ, 45Л		Стали 40Х, 40ХН, 35ХМ	
Термообработка		нормализация, улучшение		улучшение + закалка ТВЧ	улучшение
Твердость		$H \leq 350 \text{ НВ}$ $\text{HB1}_{\text{cp}} - \text{HB2}_{\text{cp}} = 20 \dots 50$		$H \geq 45 \text{ HRCэ}$ $H \leq 350 \text{ НВ}$ $\text{HB1}_{\text{cp}} - \text{HB2}_{\text{cp}} \geq 70$	
Допускаемое напряжение при числе циклов перемены напряжений $N_{H0}; N_{F0}, \text{ Н/мм}^2$	$[\sigma]_{H0}$	$1,8 \cdot \text{НВ}_{\text{cp}} + 67$		$14 \text{ HRCэ}_{\text{cp}} + 170$	$1,8 \cdot \text{НВ}_{\text{cp}} + 67$
	$[\sigma]_{F0}$	$1,03 \cdot \text{НВ}_{\text{cp}}$		$370 \text{ при } m \geq 3 \text{ мм}$	$1,03 \cdot \text{НВ}_{\text{cp}}$
				$310 \text{ при } m \leq 3 \text{ мм}$	

Таблица 4.11

Механические характеристики некоторых марок сталей для изготовления зубчатых колес и других деталей

Марка стали	Вид заготовки	Заготовка шестерни $D_{\text{пред}}, \text{мм}$	Заготовка колеса $S_{\text{пред}}, \text{мм}$	Термообработка	Твердость заготовки (зубьев)		σ_B	σ_F	σ_{-1}
					поверхности	сердцевины			
35	Поковка	Любые	Размеры	Н	163...192НВ	163...192НВ	550	270	235
40	Поковка	120	60	У	192...228НВ	192...228НВ	700	400	300
45	Поковка	Любые	Размеры	Н	179...207НВ	179...207НВ	600	320	260
45	Поковка	125	80	У	235...262НВ	235...262НВ	780	540	335
45	Поковка	80	50	У	269...302НВ	269...302НВ	890	650	380
40Х	Поковка	200	125	У	235...262НВ	235...262НВ	790	640	375
40Х	Поковка	125	80	У	269...302НВ	269...302НВ	900	750	410
40Х	Поковка	125	80	У+ТВЧ	45...50 HRCэ	269...302НВ	900	750	410
40ХН	Поковка	315	200	У	235...262НВ	235...262НВ	800	630	380
40ХН	Поковка	200	125	У	269...302НВ	269...302НВ	920	750	420
40ХН	Поковка	200	125	У+ТВЧ	48...53 HRCэ	269...302НВ	920	750	420
35ХМ	Поковка	315	200	У	235...262НВ	235...262НВ	800	670	380
35ХМ	Поковка	200	125	У	269...302НВ	269...302НВ	920	790	420
35ХМ	Поковка	200	125	У+ТВЧ	48...53 HRCэ	269...302НВ	920	790	420
35Л	Литье	Любые	Размеры	Н	163...207НВ	163...207НВ	550	270	235
40Л	Литье	Любые	Размеры	Н	147НВ	147НВ	520	295	225
45Л	Литье	315	200	У	207...235НВ	207...235НВ	680	440	285
40ГЛ	Литье	315	200	У	235...262НВ	235...262НВ	850	600	365

Примечания: 1. В графе «Термообработка» приняты следующие обозначения: Н — нормализация, У — улучшение, ТВЧ — закалка токами высокой частоты. 2. Для цилиндрических и конических колес с выточками принять меньшее из значений $S_{\text{зат}}$, $S_{\text{зат}}$.

в) выбрать интервал твердости зубьев шестерни HB1 (HRCЭ1) и колеса HB2 по табл. 4.10;

г) определить среднюю твердость зубьев шестерни HB_{ср} (HRCЭ_{ср}) и колеса HB_с. При этом надо соблюсти необходимую разность средних твердостей зубьев шестерни и колеса (см. табл. 4.10);

д) из табл. 4.11 определить механические характеристики сталей для шестерни и колеса — σ_B , σ_{-1} ;

е) выбрать из табл. 4.11 предельные значения размеров заготовки шестерни ($D_{\text{пред}}$ — диаметр) и колеса ($S_{\text{пред}}$ — толщина обода или диска).

Допускаемые контактные напряжения при расчетах на прочность определяются отдельно для зубьев шестерни $[\sigma]_{H1}$ и колеса $[\sigma]_{H2}$ в следующем порядке:

Таблица 4.12

Значение числа циклов N_{H0}

Средняя твердость поверхностей зубьев	HB _{ср}	200	250	300	350	400	450	500	550	600
	HRCЭ _{ср}	—	25	32	38	43	47	52	56	60
N_{H0} , млн циклов		10	16,5	25	36,4	50	68	87	114	143

а) определить коэффициент долговечности для зубьев шестерни K_{HL1} и колеса K_{HL2} :

$$K_{HL1} = \sqrt[6]{N_{H01} / N_1}; K_{HL2} = \sqrt[6]{N_{H02} / N_2},$$

где N_{H0} — число циклов перемены напряжений, соответствующее пределу выносливости (см. табл. 4.12); N — число циклов перемены напряжений за весь срок службы (наработка), $N = 573\omega L_h$. Здесь ω — угловая скорость соответствующего вала, 1/с; L_h — срок службы привода (ресурс).

Для нормализованных или улучшенных колес $1 \leq K_{HL} \leq 2,6$; для колес с поверхностной закалкой $1 \leq K_{HL} \leq 1,8$.

Если $N > N_{H0}$, то принять $K_{HL} = 1$.

б) по табл. 4.11 определить допускаемое контактное напряжение $[\sigma]_{H01}$ и $[\sigma]_{H02}$, соответствующее пределу контактной выносливости при числе циклов перемены напряжений N_{H01} и N_{H02} ;

в) определить допускаемые контактные напряжения для зубьев шестерни $[\sigma]_{H1}$ и колеса $[\sigma]_{H2}$: $[\sigma]_{H1} = K_{HL1}[\sigma]_{H01}$; $[\sigma]_{H2} = K_{HL2}[\sigma]_{H02}$.

Цилиндрические и конические зубчатые передачи с прямыми и непрямыми зубьями при $HB1_{cp} - HB2_{cp} = 20...50$ рассчитывают по меньшему значению $[\sigma]_H$ из полученных для шестерни $[\sigma]_{H1}$ и колеса $[\sigma]_{H2}$, т. е. по менее прочным зубьям.

Зубчатые передачи с непрямыми зубьями при разности средних твердостей рабочих поверхностей зубьев шестерки и колеса $HB1_{cp} - HB2_{cp} \geq 70$ и твердости зубьев колеса $H \leq 350$ $HB2_{cp}$ рассчитывают по среднему допускаемому контактному напряжению: $[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2})$.

При этом $[\sigma]_H$ не должно превышать $1,23[\sigma]_{H2}$ для цилиндрических косозубых колес и $1,15[\sigma]_{H2}$ для конических колес с непрямыми зубьями. В противном случае $[\sigma]_H = 1,23[\sigma]_{H2}$ и $[\sigma]_H = 1,15[\sigma]_{H2}$.

Определение допускаемых напряжений изгиба $[\sigma]_F$, Н/мм². Проверочный расчет зубчатых передач на изгиб выполняется отдельно для зубьев шестерни и колеса по допускаемым напряжениям изгиба $[\sigma]_{F1}$ и $[\sigma]_{F2}$, которые определяются в следующем порядке:

а) коэффициент долговечности для зубьев шестерни K_{FL1} и колеса K_{FL2} :

$$K_{FL1} = \sqrt[6]{N_{F01} / N_1}; K_{FL2} = \sqrt[6]{N_{F02} / N_2},$$

где $N_{F0} = 4 \cdot 10^6$ — число циклов перемены напряжений для всех стальных, соответствующее пределу выносливости; N — число циклов перемены напряжений за весь срок службы (наработка). При твердости $H \leq 350$ $HB1 \leq K_{FL} \leq 2,08$; при твердости $H \geq 350$ $HB1 \leq K_{FL} \leq 1,63$. Если $N > N_{F0}$, то принимают $K_{FL} = 1$;

б) допускаемое напряжение изгиба $[\sigma]_{F01}$ и $[\sigma]_{F02}$, соответствующее пределу изгибной выносливости при числе циклов перемены напряжений N_{F0} (по табл. 4.11);

в) допускаемые напряжения изгиба для зубьев шестерни $[\sigma]_{F1}$ и колеса $[\sigma]_{F2}$:

$$[\sigma]_{F1} = K_{FL1}[\sigma]_{F01}; [\sigma]_{F2} = K_{FL2}[\sigma]_{F02}.$$

Для реверсивных передач $[\sigma]_F$ уменьшают на 25 %.

Расчет модуля зацепления для цилиндрических и конических зубчатых передач с прямыми и непрямыми зубьями выполняют по меньшему значению $[\sigma]_F$ из полученных для шестерни $[\sigma]_{F1}$ и колеса $[\sigma]_{F2}$, т. е. по менее прочным зубьям.

Решение задачи «Расчет привода цепного конвейера»

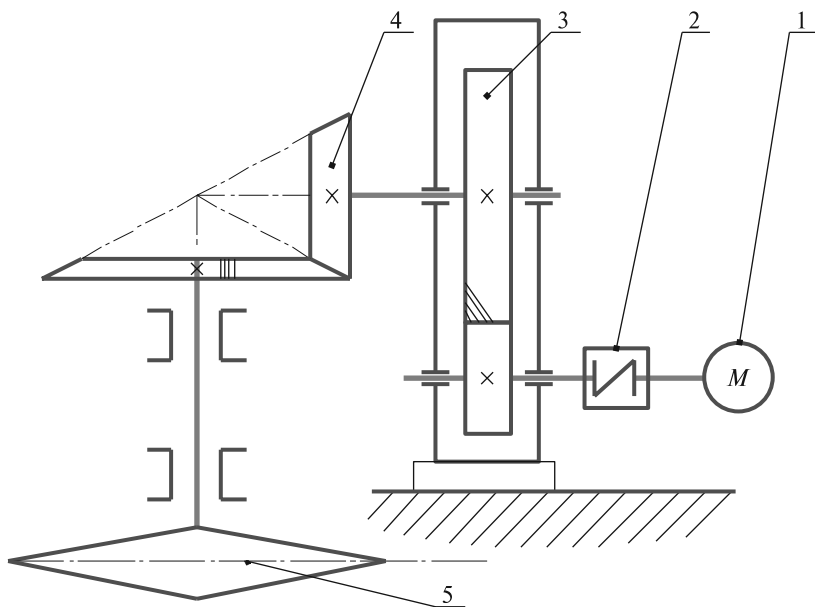


Рис. 4.45. Привод подвесного конвейера:

1 — двигатель; 2 — упругая муфта со звездочкой; 3 — цилиндрический редуктор;
4 — коническая зубчатая передача; 5 — звездочка грузовой цепи

Исходные данные:

Тяговая сила цепи $F = 2 \text{ кН}$.

Скорость грузовой цепи $v = 0,45 \text{ м/с}$.

Шаг грузовой цепи $p = 80 \text{ мм}$.

Число зубьев звездочки $z = 7$.

Допускаемое отклонение скорости грузовой цепи $\delta = 5\%$.

Срок службы привода $L_r = 6 \text{ лет}$.

Подбор электродвигателя и кинематический расчет привода

Определяем требуемую мощность подвесного конвейера:

$$P = F \cdot v = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,45 = 900 \text{ Вт.}$$

Общий КПД привода:

$$\eta = \eta_{з.п} \cdot \eta_{м} \cdot \eta_{п.к} \cdot \eta_{о.п},$$

где $\eta_{з.п} = 0,97$ КПД пары зубчатых колес (закрытой передачи);

$\eta_{м} = 0,98$ КПД муфты;

$\eta_{п.к} = 0,99$ подшипников качения;

$\eta_{о.п} = 0,96$ зубчатой передачи (открытая передача);

$\eta = 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,993 \cdot 0,96 = 0,885$.

Требуемая мощность электродвигателя:

$$P_{д.в} = \frac{P_{р.м}}{\eta} = \frac{900}{0,885} = 1016 \text{ Вт.}$$

По табл. выбираем двигатели серии А4 с номинальной мощностью 1,1 кВт

Вариант	Тип двигателя	Номинальная мощность $P_{ном}$, кВт	Частота вращения, об/мин	
			Синхронная	При номинальном режиме работы $n_{ном}$
1	4АМ71В2У3	1,1	3000	2810
2	4АМ80А4У3	1,1	1500	1420
3	4АМ80В6У3	1,1	1000	920
4	4АМ90ЛВ8У3	1,1	750	700

Частота вращения приводного вала рабочей машины:

$$n_{р.м} = \frac{60 \cdot 1000 \cdot v}{z \cdot p} = \frac{60 \cdot 1000 \cdot 0,45}{7 \cdot 80} = 48,21 \text{ об/мин.}$$

Определим передаточное число привода для всех приемлемых вариантов:

$U_p = n_{д.в} / n_{р.м}$, и произведем разбивку общего передаточного числа, принимаем передаточное число редуктора: $u_p = 4,5$.

Вариант	Тип двигателя	Общее передаточное число привода	Передаточное отношение открытой передачи	Выводы
1	4АМ71В2У3	58,29	12,95	Большое передаточное число привода
2	4АМ80А4У3	29,45	6,54	Большое передаточное число привода
3	4АМ80В6У3	19,08	4,24	Предпочтительный вариант
4	4АМ90ЛВ8У3	14,52	3,22	Не рекомендуется для приводов общего назначения

Определим допустимое отклонение частоты вращения приводного вала рабочей машины:

$$\Delta n_{p.m} = n_{p.m} \frac{\delta}{100} = 48,21 \frac{5}{100} = 2,41 \text{ об/мин.}$$

Допускаемая частота вращения приводного вала рабочей машины:

$$[n_{p.m}] = n_{p.m} + \Delta n_{p.m} = 48,21 + 2,41 = 50,62 \text{ об/мин.}$$

Фактическое передаточное отношение привода:

$$u_{\phi} = \frac{n_{\text{ном}}}{[n_{p.m}]} = \frac{920}{50,62} = 18,17.$$

Передаточное отношение открытой передачи:

$$u_{o.п} = \frac{u_{\phi}}{u_{з.п}} = \frac{18,17}{4,5} = 4,04.$$

Частоты вращения и угловые скорости валов редукторов и приводного барабана:

$$\omega_{д.в} = \pi n_{д.в} / 30 = \pi 920 / 30 = 96,34 \text{ рад/с.}$$

Быстроходный вал редуктора	$n_1 = n_{д.в} = 920 \text{ об/мин}$	$\omega_1 = \omega_{д.в} = 96,34 \text{ рад/с}$
Тихоходный вал редуктора	$n_2 = n_1 / u_{з.п} = 920 / 4,5 = 204,44 \text{ об/мин}$	$\omega_2 = \omega_1 / U_p = 96,34 / 4,5 = 21,41 \text{ рад/с}$
Вал рабочей машины	$n_{p.m} = n_2 / u_{o.п} = 204,44 / 4,04 = 50,61 \text{ об/мин}$	$\omega_2 = \omega_1 / U_p = 21,41 / 4,04 = 5,3 \text{ рад/с}$

Вращающий момент на валу электродвигателя:

$$T_{д.в} = P_{д.в} / \omega_{д.в} = 1,1103 / 96,34 = 11,42 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Вращающий момент на валу шестерни:

$$T_1 = T_{д.в} \eta_m \eta_{п.к} = 11,42 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 11,08 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Вращающий момент на валу колеса:

$$T_2 = T_1 u_{з.п} \eta_{з.п} \eta_{п.к} = 11,08 \cdot 4,5 \cdot 0,97 \cdot 0,99 = 47,87 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Вращающий момент на валу рабочей машины:

$$T_{p.m} = T_2 u_{o.п} \eta_{o.п} = 47,87 \cdot 4,04 \cdot 0,96 = 185,66 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Расчет зубчатых колес редукторов

Выбор твердости, термообработки и материалов колес.

Выбираем материалы со средними механическими характеристиками: для шестерни сталь 45, термическая обработка — улучшение, твердость HB 230; для колеса — сталь 45, термическая обработка — улучшение, но твердость на 30 единиц ниже — HB 200.

Выбор допускаемых контактных напряжений

Допускаемые контактные напряжения при числе циклов переменных напряжений N_{H0} : $[\sigma]_{H0} = 1,8 \cdot HB_{cp} + 67$,

где HB_{cp} — средняя твердость зубьев шестерни и колеса;

$$HB_{cp} = (200 + 230)/2 = 215;$$

$$[\sigma]_{H0} = 1,8 \cdot HB_{cp} + 67 = 1,8 \cdot 215 + 67 = 454 \text{ МПа.}$$

Определим коэффициент долговечности:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}},$$

где $N_{H0} = 10$ млн циклов — базовое число циклов (см. табл. 4.12);

N — число циклов перемены напряжений за весь срок службы (наработка);

$N = 573 \omega L_H$, где ω — угловая скорость соответствующего вала; L_H — срок службы привода, ч; $L_H = L_\Gamma 365 K_\Gamma t_c L_c K_c$, где $K_\Gamma = 0,8$ — коэффициент годового использования; $t_c = 8$ ч, продолжительность смены; $L_c = 2$ — число смен в день; $K_c = 0,9$ — коэффициент сменного использования.

Определим коэффициент долговечности шестерни:

$$L_H = L_\Gamma 365 K_\Gamma t_c L_c K_c = 6 365 0,8 8 2 0,9 = 25,2 103 \text{ ч.}$$

$$N_1 = 573 \cdot \omega 1 L_H = 573 96,34 25,2 103 = 1,39 109 \text{ циклов.}$$

$$N_2 = 573 \cdot \omega 1 L_H = 573 21,41 25,2 103 = 3,09 108 \text{ циклов.}$$

$$K_{HL1} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}} = \sqrt[6]{\frac{10 \cdot 10^6}{1,39 \cdot 10^9}} = 0,43;$$

$$K_{HL2} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}} = \sqrt[6]{\frac{10 \cdot 10^6}{3,09 \cdot 10^8}} = 0,56.$$

Принимаем коэффициенты долговечности $K_{HL1} = K_{HL2} = 1$.

Допускаемые контактные напряжения:

$$[\sigma]_{H1} = [\sigma]_{H0} K_{LH1} = 454 \text{ МПа;}$$

$$[\sigma]_{H2} = [\sigma]_{H0} K_{LH2} = 454 \text{ МПа.}$$

Выбор допускаемых напряжений изгиба

Допускаемые напряжения изгиба при числе циклов перемены напряжений N_{F0} : $[\sigma]_{F0} = 1,03 \cdot HB_{cp} = 1,03 \cdot 215 = 221,45 \text{ МПа.}$

Коэффициент долговечности рассчитываем аналогично по формуле

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}}; N_{F0} = 4 \cdot 10^6 \text{ (табл. 4.12), принимаем } K_{F1} = K_{FL2} = 1.$$

Допускаемые напряжения изгиба:

$$[\sigma]_{F1} = [\sigma]_{F2} = [\sigma]_{F0} K_{F1} = 221,45 \text{ МПа.}$$

Межосевое расстояние

При выбранной термообработке колес и скорости колеса $V < 15 \text{ м/с}$ зубья полностью прирабатываются и коэффициент $K_{H\beta} = 1,0$.

Принимаем для цилиндрических колес коэффициент ширины венца по межосевому расстоянию $\Psi_a = 0,315$.

Межосевое расстояние из условия контактной выносливости активных поверхностей зубьев:

$$a_w \geq K_a (u+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3}{\Psi_a u^2 [\delta]_H}} \cdot K_{H\beta},$$

где K_a — вспомогательный коэффициент. Для косозубых передач

$K_a = 43$, для прямозубых — $K_a = 49,5$; $\Psi_a = \frac{b_2}{a_w}$ — коэффициент шири-

ны венца колеса, равный 0,28...0,36 — для шестерни, расположенной симметрично относительно опор в проектируемых нестандартных одноступенчатых цилиндрических редукторах; $\Psi_a = 0,2...0,25$ — для шестерни, консольно расположенной относительно опор, — в открытых передачах; u — передаточное число редуктора или открытой передачи; T_2 — вращающий момент на тихоходном валу при расчете редуктора или на приводном валу рабочей машины при расчете открытой передачи, Нм; $[\delta]_H$ — допускаемое контактное напряжение колеса с менее прочным зубом или среднее допускаемое контактное напряжение, Н/мм²; $K_{H\beta}$ — коэффициент неравномерности нагрузки по длине зуба для прирабатывающихся колес принимаем $K_{H\beta} = 1$.

Передаточное число нашего редуктора $U_p = 4,5$:

$$a_w = K_d(U+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_d U^2 [\delta]_H}} =$$

$$= 49,5(4,5+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{47,87 \cdot 1 \cdot 10^3}{0,315 \cdot 4,5^2 \cdot 454^2}} = 90,93 \text{ мм.}$$

Принимаем значение межосевого расстояния по ГОСТ 2185 – 6
 $a_w = 95 \text{ мм.}$

Нормальный модуль зацепления. Принимаем по следующей рекомендации:

$$m_n \geq \frac{2K_m T_2 10^3}{d_2 b_2 [\delta_F]} = \frac{2 \cdot 5,8 \cdot 47,87 \cdot 10^3}{155,45 \cdot 30 \cdot 221,45} = 0,53 \text{ мм,}$$

где $K_m = 5,8$ для прямозубых передач;

$$T_2 = 47,87 \text{ Нм;}$$

$$d_2 = 2a_w u / (u + 1) = 2 \cdot 95 \cdot 4,5 / (4,5 + 1) = 155,45 \text{ мм;}$$

$$b_2 = \psi_d a_w = 0,315 \cdot 95 = 30 \text{ мм.}$$

Полученное значение модуля m округлить в большую сторону до стандартного из ряда чисел:

Таблица 4.13

$m, \text{ мм}$	1-й ряд	1,0	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10
	2-й ряд	1,25	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7,9		

Принимаем по ГОСТ 9563 – 60 $m_n = 1,5 \text{ мм.}$

$$z_1 = 2d_w / m (U + 1) = 2 \cdot 95 / 1,5 \cdot (4,5 + 1) = 23.$$

Принимаем $z_1 = 23$ тогда $z_2 = z_1 \cdot u = 23 \cdot 4,5 = 103,5.$

Примем $z_2 = 104$, тогда $U_\phi = z_2 / z_1 = 104 / 23 = 4,521.$

Отклонение от заданного передаточного числа:

$$U_\phi = (4,521 - 4,5)100\% / 4,5 = 0,46\%,$$

что меньше установленных ГОСТ 12289 – 76 3%.

Основные размеры шестерни и колеса (рис. 4.46):

диаметры делительные:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 1,5 \cdot 23 = 34,5 \text{ мм;}$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 1,5 \cdot 104 = 156 \text{ мм.}$$

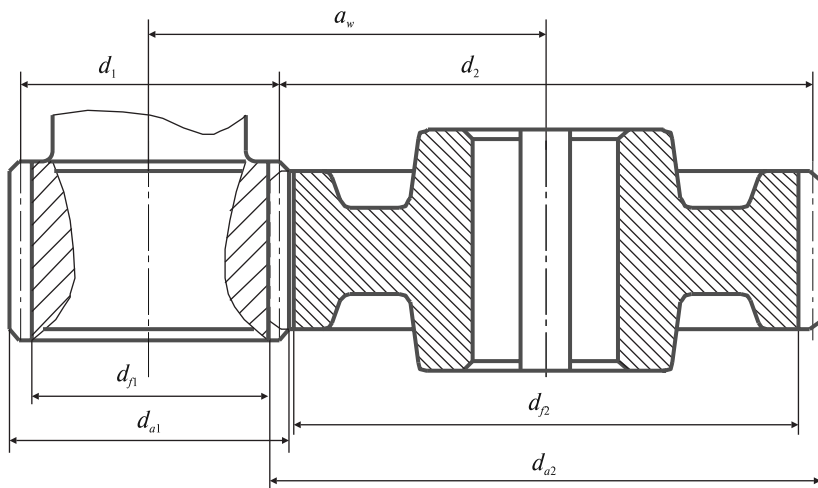


Рис. 4.46

Проверка: $a_w = (d_1 + d_2)/2 = (34,5 + 156)/2 = 95,25$ мм;

диаметры вершин зубьев:

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 34,5 + 2 \cdot 1,5 = 37,5 \text{ мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 156 + 2 \cdot 1,5 = 159 \text{ мм};$$

диаметры впадин зубьев:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m = 34,5 - 2,5 \cdot 1,5 = 30,75 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m = 156 - 2,5 \cdot 1,5 = 152,25 \text{ мм};$$

$$\text{ширина колеса } b_2 = \Psi_{ba} a_w = 0,315 \cdot 95 = 30 \text{ мм};$$

$$\text{ширина шестерни } b_1 = b_2 \cdot 1,1 = 30 \cdot 1,1 = 33 \text{ мм}.$$

Определяем коэффициент ширины шестерни по диаметру:

$$\Psi_{bd} = b_1/d_1 = 33/34,5 = 0,96.$$

Окружная, скорость колес и степень точности передачи:

$$V = \omega_1 d_1/2 = 96,34 \cdot 34,5 \cdot 10^{-3}/2 = 1,66 \text{ м/с}.$$

При такой скорости для прямозубых колес следует принять 9-ю степень точности (см. табл. 4.18).

Проверочный расчет

Коэффициент нагрузки

$$K_H = K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\nu}.$$

Значения $K_{H\beta} = 1$.

Для прямозубых колес $K_{H\alpha} = 1$.

По табл. 4.14 для прямозубых колес при $V < 5$ м/с имеем коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении $K_{Hv} = 1,1$.

Таким образом, $K_H = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,1 = 1,1$.

Проверка контактных напряжений по формуле:

$$\sigma_H = 436 \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot K \cdot (u+1)}{d_2 \cdot b_2}},$$

где окружная сила на шестерне

$$F_t = 2T_1/d_1 = 2 \cdot 11,08 \cdot 10^3 / 34,5 = 684,06 \text{ Н.}$$

$$\sigma_H = 436 \cdot \sqrt{\frac{684,06 \cdot 1,1 \cdot (4,5+1)}{156 \cdot 30}} = 410,00 \text{ МПа} < [\sigma]_H = 454 \text{ МПа};$$

Силы, действующие в зацеплении

Проверяем зубья на выносливость по напряжениям изгиба по формуле

$$\sigma_F = F_t K_F Y_F Y_\beta K_{F\alpha} / b Z_n m \leq [\sigma]_F$$

Здесь коэффициент нагрузки $K_F = K_{F\beta} K_{Fv}$, для прирабатывающих-ся зубьев коэффициент $K_{F\beta} = 1,0$; коэффициент K_{Fv} по табл. 4.18 — $K_{Fv} = 1,28$. Коэффициент $K_F = 1,28 \cdot 1,0 = 1,28$, Y_F — коэффициент, учитывающий форму зуба и зависящий от эквивалентного числа зубьев Z_v :

у шестерни $Z_{v1} = Z_1 = 23$;

у колеса $Z_{v2} = Z_2 = 104$.

При этом по табл. 4.18 $Y_{F1} = 3,98$ и $Y_{F2} = 3,60$.

Определяем коэффициенты для прямозубой передачи: $Y_\beta = 1$.

Проверяем прочность зуба колеса по формуле

$$\sigma_{F1} = F_t Y_F Y_\beta K_{F\alpha} / b_1 m \leq [\sigma]_{F2};$$

$$\sigma_{F1} = 684,06 \cdot 3,98 \cdot 1,28 / (33 \cdot 1,5) = 70,4 \text{ МПа} < [\sigma]_{F2} = 221,25 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2} = F_t Y_F Y_\beta K_{F\alpha} / b_2 m \leq [\sigma]_{F2};$$

$$\sigma_{F2} = 684,06 \cdot 3,6 \cdot 1,28 / (30 \cdot 1,5) = 70 \text{ МПа} < [\sigma]_{F2} = 221,25 \text{ МПа.}$$

Условие прочности выполнено.

Задание для самостоятельной работы

Задания для самостоятельной работы приведены в табл. 4.14.

Таблица 4.14

«Расчет привода цепного»

Исходные данные	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тяговая сила цепи F , кН	2,0	3,0	3,0	4,0	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
Скорость грузовой цепи, v , м/с	0,45	0,45	0,55	0,5	0,5	0,55	0,6	0,6	0,65	0,65
Шаг грузовой цепи, p , мм	80	80	100	100	125	80	125	100	100	80
Число зубьев звездочки, z	7	8	9	8	8	9	7	7	9	7
Допускаемое отклонение скорости грузовой цепи, δ , %	5	6	5	4	6	3	4	3	5	4
Срок службы привода, L_r , лет	6	7	5	4	7	6	4	5	6	7

Привод к мешалке (рис. 4.47), исходные данные в табл. 4.15.

Таблица 4.15

Исходные данные	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Момент сопротивления вращению T , кН·м	0,15	0,18	0,20	0,25	0,27	0,3	0,32	0,34	0,38	0,40
Частота вращения мешалки n , об/мин	0,45	0,45	0,55	0,5	0,5	0,55	0,6	0,6	0,65	0,65
Допускаемое отклонение скорости грузовой цепи, δ , %	5	6	5	4	6	3	4	3	5	4
Срок службы привода, L_r , лет	3	5	4	6	7	6	4	5	6	3

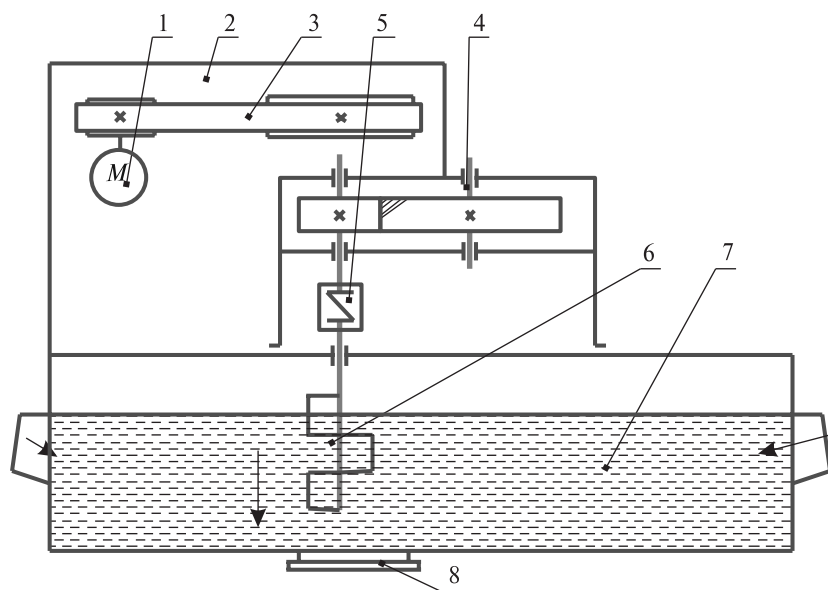


Рис. 4.47

1 — двигатель; 2 — ограждение; 3 — клиноременная передача;
4 — цилиндрический редуктор; 5 — упругая муфта; 6 — бетономешалка;
7 — смесь; 8 — задвижка

Справочные материалы

Таблица 4.16

Степень точности цилиндрических передач	Окружные скорости V (м/с) вращения колес	
	для прямозубых колес	
	цилиндрических	конических
6	До 15	До 12
7	До 10	До 8
8	До 6	До 4
9	До 2	До 1,5

Таблица 4.17

Значение коэффициентов $K_{h.v}$ и $K_{f.v}$ при $HB_2 \leq 350$

Степень точности	коэффициент	Окружная скорость v , м/с					
		1	2	4	6	8	10
6	$K_{h.v}$	1,03	1,06	1,12	1,17	1,23	1,28
	$K_{f.v}$	1,06	1,13	1,26	1,40	1,58	1,67
7	$K_{h.v}$	1,04	1,07	1,14	1,21	1,29	1,36
	$K_{f.v}$	1,08	1,16	1,33	1,50	1,67	1,80
8	$K_{h.v}$	1,04	1,08	1,16	1,24	1,32	1,4
	$K_{f.v}$	1,10	1,20	1,38	1,58	1,78	1,96
9	$K_{h.v}$	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
	$K_{f.v}$	1,13	1,28	1,50	1,77	1,98	2,25

Таблица 4.18

Коэффициенты формы зуба Y_{f1} и Y_{f2}

Z или Z_v	Y_f	Z	Y_f	Z	Y_f	Z	Y_f	Z	Y_f	Z	Y_f
16	4.28	24	3.92	30	3.80	45	3.66	71	3.61	180	3.62
17	4.27	25	3.90	32	3.78	50	3.65	80	3.61	∞	3.63
20	4.07	26	3.88	35	3.75	60	3.62	90	3.60		
22	3.98	28	3.81	40	3.70	65	3.62	100	3.60		

Библиографический список

1. Анурьев В. И. Справочник конструктора-машиностроителя : в 3-х т. Т. 1 / В. И. Анурьев. — М. : Машиностроение, 1980. — 728 с.
2. Аркуша А. И. Руководство к решению задач по теоретической механике : учеб. пособие / А. И. Аркуша. — М. : Высш. шк., 1971. — 296 с.
3. Артоболевский И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И. И. Артоболевский, Б. В. Эдельштейн. — М. : Наука, 1975. — 256 с.
4. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / И. И. Артоболевский. — М. : Наука, 1988. — 640 с.
5. Беляев Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов / Н. М. Беляев. — М. : Наука, 1965. — 348 с.
6. Иванов М. Н. Детали машин : учеб. пособие для студентов вузов / М. Н. Иванов ; под ред. В. А. Финогенова. — М. : Высш. шк., 2000. — 383 с.
7. Иосилевич Г. Б. Прикладная механика: учеб. для вузов / Г. Б. Иосилевич, Г. Б. Строганов, Г. С. Маслов ; под ред. Г. Б. Иосилевича. — М. : Высш. шк., 1989. — 351 с.
8. Сборник задач и примеров расчета по курсу деталей машин : учеб. пособие для машиностроительных техникумов / Г. М. Ицкович [и др.]. — М. : Машиностроение, 1975. — 286 с.
9. Мовнин М. С. Основы технической механики : учеб. для техн. спец. техникумов / М. С. Мовнин, А. Б. Израэлит, А. Г. Рубашкин. — Л. : Машиностроение, 1982. — 288 с.
10. Прикладная механика : учеб. пособие для вузов / под ред. В. М. Осецкого. — М. : Машиностроение, 1977. — 488 с.
11. Сборник задач по сопротивлению материалов / под ред. В. К. Качурина. — М. : Наука, 1970. — 432 с.
12. Заяц М. Л., Туркина Л. В. Прикладная механика : учеб.-метод. пособие / М. Л. Заяц, Л. В. Туркина. — Екатеринбург : УрГУПС, 2007. — 136 с.
13. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / К. В. Фролов ; под ред. К. В. Фролова. — М. : Высш. шк., 2003. — 496 с.
14. Чернин И. М. Расчеты деталей машин / И. М. Чернин, А. В. Кузьмин, Г. М. Ицкович. — М. : Высш. шк., 1978. — 472 с.
15. Шейнблит А. Е. Курсовое проектирование деталей машин : учеб. пособие для техникумов / А. Е. Шейнблит. — М. : Высш. шк., 1991. — 423 с.

16. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики : учеб. для технических вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. — СПб. : Лань, 2001. — 768 с.
17. URL:<http://fizika.in/mehanika/dinamika/55-sila-treniya-skolzheniya.html>
18. URL:<http://sfiz.ru/page.php?id=116>.
19. URL:<http://www.teoretmech.ru/Vvedenie.htm>.
20. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki>.
21. URL:<http://rudocs.exdat.com/docs/index-82192.html?page=6>.

Учебное издание

Заяц Марина Леонидовна
Туркина Лариса Валентиновна

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для студентов технических специальностей
очной и заочной форм обучения

Редактор С. И. Семухина
Верстка С. Н. Наймушиной

Подписано в печать 12.02.2016. Формат 60 × 84 1/16.
Усл. печ. л. 14,0. Тираж 30 экз.
Заказ 67.

УрГУПС
620034, Екатеринбург, Колмогорова, 66